

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2022.06.007

星座碰撞规避的迭代学习构型保持方法

陶昊宸^{1,2,3}, 龙嘉腾^{1,2,3}, 朱圣英^{1,2,3}, 聂涛^{1,2,3}

- (1. 北京理工大学宇航学院, 北京 100081;
2. 深空自主导航与控制工信部重点实验室, 北京 100081;
3. 飞行器动力学与控制教育部重点实验室, 北京 100081)

摘要: 针对低轨卫星星座运行中地球引力摄动的周期特性, 基于迭代学习控制(ILC)方法, 提出了星座碰撞规避的迭代学习构型保持方法。该方法由反馈控制和 ILC 两部分构成, 分别抑制卫星运行过程中的非周期摄动和周期摄动对构型保持精度的影响, 进而在地球非球形引力摄动未知条件下, 通过相对构型的精确保持实现对星座卫星碰撞的有效规避。仿真结果表明, 在地球 J_2 摄动影响下, 与传统反馈控制相比, ILC 方法以更小的控制输入实现了轨道保持精度的显著提升, 进而在星座卫星轨道高度相近的情形下显著降低了碰撞风险, 且控制器可在保证收敛性能的前提下, 实现启动时间的灵活选择。

关键词: 碰撞规避; 迭代学习控制; 星座; 构型保持; 轨道保持

中图分类号: V412.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2022)06-0048-10

Iterative Learning Control Based Formation-Keeping Method for Constellation Collision Avoidance

TAO Hao-chen^{1,2,3}, LONG Jia-teng^{1,2,3}, ZHU Sheng-ying^{1,2,3}, NIE Tao^{1,2,3}

- (1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
2. Key Laboratory of Autonomous Navigation and Control for Deep Space Exploration, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100081, China;
3. Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle, Ministry of Education, Beijing 100081, China)

Abstract: Due to the periodicity perturbation of low earth orbit (LEO) satellite constellations, an iterative learning control (ILC) based formation keeping method is proposed. The method consists of feedback control and ILC control which respectively attenuate the influence of aperiodic and periodic perturbation on the accuracy of formation keeping. Collision of constellation satellites can be effectively avoided by precise formation keeping under the condition of unknown earth's non-spherical gravitational perturbation. The simulation shows that the ILC method greatly improves the precision of orbit keeping with a smaller control input under the influence of earth J_2 perturbation compared to traditional feedback control, and the collision risk between constellation satellites with similar orbit heights is significantly reduced. The controller can be flexibly activated with the convergence ensured.

Key words: Collision avoidance; Iterative learning control; Constellation; Formation keeping;

收稿日期: 2022-08-29; **修订日期:** 2022-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(62003035); 技术基础科研计划(JSQB2021602B002)

作者简介: 陶昊宸(2000-), 男, 硕士研究生, 主要从事巨型星座在轨运行与预警规避问题方面的研究。

通信作者: 龙嘉腾(1991-), 男, 副教授, 主要从事行星着陆轨迹优化与制导控制、巨型星座在轨运行与预警规避问题方面的研究。

Orbit keeping

0 引言

巨型低轨卫星星座的开发,已成为当下的热点领域,但巨型星座快速发展的同时也存在一系列问题,其中最直接的后果是造成了500~2000km范围近地空间的异常拥挤^[1-3]。随着低轨卫星数量的急剧增加,一方面使已有在轨卫星的生存空间受到挤压,碰撞风险增大;另一方面,发射和轨道机动等工作的负担和风险也与日俱增,严重时甚至会引发碎片级联碰撞效应等灾难性后果,对空间环境造成极大破坏^[4-6]。

为了保证空间目标的安全运行,碰撞规避方法的研究受到了广泛关注^[7-9]。通常碰撞规避问题可以描述为:卫星在得到预警信号与相对运动关系等信息后,如何机动降低碰撞概率。对于推力矢量控制的卫星,问题转化为约束条件下的最优脉冲输入的求解。R. P. Patera等^[10]最早研究了相关问题,将推力方向与大小解耦,开发了一种基于碰撞概率梯度的规避策略,沿碰撞概率梯度方向进行轨道机动,使碰撞概率以最快速度下降。此后的研究基本沿着该思路展开,例如安喜彬等^[11]考虑了卫星回归原轨道、燃料最省和距离下限的约束条件,使用高斯伪谱法求解最优控制规律。袁勇等^[12]采用了时间规避策略,在碰撞前施加沿速度方向的脉冲,使两星通过轨道面交点的时刻错开,从而避免相撞。

随着电推进技术的飞速发展,越来越多的卫星使用连续低推力方法进行轨道控制。相比推力矢量控制,这种方法能大幅提高控制效率,从而延长卫星的使用寿命。然而,基于连续推力控制的规避方法却鲜有研究。G. Salemm等^[13]提出了一种间接方法,以燃料最省为优化目标,但模型维度较高。J. Hernandez-Ayuso等^[14]在此基础上,以推力最小为目标,基于Pontryagin极大化原理与间接法,分别对连续推力的幅值与方向求最优,研究了圆轨道两星碰撞规避问题,并推导了精度较高的切向机动解析解。J. A. Reiter等^[15]基于最优推力径向假设,提出了一种半解析快速计算方法。目前,连续推力控制方式在大型低轨互联网星座领域已取得广泛应用^[16-17],因此本文的研究也将基于连续推力控制展开。

在星座卫星的巨大规模下,碰撞规避将成为常规任务^[7]。因此,为了避免过度机动造成的次生碰撞和燃料浪费,应在尽可能减小对任务造成影响的前

前提下,提出更便捷的规避策略,便于卫星在轨执行。目前星座卫星的研究中,更多的是将避碰作为一项约束,讨论构型保持的问题^[18-19]。冯昊等^[20]在设计遥感卫星空间碎片规避机动策略时,以星下点轨迹允许范围为约束,在环形区域内实行精确控制,以达到规避效果。受星座构型保持启发,考虑到决定两星碰撞风险的众多要素中,距离的影响最为重大^[21-23]。本文提出了一种基于相对轨道保持的碰撞规避方法,将复杂的规避寻优问题转化为轨道控制问题,通过精确控制减少不必要的机动,这也有益于卫星的正常任务。

相对轨道保持的核心问题在于相对摄动建模,对于近地卫星,地球形状摄动是主要摄动源^[24-25]。由于互联网星座卫星以近圆轨道为主,容易产生碰撞风险的卫星轨道高度相当,因此运行周期也十分接近,加之地球非球形引力摄动又呈现出明显的周期性,这就导致了相对运动模型中的复杂摄动项以周期重复为主。一般的反馈控制可以抑制非周期误差,但并不能有效地消除周期性摄动引起的周期误差,与理想的相对轨道始终存在偏差,控制效果不理想^[26-27]。迭代学习控制(Iterative Learning Control, ILC)是一种通过重复控制轨迹修正控制律的方法,最早由S. Arimoto^[28]提出,用于提高机器人轨迹跟踪精度。由于其控制输入由先前试验得到,不依赖于精确模型,因此被广泛引入其他领域。

针对周期性为主的复杂相对摄动,本文提出了基于ILC的星座卫星碰撞规避与构型保持方法。首先,对地球形状 J_2 摄动进行建模,使用轨道模型作差的方法得到相对运动模型;其次,以相对距离为控制目标引入反馈控制,跟踪相对轨道;在此基础上,基于相对摄动周期构建ILC控制器,提取轨道保持偏差与控制输入,生成下一周期的输入,从而抵消周期性扰动的影响,提高轨道保持精度,以不同轨道倾角的圆轨道近地卫星为例进行了数值仿真。

1 动力学建模

首先定义轨道坐标系,原点 O 位于目标航天器或卫星的质心, Ox 轴(R 轴)指向目标矢径方向, Oy 轴(S 轴)在轨道平面内与 Ox 轴垂直,指向目标速度方向, Oz (W 轴)与轨道平面垂直,与 Ox 、 Oy 轴构成右手坐标系,称为 RSW 坐标系。其中, W 轴方向

与目标比角动量 \mathbf{h} 方向一致,但 S 轴并不一定与速度矢量重合。

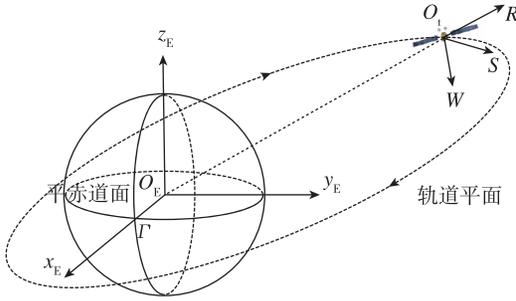


图1 地心惯性系(ECI)与轨道坐标系(RSW)关系图
Fig.1 Relation between earth centered inertial frame and orbit frame

设威胁星在目标星 RSW 系中的相对位置为 $(x, y, z)^T$, 则有

$$\begin{cases} \boldsymbol{\rho} |_{R} = (x \quad y \quad z)^T \\ \mathbf{a} |_{R} = (a_x \quad a_y \quad a_z)^T \\ \mathbf{r}_t |_{R} = (r_t \quad 0 \quad 0)^T \\ \mathbf{r}_d |_{R} = (x + r_t \quad y \quad z)^T \\ \boldsymbol{\omega}_t |_{R} = (0 \quad 0 \quad \dot{f})^T \end{cases} \quad (1)$$

式中,下标 t 与 d 分别表示目标星和威胁星; $\boldsymbol{\rho}$ 为两星相对位置矢量; f 为目标星真近点角。

由于近地卫星的主要摄动源是地球扁率,因此仅显化 2 阶带谐项摄动,其在地心惯性坐标系(Earth Centered Inertial, ECI)下可表示为

$$\begin{cases} a_{px} = -\frac{3a_1\mu x}{r^3} \left(1 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) \\ a_{py} = -\frac{3a_1\mu y}{r^3} \left(1 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) \\ a_{pz} = -\frac{3a_1\mu z}{r^3} \left(3 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) \end{cases} \quad (2)$$

进行坐标转换并代入二体运动方程,可得目标星 RSW 系下的相对运动方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\dot{y}\dot{f} + x\dot{f}^2 + y\ddot{f} + \frac{\mu}{r_t^2} - \frac{\mu}{r_d^3}(r_t + x) + a_{px} + a_{sx} + a_{cx} \\ \ddot{y} = -2\dot{x}\dot{f} + y\dot{f}^2 - x\ddot{f} - \frac{\mu}{r_d^3}y + a_{py} + a_{sy} + a_{cy} \\ \ddot{z} = -\frac{\mu}{r_d^3}z + a_{pz} + a_{sz} + a_{cz} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{a}_p = [a_{px}, a_{py}, a_{pz}]^T$ 表示轨道系下的相

对摄动加速度; $\mathbf{a}_s = [a_{sx}, a_{sy}, a_{sz}]^T$ 表示其他未建模的非周期扰动以及近似误差; $\mathbf{a}_c = [a_{cx}, a_{cy}, a_{cz}]^T$ 表示三轴的控制分量。

由于有碰撞风险的两近圆轨道卫星轨道高度近似相等,即 $r_t \approx r_d$, 方程可简化为

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\dot{y}\dot{f} + x\dot{f}^2 + y\ddot{f} - \frac{\mu x}{r_d^3} + a_{px} + a_{sx} + a_{cx} \\ \ddot{y} = -2\dot{x}\dot{f} + y\dot{f}^2 - x\ddot{f} - \frac{\mu}{r_d^3}y + a_{py} + a_{sy} + a_{cy} \\ \ddot{z} = -\frac{\mu}{r_d^3}z + a_{pz} + a_{sz} + a_{cz} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)即为卫星相对加速度描述,包含摄动的相对运动动力学模型的矩阵形式为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{a}_p + \mathbf{B}\mathbf{a}_s + \mathbf{B}\mathbf{a}_c \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}_1 &= \begin{bmatrix} \dot{f}^2 - \frac{\mu}{r_d^3} & \dot{f} & 0 \\ -\dot{f} & \dot{f}^2 - \frac{\mu}{r_d^3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu}{r_d^3} \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 2\dot{f} & 0 \\ -2\dot{f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

2 星座碰撞规避的迭代学习构型保持方法

相对轨道保持首先需要选定理想的相对轨道,本文以不受摄的二体运动轨道为卫星的理想轨道,并得到理想相对轨道,以下标 q 表示。状态变量为 $\mathbf{x}_q = [\mathbf{r}_q \quad \mathbf{v}_q]^T$ 。

相对轨道保持的过程,实际上是通过控制输入,消除或稳定相对距离跟踪偏差的过程。设 T 为 ILC 控制周期,控制输入包含两部分——反馈项 \mathbf{a}_{fb} 与 ILC 项 \mathbf{a}_{ILC} , 总控制输入为二者加和 $\mathbf{a}_c = \mathbf{a}_{fb} + \mathbf{a}_{ILC}$ 。定义相对轨道保持偏差

$$\begin{cases} \mathbf{e}_r = \mathbf{r} - \mathbf{r}_q \\ \mathbf{e}_v = \mathbf{v} - \mathbf{v}_q \end{cases} \quad (7)$$

因此,有偏差状态变量 $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_r \quad \mathbf{e}_v]^T$ 。

令合扰动 $\mathbf{a}_h = \mathbf{a}_p + \mathbf{a}_s$, 由于地球形状与太阳光压等摄动加速度均为卫星位置矢量的函数,可用 \mathbf{r}

表示扰动上界

$$\begin{cases} \|a_{ht}\| \leq k_{1t} \|r_t\| + k_{0t} \\ \|a_{hd}\| \leq k_{1d} \|r_d\| + k_{0d} \end{cases} \quad (8)$$

因此,根据三角不等式,相对摄动的上界也可用相对距离矢量表示

$$\|a_h\| \leq \|a_{hd}\| + \|a_{ht}\| \leq k_{1d} \|r_d\| + k_{1t} \|r_t\| + k_{0d} + k_{0t} \leq k_1 \|r\| + k_0 \quad (9)$$

式中

$$k_1 = k_{1d}, k_0 = (k_{1d} + k_{1t}) \|r_t\| + k_{0d} + k_{0t} \quad (10)$$

根据式(9),非周期摄动与偏差状态矢量的模也存在如下关系

$$\|a_s\| \leq \|a_h\| \leq k_1 \|r\| + k_0 \leq k_1 \|r_q + e_r\| + k_0 \leq \xi_1 \|e_r\| + \xi_0 \leq \xi_1 \|e\| + \xi_0 \quad (11)$$

式中

$$\xi_1 = k_1, \xi_0 = k_1 \|r_q\| + k_0 \quad (12)$$

2.1 反馈保持控制器设计

针对相对摄动建模误差与未建模摄动的非周期影响,引入反馈保持控制器跟踪理想相对轨道,并稳定轨道保持偏差。下面给出反馈保持器的增益设计方法。

卫星相对动力学模型式(5)中,相对加速度的描述为

$$\ddot{r} = G_1 r + G_2 v + a_p + a_s + a_c \quad (13)$$

设计反馈控制输入 a_{fb} 为

$$a_{fb} = -G_1 r - G_2 v - a_p + \ddot{r}_q + A_1 e_r + A_2 e_v \quad (14)$$

式中, \ddot{r}_q 为相对加速度的理想值; A_1 、 A_2 分别为位置、速度反馈增益矩阵,表达式为

$$A_1 = -\frac{\alpha_r}{\varepsilon^2} I_3, A_2 = -\frac{\alpha_v}{\varepsilon} I_3 \quad (15)$$

容易验证在式(14)反馈控制输入下系统的稳定性和偏差的有界性。

2.2 ILC 保持控制器设计

在 2.1 节中,通过引入反馈控制器,抑制了非周期摄动下相对轨道保持偏差的发散。针对主要摄动项 a_p , 本节将设计 ILC 保持器,进一步抵消周期变化的保持偏差,实现稳定的相对轨道保持。

理想相对轨道加速度描述为

$$\ddot{r}_q = G_1 r_q + G_2 v_q \quad (16)$$

与式(13)相减得到偏差加速度描述

$$\dot{e}_v = G_1 e_r + G_2 e_v + a_h + a_c \quad (17)$$

在式(17)中加入速度偏差描述式,写成偏差状态方程

$$\dot{e} = A e + B a_h + B a_c \quad (18)$$

设计 ILC 保持器时,控制输入 $a_c = a_{ILC}$, 式(18)可写作

$$\dot{e} = A e + B a_h + B a_{ILC} \quad (19)$$

ILC 保持器输入的确定依赖于前一周期的保持偏差和 ILC 输入信号,使用分段函数进行表示^[29]

$$a_{ILC}(t) = \begin{cases} 0 & , t \leq T \\ a_{ILC}(t-T) + L \cdot e(t-T) & , t > T \end{cases} \quad (20)$$

式中, L 为 ILC 增益矩阵,且有

$$\begin{cases} L = \kappa^T \hat{L} \\ \hat{L} = \text{diag}\{L_r, L_v\}, L_r, L_v \in \mathbf{R}^{3 \times 3} \\ \kappa = [\kappa_r I_3, \kappa_v I_3]^T \end{cases} \quad (21)$$

增益系数 κ_r 、 κ_v 由保持偏差决定,本文采用双曲正切函数定义

$$\begin{cases} \kappa_r = [1 - \tanh(m_r - l_r \|e_r\|)]/2 \\ \kappa_v = [1 - \tanh(m_v - l_v \|e_v\|)]/2 \end{cases} \quad (22)$$

式中,设计参数 m_r 、 m_v 、 l_r 、 l_v 均为正实数,以限制控制增益受偏差矢量大小的影响。在此模型中,增益系数大小 $\|\kappa\| \leq 2$, 因此,增益矩阵范数满足

$$\|L\| = \|\kappa^T \cdot \hat{L}\| \leq 2 \|\hat{L}\| \quad (23)$$

下面判断系统稳定性,并计算 ILC 保持偏差收敛半径。

设实对称矩阵 P_2 正定,满足

$$A^T P_2 + P_2 A = -p_2 I_{6 \times 6} \quad (24)$$

式中, $p_2 > 0$ 。以关于 e 的二次型函数为 Lyapunov 函数

$$V_2(t) = e^T(t) \cdot P_2 \cdot e(t) \quad (25)$$

两边求导并代入式(19),得到

$$\dot{V}_2 = -p_2 \|e\|^2 + 2e^T P_2 B (a_h + a_{ILC}) \quad (26)$$

代入扰动上限式(11)与 ILC 输入表达式(20),得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -(p_2 - 2\xi_1 \|P_2 B\|) \cdot \|e(t)\|^2 + \\ & 2\|P_2 B\| \cdot \|L\| \cdot \|e(t)\| \cdot \|e(t-T)\| + \\ & 2\|P_2 B\| \cdot \|e(t)\| \cdot (\|a_{ILC}(t-T)\| + \xi_0) \end{aligned} \quad (27)$$

根据当前与上一周期偏差 e 的关系

$$e(t) = e(t-T) + \int_{t-T}^t \dot{e}(\tau) d\tau \quad (28)$$

代入式(19)得

$$\|e(t-T)\| \leq \|e(t)\| e^{-\beta T} + \|B\| \cdot \int_t^{t-T} e^{\beta(t-T-\tau)} (\|a_{ILC}\| + \xi_0) d\tau \quad (29)$$

式中, $\beta = \|A\| + \xi_1 \|B\|$ 。将式(29)与式(23)代入不等式(27)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -(p_2 - 2\xi_1 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| - 4e^{-\beta T} \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\hat{\mathbf{L}}\|) \cdot \\ & \|\mathbf{e}(t)\|^2 + 4 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\mathbf{B}\| \cdot \|\hat{\mathbf{L}}\| \cdot \|\mathbf{e}(t)\| \cdot \\ & \int_{t-T}^t e^{\beta(t-T-\tau)} (\|\mathbf{a}_{\text{ILC}}\| + \xi_0) d\tau + 2 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \\ & \|\mathbf{e}(t)\| \cdot (\|\mathbf{a}_{\text{ILC}}(t-T)\| + \xi_0) \end{aligned} \quad (30)$$

在一个周期内,定义最大控制输入大小

$$a_{\text{ILCM}}(t) = \sup_{\tau \in [t-T, t]} \|\mathbf{a}_{\text{ILC}}(\tau)\| \quad (31)$$

代入式(30),并利用矩阵次可加性展开得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -(p_2 - 2\xi_1 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| - 4e^{-\beta T} \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\hat{\mathbf{L}}\|) \cdot \\ & \|\mathbf{e}(t)\|^2 + \frac{4}{\beta} a_{\text{ILCM}}(t) \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\mathbf{B}\| \cdot \|\hat{\mathbf{L}}\| \cdot \\ & \|\mathbf{e}(t)\| \cdot (1 - e^{-\beta T}) + \frac{4}{\beta} \xi_0 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\mathbf{B}\| \cdot \\ & \|\hat{\mathbf{L}}\| \cdot \|\mathbf{e}(t)\| \cdot (1 - e^{-\beta T}) + 2 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\mathbf{e}(t)\| \cdot \\ & a_{\text{ILCM}}(t) + 2 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\mathbf{e}(t)\| \cdot \xi_0 \end{aligned} \quad (32)$$

合并、化简得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -[p_2 - 2\xi_1 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| - 4e^{-\beta T} \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\hat{\mathbf{L}}\| - \\ & (2 \|\hat{\mathbf{L}}\|^2 + \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\|^2) \cdot (\xi_0^2 + 1)] \cdot \|\mathbf{e}(t)\|^2 + \\ & \frac{2}{\beta^2} (\|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\|^2 \cdot \|\mathbf{B}\|^2 + 1) \cdot (a_{\text{ILCM}}(t) + 1) \end{aligned} \quad (33)$$

在式(33)中,令

$$\begin{cases} \zeta_1 = p_2 - 2\xi_1 \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| - 4e^{-\beta T} \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\| \cdot \|\hat{\mathbf{L}}\| - \\ \quad (2 \|\hat{\mathbf{L}}\|^2 + \|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\|^2) \cdot (\xi_0^2 + 1) \\ \zeta_0 = \frac{2}{\beta^2} (\|\mathbf{P}_2 \mathbf{B}\|^2 \cdot \|\mathbf{B}\|^2 + 1) \cdot \\ \quad (a_{\text{ILCM}}(t) + 1) \end{cases} \quad (34)$$

则

$$\dot{V}_2 \leq -\zeta_1 \|\mathbf{e}\|^2 + \zeta_0 \quad (35)$$

设 \mathbf{P}_2 的特征值中最大者为 λ_{2M} , 最小者为 λ_{2m} , 则 V_2 满足

$$\lambda_{2m} \|\mathbf{e}\|^2 \leq V_2 \leq \lambda_{2M} \|\mathbf{e}\|^2 \quad (36)$$

$\zeta_1 > 0$ 时,将式(36)代入式(35),得

$$\dot{V}_2(t) \leq -\frac{\zeta_1}{\lambda_{2M}} V_2(t) + \zeta_0 \quad (37)$$

求解得

$$V_2(t) \leq e^{-\frac{\zeta_1 T}{\lambda_{2M}}} V_2(t-T) + \frac{\lambda_{2M} \zeta_0}{\zeta_1} (1 - e^{-\frac{\zeta_1 T}{\lambda_{2M}}}) \quad (38)$$

再次利用式(36)关系,式(38)可进一步化为

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}(t)\|^2 \leq & \frac{\lambda_{2M}}{\lambda_{2m}} e^{-\frac{\zeta_1 T}{\lambda_{2M}}} \cdot \|\mathbf{e}(t-T)\|^2 + \\ & \frac{\lambda_{2M}}{\lambda_{2m}} \cdot \frac{\zeta_0}{\zeta_1} \end{aligned} \quad (39)$$

两边取平方根得

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{2M}}{\lambda_{2m}}} e^{-\frac{\zeta_1 T}{2\lambda_{2M}}} \cdot \|\mathbf{e}(t-T)\| +$$

$$\sqrt{\frac{\zeta_0}{\zeta_1}} \cdot \frac{\lambda_{1M}}{\lambda_{1m}} \quad (40)$$

在式(40)中,令

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{\frac{\lambda_{2M}}{\lambda_{2m}}} e^{-\frac{\zeta_1 T}{2\lambda_{2M}}} \\ v_0 = \sqrt{\frac{\zeta_0}{\zeta_1}} \cdot \frac{\lambda_{1M}}{\lambda_{1m}} \end{cases} \quad (41)$$

则

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leq v_1 \cdot \|\mathbf{e}(t-T)\| + v_0 \quad (42)$$

再令时间 $t \rightarrow \infty$, 有

$$(1 - v_1) \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| \leq v_0 \quad (43)$$

当 $v_1 < 1$ 时,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| \leq \frac{v_0}{1 - v_1} \triangleq R_{2c} \quad (44)$$

式(44)表明,在 ILC 控制输入式(20)的作用下,相对轨道保持偏差将收敛到 0 的邻域,收敛半径为 R_{2c} 。

值得一提的是,在 v_1 以及 R_{2c} 的表达式中并未涉及偏差初值,因此本章所设计的 ILC 保持器的收敛特性与初始偏差无关。这是由于式(20)在生成每个周期的控制输入时,偏差初值都被纳入考量。这种初值无关特性意味着在实际应用中,可以依约束启动 ILC 保持器,相对轨道保持偏差最终都能得到有效控制。

3 数值仿真与分析

卫星星座往往采用同轨道高度、多组轨道倾角卫星组网的部署模式,因此本章将模拟此类情况开展分析研究。设存在如图 2 所示的两颗近圆轨道卫星,初始时刻轨道根数如表 1 所示,轨道高度非常接近,周期仅相差 1.2s。

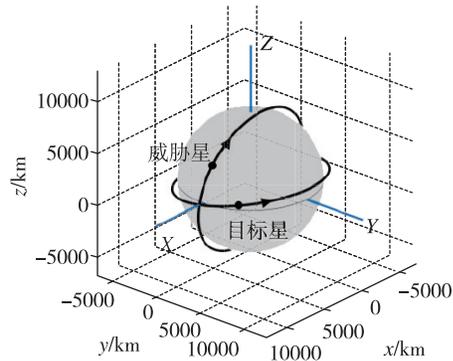


图 2 两星理想轨道示意图

Fig. 2 Ideal orbits of two satellites

表 1 两星轨道根数

Tab. 1 Orbital elements of two satellites

卫星	T/s	a/km	e	$i/(^\circ)$	$\Omega/(^\circ)$	$\omega/(^\circ)$	$f/(^\circ)$
目标星	5676.0	6878	0.0005	10	0	0	30.000
威胁星	5677.2	6879	0.0005	80	0	0	30.808

在理想情况下,目标星轨道坐标系中的相对轨道如图 3 所示,类似于一个弯曲的“8”字型。但在地球形状摄动的影响下,相对轨道会逐渐偏离理想值,如图 4 所示。这种偏差是发散的,在完全不进行绝对轨道保持的情况下,2.5h 后距离发散至 61.395km,可能引发两星最近距离的减小,这正是造成卫星碰撞的关键原因。

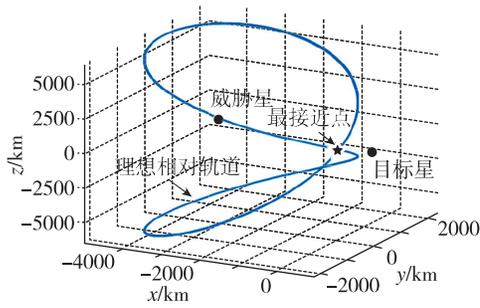
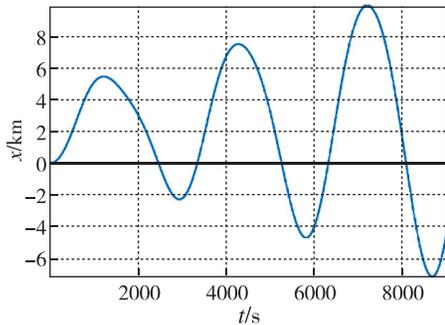
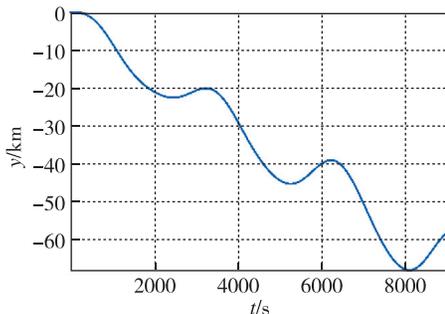


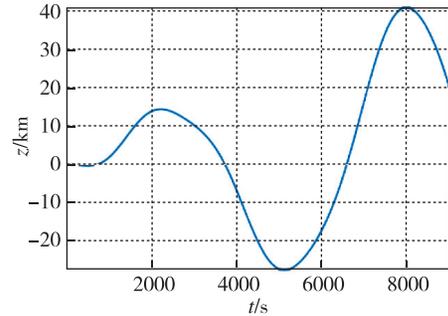
图 3 三维理想相对轨道图
Fig. 3 Ideal relative orbit



(a) R 向



(b) S 向



(c) W 向

图 4 三轴位置偏差演变图(2.5h)

Fig. 4 The distance difference of three directions (2.5h)

两星在摄动影响下的相对距离变化如图 5 所示,偏差相较于相对轨道而言很小,但在 8037s 左右,两星达到第二周期内的最接近时刻,此时实际相对距离 ρ 已降至 2.069km,产生了一定的碰撞风险^[30],图 6 直观地给出了两星实际位置关系与理想情况的对比。

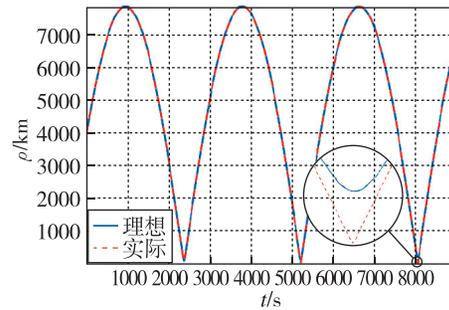


图 5 两星距离变化曲线(2.5h)

Fig. 5 Change of the distance between two satellites (2.5h)

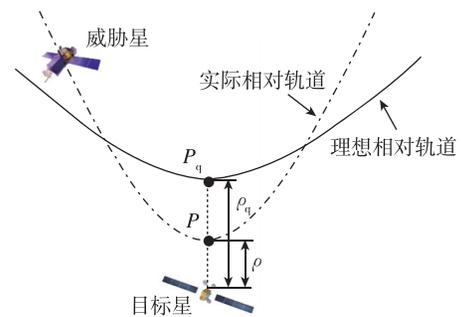
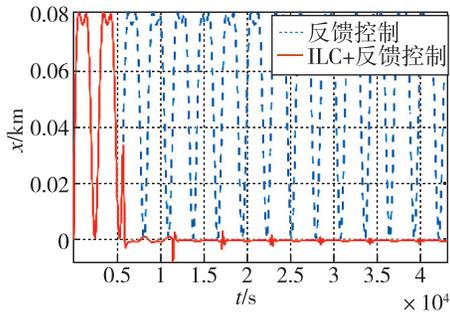


图 6 摄动影响下最接近距离变化示意图

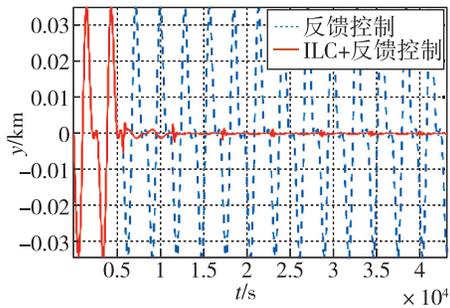
Fig. 6 Distance of closest approach under perturbation

选择 ILC 控制周期为相对摄动周期 5676s,分别对系统施加反馈控制与 ILC+反馈控制方式,图

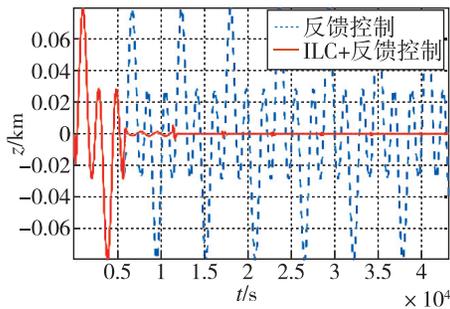
7 给出了两星相对位置、相对速度与理想值的偏差 e_r 、 e_v 的三轴分量变化情况。



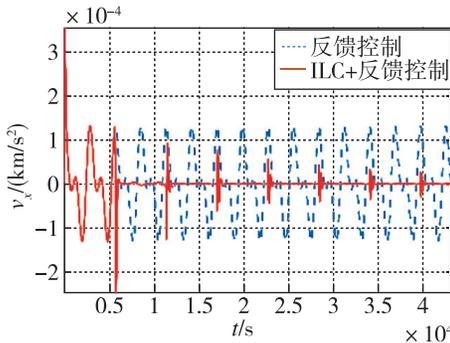
(a) R 向位置



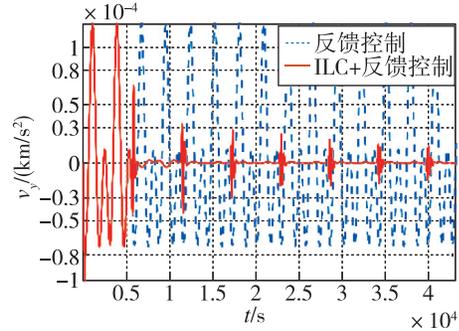
(b) S 向位置



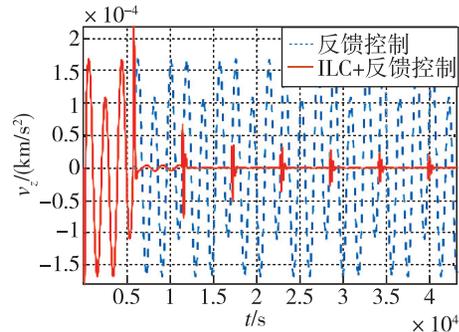
(c) W 向位置



(d) R 向速度



(e) S 向速度



(f) W 向速度

图 7 两种控制方式偏差分量对比图(12h)

Fig. 7 Comparison of difference components of two control methods (12h)

在仅有反馈控制的情况下,位置与速度偏差均会保持振荡,其中碰撞分析更关注的是位置偏差 e_r 、 e_r 三轴分量的振幅分别达到了 80.2m、34.4m 和 79.2m。而在 ILC+反馈控制下,这种振荡在第二周期就已经有了明显的削弱,并在两个周期后被基本消除。

图 8 给出了位置偏差的模 e_r 的变化情况,仅反馈控制作用下,距离偏差的振幅为 109.7m,使用本

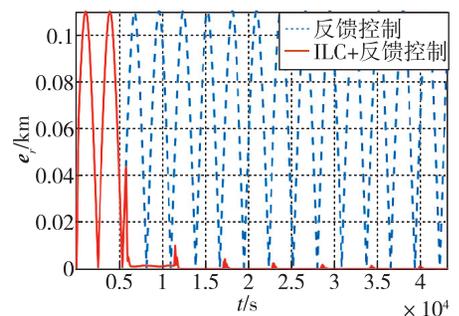


图 8 两种控制方式距离偏差 e_r 对比图(12h)

Fig. 8 Comparison of e_r by two control methods (12h)

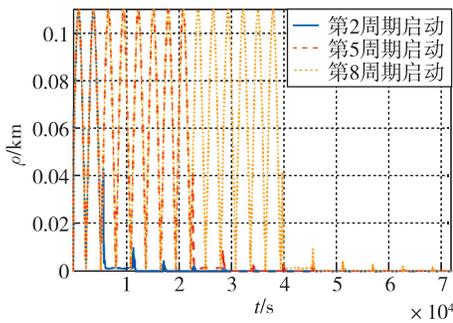
文提出的 ILC 反馈控制,三个周期后最大偏差不超过 5m。同时结合图 7 可知,ILC 反馈控制偏差仅在新周期学习开始时快速波动,耗时约 10min,而在剩下的约 85min 内,距离偏差 e_r 均保持在 1m 以内。表 2 给出了每个控制周期开始时的最大距离偏差。

表 2 ILC 周期起始段最大距离偏差

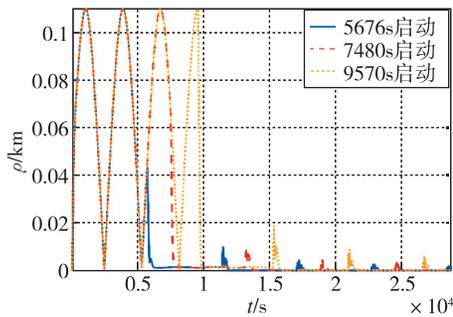
Tab.2 Maximum difference of distance at the beginning of every ILC period

周期数	1	2	3	4	5	6	7	8
最大距离偏差/m	109.7	43.8	9.8	4.3	2.5	1.9	1.5	1.2

图 9 给出了反馈控制作用下,ILC 控制器启动时间不同时,距离偏差 e_r 的收敛情况,验证了本章设计的 ILC 保持器偏差收敛性与初始条件无关的特性。因此,在实际应用中,可以根据碰撞预警信息和其他约束条件灵活选择 ILC 保持器启动时间。



(a) 不同周期



(b) 同周期不同时刻

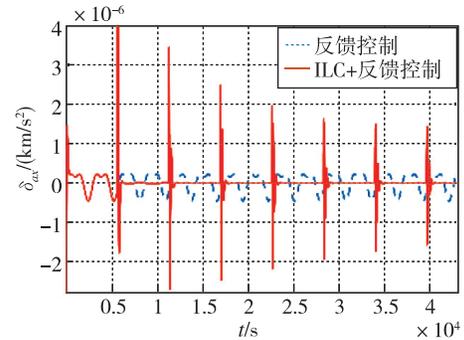
图 9 不同 ILC 启控时间偏差 e_r 收敛对比图

Fig.9 Comparison of e_r under different starting position of control

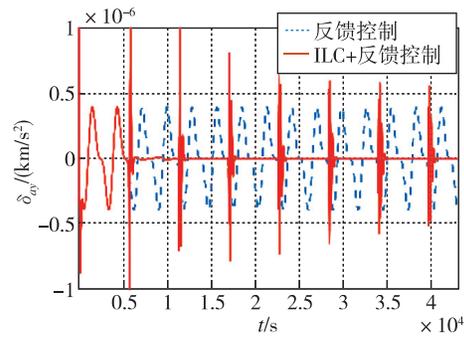
将控制输入 a_c 与扰动 a_p 作差,得到输入的跟踪误差

$$\delta_a = a_c - a_p \quad (45)$$

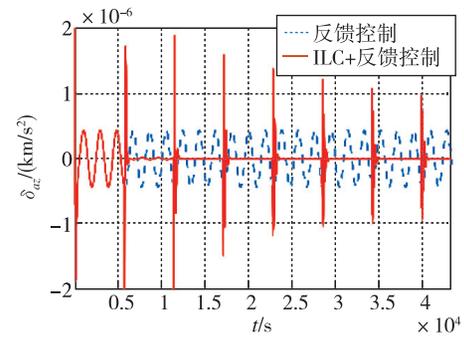
图 10 给出了 δ_a 的三轴分量变化情况,反映了两种控制方式对扰动 a_p 的跟踪效果。明显地,反馈控制无法消除周期性的跟踪误差,而 ILC 反馈控制输入在每个控制周期开始时浮动较大,但大部分时间跟踪能力远胜于反馈控制。控制输入量级与扰动项相当,因此不存在控制输入过大、超出机动能力范围或损坏星上设备的问题。



(a) R 向



(b) S 向



(c) W 向

图 10 两种控制输入对扰动的跟踪效果对比图(12h)

Fig.10 Comparison of the effect of perturbation tracking between two methods (12h)

图 11 在图 5 的基础上,添加了本文 ILC 反馈控制方法作用下的距离曲线。加入控制后,最接近

时刻附近的实际相对距离与理想轨道基本一致,实际最接近距离大于 75km,碰撞概率低于 10^{-10} ,可直接排除碰撞可能,因此达到了规避碰撞的目的。

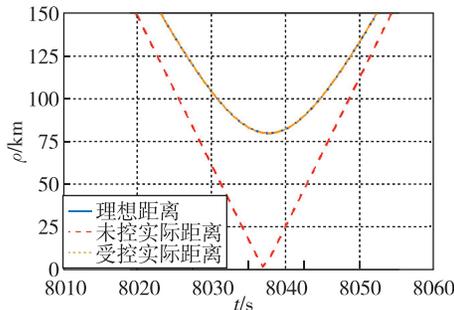


图 11 相对距离保持效果图

Fig. 11 Effect of distance keeping

需要指出的是,在本例中两星理想接近距离在 75km 以上,因此两种控制方法的偏差都可保证相对距离足够远,不会发生碰撞。但在理想最近距离仅有数千米或更短时,相较于反馈控制百米级的精度,ILC 反馈控制米级的跟踪精度具有明显的优势。

4 结论

本文针对圆轨道卫星间的碰撞问题,提出了一种普遍可行的规避机动方法,选定理想相对轨道,通过高精度的构型保持降低碰撞风险。本文得到结论如下:

1) 针对 J_2 项影响为主的相对摄动变化情况,在传统反馈控制的基础上,通过 ILC 方法实现控制输入对周期性摄动的精确跟踪。

2) ILC 控制器的收敛半径与初始条件无关,可以依据约束条件在任意相对运动状态下启控,具有启控时间灵活选择和快速收敛的优点。

星座间的碰撞问题均可通过构型保持的方法解决,本文提出的 ILC 仅是对无约束圆轨道卫星的初步应用。未来,应针对具体卫星,引入具体约束,研究变周期 ILC 问题,并将方法推广到椭圆轨道情形。

参考文献

[1] Radtke J, Keschull C, Stoll E. Interactions of the space debris environment with mega constellations—using the example of the OneWeb constellation[J]. Acta Astronautica, 2017, 131: 55-68.

[2] Sun H, Zhang Z. Study on space environment safety based on satellite collision[J]. IOP Conference Series;

Earth and Environmental Science, 2020, 552(1): 012014.

- [3] Tao H, Che X, Zhu Q, et al. Satellite in-orbit secondary collision risk assessment[J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2022: 6358188.
- [4] 秦子浩, 方进勇. 巨型小卫星星座对空间碎片环境的影响研究[J]. 空间电子技术, 2021, 18(1): 87-92.
Qin Zihao, Fang Jinyong. Study on the effects from large constellations on space debris environment[J]. Space Electronic Technology, 2021, 18(1): 87-92(in Chinese).
- [5] Radtke J, Mueller S, Schaus V, et al. LUCA2—an enhanced long-term utility for collision analysis[C]// Proceedings of 7th European Conference on Space Debris, 2017.
- [6] Somma G L, Lewis H G, Colombo C. Sensitivity analysis of launch activities in Low Earth Orbit[J]. Acta Astronautica, 2018, 158: 129-139.
- [7] Tulczyjew L, Myller M, Kawulok M, et al. Predicting risk of satellite collisions using machine learning[J]. Journal of Space Safety Engineering, 2021, 8(4): 339-344.
- [8] Chen Z, Qu Y, Deng H, et al. Near-earth orbit satellite collision probability estimation and collision avoidance[C]// Proceedings of 2019 Chinese Automation Congress (CAC), 2019: 855-860.
- [9] Liang J, Chaudhry A U, Yanikomeroğlu H. Phasing parameter analysis for satellite collision avoidance in starlink and Kuiper constellations[C]// Proceedings of 2021 IEEE 4th 5G World Forum (5GWF), 2021: 493-498.
- [10] Patera R P, Peterson G E. Space vehicle maneuver method to lower collision risk to an acceptable level[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(2): 233-237.
- [11] 安喜彬, 何兵, 陈福贵, 等. 基于高斯伪谱法的碰撞规避策略研究[J]. 空间科学学报, 2017, 37(2): 202-206.
An Xibin, He Bing, Chen Fugui, et al. Collision avoidance strategies based on Gauss pseudospectral method[J]. Chinese Journal of Space Science, 2017, 37(2): 202-206 (in Chinese).
- [12] 袁勇, 陈星伊, 徐揽. 基于相对运动动力学模型的导航卫星机动规避策略[C]// 第九届中国卫星导航学术年会, 2018: 113-117.
Yuan Yong, Chen Xingyi, Xu Lan. BDS maneuver avoidance strategy based on relative motion dynamics model[C]// Proceedings of 2018 China Satellite Naviga-

- tion Conference (CSNC), 2018: 113-117(in Chinese).
- [13] Salemme G, Armellini R, Lizia P D. Continuous-thrust collision avoidance manoeuvres optimization[C]// Proceedings of AIAA Scitech 2020 Forum, 2020.
- [14] Hernando-Ayuso J, Bombardelli C. Low-thrust collision avoidance in circular orbits[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2021, 44(5): 983-995.
- [15] Reiter J A, Spencer D B. Solutions to rapid collision-avoidance maneuvers constrained by mission performance requirements [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2018, 55(4): 1040-1048.
- [16] Scharnagl J, Kremmydas P, Schilling K. Model predictive control for continuous low thrust satellite formation flying [J]. IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(12): 12-17.
- [17] Liu M, Gao X, Yang M, et al. LEO satellite constellation design method for continuous coverage[C]// Proceedings of Advances in Guidance, Navigation and Control, 2022: 3295-3307.
- [18] Chen L, Guo Y, Li C, et al. Satellite formation-containment flying control with collision avoidance[J]. Journal of Aerospace Information Systems, 2018, 15(5): 253-270.
- [19] 张科, 何振琦, 吕梅柏, 等. 基于界栅的日地平动点编队飞行碰撞规避控制研究[J]. 西北工业大学学报, 2018, 36(2): 252-257.
Zhang Ke, He Zhenqi, Lyu Meibo, et al. Research on flight collision avoidance control on the sun-earth libration points based on barrier theory[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2018, 36(2): 252-257(in Chinese).
- [20] 冯昊, 赵峭, 高珊, 等. 一种实用的遥感卫星空间碎片规避机动方法[J]. 指挥与控制学报, 2015, 1(3): 314-319.
Feng Hao, Zhao Qiao, Gao Shan, et al. A practical collision avoidance maneuver method of space debris for remote sensing satellite[J]. Journal of Command and Control, 2015, 1(3): 314-319(in Chinese).
- [21] Alfano S, Oltrogge D, Krag H, et al. Risk assessment of recent high-interest conjunctions[J]. Acta Astronautica, 2021, 184: 241-250.
- [22] Chen L, Guo Y, Li C, et al. Satellite formation-containment flying control with collision avoidance[J]. Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication, 2018, 15(5): 253-270.
- [23] Wen C, Qiao D. Calculating collision probability for long-term satellite encounters through the reachable domain method[J]. Astrodynamics, 2022, 6(2): 141-159.
- [24] Shao X, Song M, Wang J, et al. Satellite formation keeping using differential lift and drag under J_2 perturbation[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2017, 89(1): 11-19.
- [25] Mauro G D, Spiller D, Bevilacqua R, et al. Optimal continuous maneuvers for satellite formation reconfiguration in J_2 -perturbed orbits[C]// Proceedings of 2018 Space Flight Mechanics Meeting, 2018.
- [26] Wang J, Liu C. The J_2 relative perturbation analysis of satellite formation under the requirement of relative position maintenance with millimeter-level accuracy[J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2021.
- [27] Gaias G, Ardaens J-S, Montenbruck O. Model of J_2 perturbed satellite relative motion with time-varying differential drag[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2015, 123(4): 411-433.
- [28] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning[J]. Journal of Robotic Systems, 1984, 1(2): 123-140.
- [29] Long J, Wu F. Iterative-learning-control-based tracking for asteroid close-proximity operations[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(5): 1195-1203.
- [30] Bai X, Chen L, Tang G. Explicit expression of collision probability in terms of RSW and NTW components of relative position[J]. Advances in Space Research, 2013, 52(6): 1078-1096.

(编辑:孟彬)