

# INS/SAR 组合定位技术研究

朱学平，杨军，孟江浩

(西北工业大学 航天学院，陕西 西安 710072)

**摘要：**主要研究了 INS/SAR 组合对运动目标的定位算法。首先，建立了 INS/SAR 组合定位系统数学模型；其次，基于卡尔曼滤波方法和 alpha - beta 滤波方法完成了 INS/SAR 组合定位算法设计；最后，考虑组合导航系统误差及导引头测量误差，对定位算法进行了数字仿真及性能分析。仿真结果表明，所设计的 INS/SAR 组合定位算法在远距对运动目标具有较高的定位精度。

**关键词：**定位算法；卡尔曼滤波；alpha - beta 滤波

中图分类号：V249 文献标识码：A 文章编号：2095 - 8110 (2014) 02 - 0025 - 06

## Research on INS/SAR Integrated Positioning Technology

ZHU Xue - ping, YANG Jun, MENG Jiang - hao

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** This paper mainly studies the INS/SAR combination for the moving target positioning algorithm. Firstly, established the mathematical model of INS/SAR integrated positioning system; secondly, completed the design of INS/SAR integrated positioning algorithm based on Kalman filtering method and alpha - beta filtering method; finally, considering error in the integrated navigation system and the measurement error of the seeker, conduct the digital simulation and performance analysis for the location algorithm. The simulation results indicate that, the designed INS/SAR integrated positioning algorithm has high moving target locating and speed accuracy to the moving target in the distance.

**Key words:** Positioning algorithm; Kalman filtering; Alpha - beta filtering

## 0 引言

相控阵雷达导引头是导引头体制发展的一个新领域，它打破了以往机械扫描雷达导引头固定波束形状、固定波束驻留时间、固定扫描方式、固定发射功率和固定数据率的限制，具有灵活的波束指向及驻留时间、可控的空间功率分配及时间资源分配等特点，从而使相控阵雷达导引头具有灵活的搜索方式，能够增强对目标的截获能力，提高跟踪的稳定性以及对丢失目标的快速重新捕获，支持对多目标（包括有源/无源干扰、诱饵欺骗等）进行识别，以及多目标攻击。

SAR 是一种基于距离和方位二维分辨率原理的成像雷达，它可以在能见度极差的气象条件下

提供类似于光学照相机的高分辨率图像。相控阵雷达导引头采用 SAR 成像工作模式，可以实现远距自动目标识别及对目标的定位，为中末制导交接班创造良好的条件。本文主要研究了 SAR 成像相控阵雷达导引头对运动目标的定位算法。

## 1 INS/SAR 组合定位原理

相控阵雷达导引头工作于 SAR 成像模式，对目标区域进行成像，并完成图像匹配、目标识别；对目标进行测距与测角，利用距离和角度测量信息，通过滤波算法实现对运动目标的定位与定速。相控阵雷达导引头弹体坐标系测量示意图如图 1 所示。

收稿日期：2014 - 05 - 30；修订日期：2014 - 06 - 26。

作者简介：朱学平（1981 -），男，博士，讲师，主要从事飞行器制导、控制与仿真方面的研究。

E - mail: zhuxueping@nwpu.edu.cn

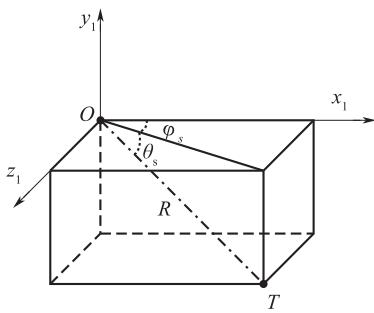


图 1 弹体坐标系测量示意图

Fig. 1 The body coordinate system measurement

图中,  $O$  为导引头测量中心;  $T$  为目标点;  $R$  为弹目斜距;  $\theta_s$  和  $\varphi_s$  分别为弹体系视线高低角和视线方位角。

由 SAR 成像导引头波束指向俯仰角和方位角、俯仰方向失调角和方位方向失调角, 计算弹体系视线俯仰角和视线方位角。

弹体坐标系弹目相对位置分量为:

$$\begin{bmatrix} x_{rl} \\ y_{rl} \\ z_{rl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos \varphi_s \cos \theta_s \\ R \cos \varphi_s \sin \theta_s \\ -R \sin \varphi_s \end{bmatrix} \quad (1)$$

利用弹体坐标系与导航坐标系的转换关系, 可以得到导航坐标系的弹目相对位置分量:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = M[\psi, \vartheta, \gamma] \begin{bmatrix} x_{rl} \\ y_{rl} \\ z_{rl} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,  $M[\psi, \vartheta, \gamma]$  为弹体坐标系与导航坐标系的转换矩阵,  $\psi, \vartheta, \gamma$  分别为弹体偏航角、俯仰角、滚转角。

考虑到 SAR 成像导引头的角度测量信息及测距信息中存在随机噪声, 因此为了提高定位定速精度, 需要进一步对测量结果进行滤波处理, 可以采取的滤波算法包括卡尔曼滤波、 $\alpha - \beta$  滤波等。

## 2 INS/SAR 组合定位系统数学建模

### 2.1 目标位置的量测值

假设导引头测量的导弹 - 目标相对距离为  $R_m$ , 组合导航系统输出的导弹位置坐标为  $[x_m, y_m, z_m]$ , 惯导系统输出的导弹姿态角为  $\vartheta, \psi, \gamma$ , 导引头输出的失调角为  $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$ , 波束指向角为  $\varphi_\alpha, \varphi_\beta$ , 则目标位置坐标的测量值为:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} + T_1^0[\vartheta, \psi, \gamma] \cdot T_m^1[\varphi_\alpha, \varphi_\beta] \cdot T_{sl}^m[\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta] \begin{bmatrix} R_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $T_{sl}^m$  为弹上视线坐标系与测量坐标系之间的转换矩阵;  $T_m^1$  为测量坐标系与弹体坐标系之间的转换矩阵;  $T_1^0$  为弹体坐标系与导航坐标系之间的转换矩阵。

$$T_{sl}^m[\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta] = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_\alpha \cos \varepsilon_\beta & -\sin \varepsilon_\alpha \cos \varepsilon_\beta & \sin \varepsilon_\beta \\ \sin \varepsilon_\alpha & \cos \varepsilon_\alpha & 0 \\ -\cos \varepsilon_\alpha \sin \varepsilon_\beta & \sin \varepsilon_\alpha \sin \varepsilon_\beta & \cos \varepsilon_\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$T_m^1[\varphi_\alpha, \varphi_\beta] = \begin{bmatrix} \cos \varphi_\alpha \cos \varphi_\beta & -\sin \varphi_\alpha \cos \varphi_\beta & \sin \varphi_\beta \\ \sin \varphi_\alpha & \cos \varphi_\alpha & 0 \\ -\cos \varphi_\alpha \sin \varphi_\beta & \sin \varphi_\alpha \sin \varphi_\beta & \cos \varphi_\beta \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_1^0[\vartheta, \psi, \gamma] = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma & \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \cos \gamma \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \psi & -\cos \vartheta \sin \gamma \\ -\cos \vartheta \sin \psi & \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma & -\sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma + \cos \psi \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (6)$$

利用目标位置坐标的测量值, 采用在线滤波算法进行计算, 得到目标位置和目标运动速度的最优估计值。

### 2.2 状态方程

取导航坐标系目标的位置坐标及运动速度为状态变量, 假设目标做匀速直线运动, 建立 CV

模型:

$$\begin{bmatrix} x_t(k+1) \\ V_{xt}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t(k) \\ V_{xt}(k) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} y_t(k+1) \\ V_{yt}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t(k) \\ V_{yt}(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} z_t(k+1) \\ V_{zt}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t(k) \\ V_{zt}(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,  $T$  为测量周期,  $x_t, y_t, z_t$  为目标坐标,  $V_{xt}, V_{yt}, V_{zt}$  为目标运动分速度。

### 2.3 测量方程

以导航坐标系目标的位置坐标为观测量, 建立测量方程:

$$\begin{cases} \tilde{x}_t(k) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_t(k) \\ V_{xt}(k) \end{bmatrix} + \omega_x(k) \\ \tilde{y}_t(k) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} y_t(k) \\ V_{yt}(k) \end{bmatrix} + \omega_y(k) \\ \tilde{z}_t(k) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} z_t(k) \\ V_{zt}(k) \end{bmatrix} + \omega_z(k) \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $\tilde{x}_t, \tilde{y}_t, \tilde{z}_t$  为目标位置坐标的测量值;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  为目标位置坐标测量噪声。

## 3 滤波算法

### 3.1 卡尔曼滤波算法

对于线性系统

$$\begin{cases} \mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{X}(k) + \boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{Z}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{v}(k) \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{X}(k)$  为  $n \times 1$  维状态向量;  $\mathbf{Z}(k)$  为  $m \times 1$  维观测向量;  $\mathbf{u}(k)$  为  $l \times 1$  维控制向量;  $\mathbf{A}(k)$  为  $n \times n$  维矩阵;  $\mathbf{C}(k)$  为  $m \times n$  维矩阵;  $\boldsymbol{\Gamma}(k)$  为  $n \times l$  维矩阵;  $\boldsymbol{\omega}(k)$  和  $\mathbf{v}(k)$  分别为  $n \times 1$  维和  $m \times 1$  维独立的高斯白噪声, 统计特性为:

$$E[\boldsymbol{\omega}(k)] = \mathbf{0}, E[\boldsymbol{\omega}(k) \boldsymbol{\omega}^T(j)] = \mathbf{Q}\delta_{kj} \quad (12)$$

$$E[\mathbf{v}(k)] = \mathbf{0}, E[\mathbf{v}(k) \mathbf{v}^T(j)] = \mathbf{R}\delta_{kj} \quad (13)$$

卡尔曼滤波算法可写为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}(k+1/k) &= \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{X}}(k) + \boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{P}(k+1/k) &= \mathbf{A}(k)\mathbf{P}(k/k)\mathbf{A}^T(k) + \mathbf{Q} \quad (14) \\ \boldsymbol{\gamma}(k+1) &= \mathbf{Z}(k+1) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{X}}(k+1/k) \\ \mathbf{K}(k+1) &= \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) \cdot \\ &[ \mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) + \mathbf{R} ]^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1/k+1) = \hat{\mathbf{X}}(k+1/k) + \mathbf{K}(k+1)\boldsymbol{\gamma}(k+1) \quad (16)$$

$$\mathbf{P}(k+1/k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C}(k+1)]\mathbf{P}(k+1/k) \quad (17)$$

算法初值选取:

$$\begin{cases} \mathbf{X}(0/0) = E[\mathbf{X}(0)] = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{P}(0/0) = Var[\mathbf{X}(0)] = \mathbf{P}_0 \end{cases} \quad (18)$$

采用卡尔曼滤波算法, 可以得到系统状态的最优估值。

### 3.2 $\alpha - \beta$ 滤波算法

$\alpha - \beta$  滤波器能无稳态误差地跟踪匀速运动目标, 除了能够预估目标位置, 目标速度也可以预估出来。 $\alpha - \beta$  滤波器方程为:

$$\begin{cases} x_p(k+1) = x_s(k) + T \cdot v_s(k) \\ v_p(k+1) = v_s(k) \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $T$  为目标的测量周期;  $x_p(k+1)$  为目标位置预测值;  $v_p(k+1)$  为目标速度的预测值。

其中, 位置  $x_s$ 、速度  $v_s$  和加速度  $a_s$  的滤波值来源于以下方程:

$$\begin{cases} x_s(k) = x_p(k) + \alpha[x_m(k) - x_p(k)] \\ v_s(k) = v_p(k) + \frac{\beta}{T}[x_m(k) - x_p(k)] \end{cases} \quad (20)$$

式中,  $x_m(k)$  为测量值;  $x_s(t), v_s(t)$  为滤波值;  $x_p(k), v_p(k)$  为预测值。

实际上,  $\alpha - \beta$  滤波的实质是一种卡尔曼滤波, 只不过是卡尔曼滤波的稳态形式。因此,  $\alpha, \beta, \gamma$  参数的选择必然和状态噪声方差  $Q$  和观测噪声方差  $R$  有关。而状态估计器的精度取决于  $Q, R$  的选择。因此滤波器的选择必须折中考虑噪声特性与动态性能之间的平衡。 $\alpha, \beta$  的最优参数为  $\alpha = 2\sqrt[3]{h}$ ,  $\beta = 2\sqrt[3]{h^2}$ 。其中,  $h = \sqrt{Q/R}$  称为信噪比。根据 Jury 判据得到  $h$  的取值上界, 得  $0 < h < 0.732$ ,  $0 < \sqrt[3]{h} < 0.901$ 。通过对系统仿真分析, 最终给出满足稳定性和性能的  $\alpha - \beta$  滤波器参数。

## 4 INS/SAR 组合定位仿真分析

### 4.1 仿真条件

(1) 传感器参数及误差特性

- 1) 导引头测量周期为 50ms;
- 2) 导引头测距精度为 10m ( $1\sigma$ );
- 3) 导引头测角精度为  $0.05^\circ$  ( $1\sigma$ );
- 4) 导航系统姿态角精度为:  $0.15^\circ$  ( $1\sigma$ );
- 5) 组合导航系统位置精度为: 高度误差为 20m, 水平误差为 10m。

## (2) 导弹及目标运动参数

- 1) 导弹水平飞行高度为 20km;
- 2) 导弹初始坐标为 (0m, 20000m, 0m);
- 3) 目标初始坐标为 (35000m, 0m, 6000m);
- 4) 目标水平运动速度为 15m/s, 速度偏角为 -45°。

## 4.2 仿真结果

导航系统的位置误差和姿态误差为随机初值误差, 其中姿态角误差满足高斯分布, 高度误差

满足  $\pm 20\text{m}$  的两点分布, 水平误差为常值 10m, 方向满足  $0^\circ \sim 360^\circ$  的均匀分布。导引头角度测量误差及测距误差为随机过程误差, 满足高斯分布。

在上述仿真条件下, 采用卡尔曼滤波算法和 alpha - beta 滤波算法分别进行 100 次随机仿真, 统计得到的定位精度如表 1 和表 2 所示。其中, 采用卡尔曼滤波算法的某次仿真的结果曲线如图 2 ~ 图 10 所示。

表 1 卡尔曼滤波算法定位精度

Tab. 1 The locating accuracy of Kalman filtering algorithm

定位时间/s	3	4	5	6
定位误差 (50% 概率) /m	115.21	108.99	102.54	98.479
定位误差 (90% 概率) /m	181.28	182.21	172.98	167.67
$x$ 速度误差均值/ (m/s)	0.075897	0.02284	-0.13042	0.065899
$x$ 速度误差均方差/ (m/s)	3.112	2.0086	1.3304	0.95556
$y$ 速度误差均值/ (m/s)	0.44717	0.18176	0.11892	0.092964
$y$ 速度误差均方差/ (m/s)	5.9978	4.9231	4.0525	3.9006
$z$ 速度误差均值/ (m/s)	-1.3079	-0.73634	-0.63613	-0.69443
$z$ 速度误差均方差/ (m/s)	4.9983	3.9354	3.9011	3.762

表 2 alpha - beta 滤波算法定位精度

Tab. 2 The locating accuracy of alpha - beta filtering algorithm

定位时间 (s)	3	4	5	6
定位误差 (50% 概率) /m	105.88	101.57	90.918	86.948
定位误差 (90% 概率) /m	180.06	168.99	165.89	155.53
$x$ 速度误差均值/ (m/s)	-0.6483	0.26667	0.2597	0.65165
$x$ 速度误差均方差/ (m/s)	5.5733	3.0409	2.0151	1.8177
$y$ 速度误差均值/ (m/s)	1.8573	1.1604	0.99224	0.70343
$y$ 速度误差均方差/ (m/s)	6.8785	5.1572	4.203	4.1174
$z$ 速度误差均值/ (m/s)	-1.8457	-0.022771	0.50488	0.37299
$z$ 速度误差均方差/ (m/s)	6.5713	4.9824	4.4636	4.4839

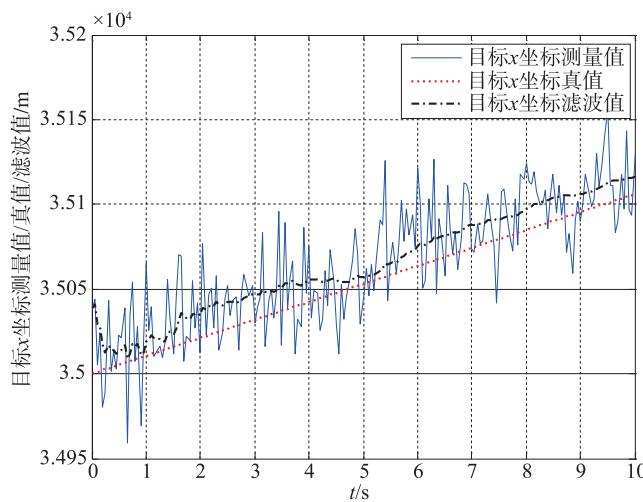
图 2 目标  $x$  坐标测量值/真值/滤波值曲线

Fig. 2 The target  $x$  coordinate measuring value / truth / filtering value curve.

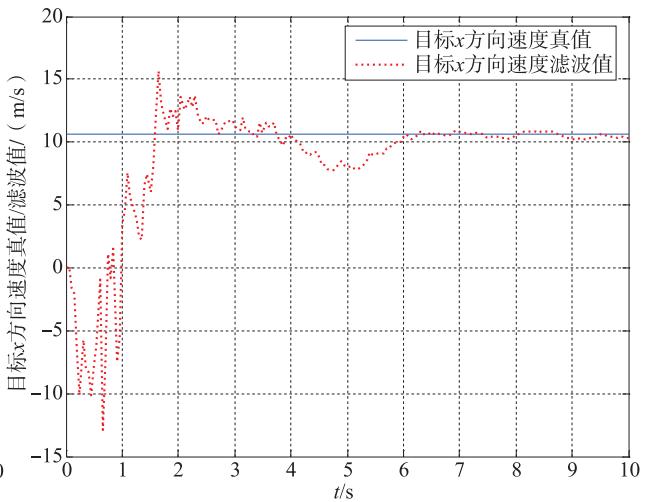
图 3 目标  $x$  方向速度真值/滤波值曲线

Fig. 3 The target  $x$  direction velocity truth / filtering value curve.

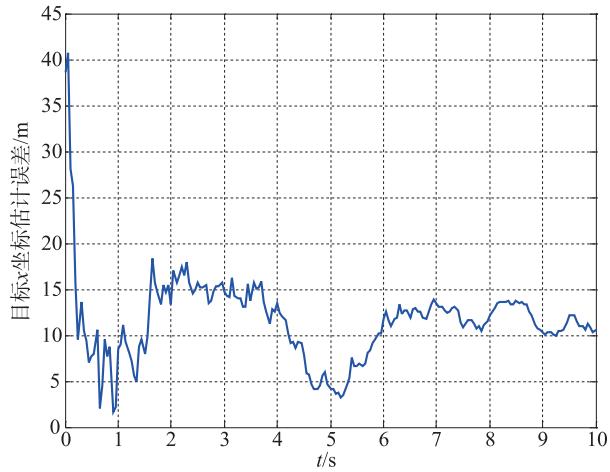
图 4 目标  $x$  坐标估计误差曲线

Fig. 4 The target  $x$  coordinate estimating error curve

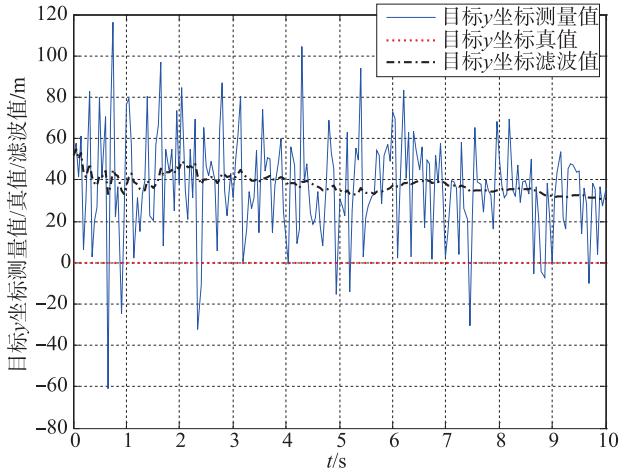
图 5 目标  $y$  坐标测量值/真值/滤波值曲线

Fig. 5 The target  $y$  coordinate measuring value / truth / filtering value curve

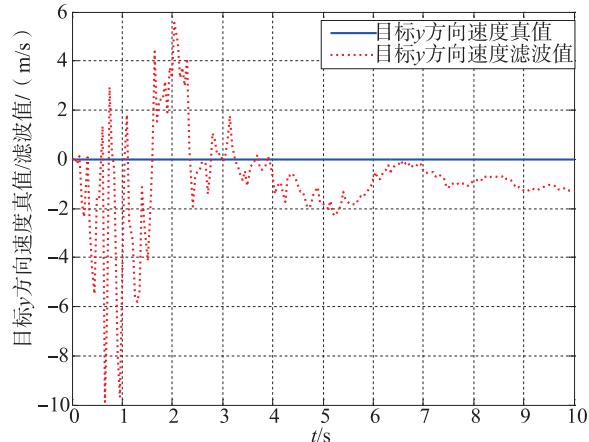
图 6 目标  $y$  方向速度真值/滤波值曲线

Fig. 6 The target  $y$  direction velocity truth / filtering value curve

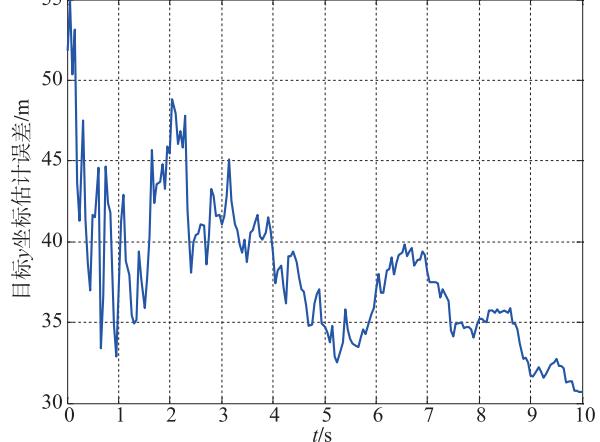
图 7 目标  $y$  坐标估计误差曲线

Fig. 7 The target  $y$  coordinate estimating error curve

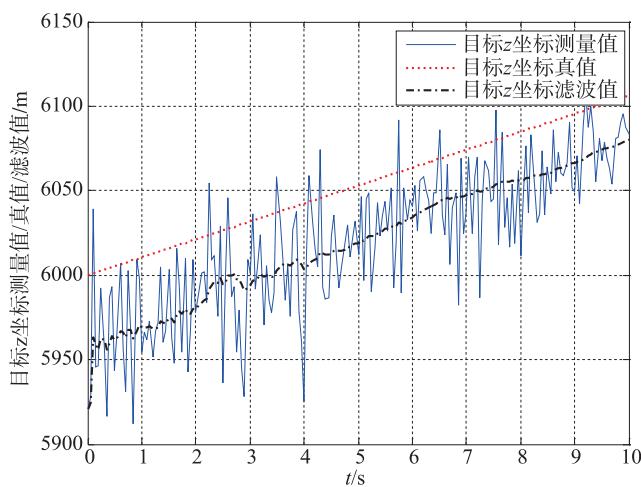


图 8 目标 z 坐标测量值/真值/滤波值曲线

Fig. 8 The target z coordinate measuring value / truth / filtering value curve

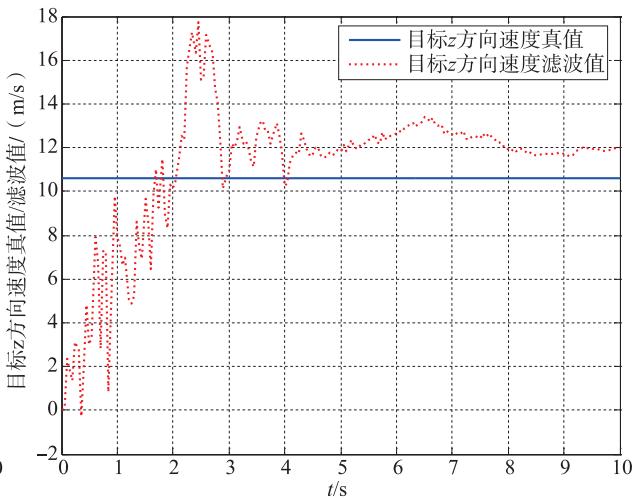


图 9 目标 z 方向速度真值/滤波值曲线

Fig. 9 The target z direction velocity truth / filtering value curve

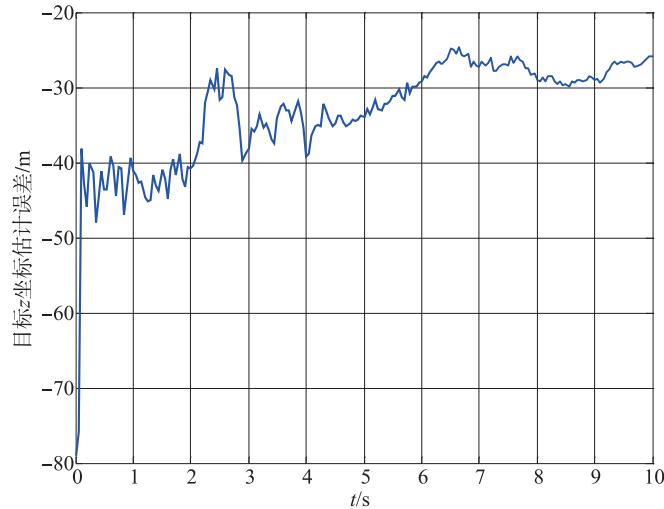


图 10 目标 z 坐标估计误差曲线

Fig. 10 The target z coordinate estimating error curve

## 5 结论

由仿真结果可以得出如下结论：

- 1) 本文所提出的 INS/SAR 组合对运动目标的定位具有较高的定位精度；
- 2)  $x$  方向速度估计值收敛较快，精度高，收敛时间约 2s，定位时间 6s 的精度约为  $1\text{m/s}$  ( $1\sigma$ )；
- 3)  $y$  方向和  $z$  方向速度估计值收敛较慢，收敛时间约 3s，由于受到惯导系统姿态角误差的影响导致定速精度较低。

## 参考文献

- [1] 朱学平, 杨军, 孙杰, 祝小平. UKF 在反辐射无人机抗目标雷达关机中的应用 [J]. 火力与指挥控制, 2009, 34 (7): 100–102.
- [2] 高社生, 李华星. INS/SAR 组合导航定位技术与应用 [M]. 西北工业大学出版社, 2004.
- [3] 安东, 董光明, 任思聪. INS/SAR 组合系统的原理及其性能研究 [J]. 西北工业大学学报, 1997, 15 (4): 586–591.
- [4] 高社生, 周涛. INS/SAR/GPS 组合导航系统中的信息融合算法研究 [J]. 航空电子技术, 2002 (1): 90–93.