

一种伺服机构刚度计算方法

刘源, 王永乐, 曹东海, 刘涛
(北京自动化控制设备研究所 北京 100074)

摘要: 伺服系统机械刚度的好坏不仅是影响其抵抗外部干扰能力的重要因素之一, 同时也对整个系统的控制性能起着决定性的作用。提出了一种伺服系统机械刚度的计算方法, 以电动舵机为例, 详细推导了组成系统各传动机构的机械刚度与整个系统机械刚度的数学关系, 指明了在研究伺服系统刚度时忽略前级传动机构刚度的两个前提条件。

关键词: 伺服系统; 机械刚度; 电动舵机; 减速比

中图分类号: TP275 **文献标识码:** A **文章编号:** 2095-8110 (2014) 02-0046-04

A Stiffness Calculation Method of Servo Mechanism

LIU Yuan, WANG Yong-le, CAO Dong-hai, LIU Tao
(Beijing Institute of Automatic Control Equipment, Beijing 100074, China)

Abstract: The mechanical stiffness of the servo system is good or bad is not only affecting one of the important factors for its resistance to external interference ability, also plays a decisive role in the control performance of the entire system. The method of calculation of the mechanical stiffness of a servo system is put forward, electric steering gear, for example. The mechanical relationship between the mechanical stiffness of the transmission mechanism at all levels of an integral system with the mechanical stiffness of the entire system is deduced in detail, and it pointed out two prerequisites to ignore the mechanical stiffness of the before - transmission in the study of the stiffness of the servo system.

Key words: Servo system; Mechanical stiffness; EMA; Reduction ratio

0 引言

电动舵机包括驱动电机、减速器、传动机构、输出轴支撑结构等, 它是将指令电信号经放大变换为电能输出, 由电动机或其它电磁装置输出至减速传动机构并最终驱动输出轴转动。输出轴与舵面直接相连, 舵面在飞行中受到的弯矩与扭矩很大, 所以舵机机械刚度的好坏直接影响舵机传动精度, 是飞行器飞行成功与否的关键因素。

电动舵机可靠性高, 成本低, 易于维护, 目前正被广泛应用于在短程、近程防空、反舰、反辐射等战术导弹、亚声速巡航导弹、超声速巡航道弹等功率较小 (1kW 以下) 的场合。部分电动舵机减速机构中采用前级齿轮系减速、后级滚珠丝杠减速, 输出部分采用连杆机构, 本文主要对此类舵机的机械刚度作一定的研究。

1 电动舵机机械刚度数学模型的建立

典型的电动舵机传动机构设计如图 1 所示。

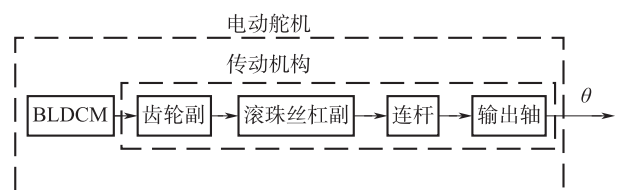


图 1 典型电动舵机的传动机构

Fig. 1 The typical transmission machine of EMA

舵机的减速机构由齿轮系、滚珠丝杠和连杆机构组成。设齿轮系、滚珠丝杠和连杆的减速比依次为 i_g 、 i_s 和 i_l , 滚珠丝杠副的导程为 p , 由于滚珠丝杠副的螺母与四连杆机构相连, 螺母的铰接点输出的直线位移可以看作是转接杆一端划过的弧线长, 设转接杆的长度为 L , 则滚珠丝杠副的减

收稿日期: 2013-03-18; 修订日期: 2013-05-10。

作者简介: 刘源 (1989—), 男, 硕士, 助理工程师, 主要从事结构设计、伺服刚度方面的研究。E-mail: leon0054@gmail.com

速比为:

$$i_s = \frac{2\pi \cdot L}{p} \quad (1)$$

记连杆机构上的两个关节分别为 A 点和 B 点, 其中摇臂长为 r, 摇臂与 x 轴正向夹角为 θ 。则滚珠丝杠前进 Δx 前的 A, B 两点的坐标设为 $A(x_a, y_a)$, $B(r\cos\theta, r\sin\theta)$ 前进 Δx 后坐标为 $A'(\Delta x + x_a, y_a)$, $B'(r\cos(\theta + \Delta\theta), r\sin(\theta + \Delta\theta))$, 则有:

$$(x_a - r\cos\theta)^2 + (y_a - r\sin\theta)^2 = L^2 \quad (2)$$

$$[x_a + \Delta x - r\cos(\theta + \Delta\theta)]^2 + [y_a - r\sin(\theta + \Delta\theta)]^2 = L^2 \quad (3)$$

当 $\Delta\theta$ 的值很小时, 理论上可以取: $\sin(\Delta\theta) \approx \Delta\theta$, $\cos(\Delta\theta) \approx 1 - \frac{\Delta\theta^2}{2}$, 可以由 (2) 式和 (3) 式得出 $\Delta x = f(\Delta\theta)$, 从而求出整个系统的减速比为:

$$i = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta x}\right) \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta\alpha}\right) \quad (4)$$

$$i_r = \frac{i}{i_g \cdot i_s} \quad (5)$$

设齿轮系的总机械刚度为 K_{gear} , 滚珠丝杠副的机械刚度为 K_{screw} , 连杆的刚度为 K_{rod} , 舵机壳体的机械刚度为 K_{body} , 系统总的机械刚度为 K , 则有:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_{gear-rod}} + \frac{1}{K_{screw-rod}} + \frac{1}{K_{rod}} + \frac{1}{K_{body-rod}} \quad (6)$$

其中 $K_{gear-rod}$, $K_{screw-rod}$ 和 $K_{body-rod}$ 分别为齿轮系、滚珠丝杠副和壳体的机械刚度折算到连杆机构上的机械刚度。

由于刚度之比等于负载和位移的比值, 当减速器平稳运行时, 各传动机构传动方向上的弹性变形可以使用各机构的微位移来表示。则有:

$$\frac{1}{K} = \frac{T_g \cdot \Delta\theta}{T_r \cdot \Delta\beta \cdot K_{gear}} + \frac{T_s \cdot \Delta\theta \cdot L}{T_r \cdot \Delta x \cdot K_{screw}} + \frac{1}{K_{rod}} + \frac{1}{K_{body-rod}} \quad (7)$$

其中 T_s 为滚珠丝杠副的等效转矩, 化简可得:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{(i_s \cdot i_r)^2 \cdot K_{gear}} + \frac{1}{i_r^2 \cdot K_{screw}} + \frac{1}{K_{rod}} + \frac{1}{K_{body-rod}} \quad (8)$$

式 (8) 直观地说明了在研究伺服系统机械刚度时, 可以有选择地忽略前级减速机构的机械刚度对整个伺服系统机械刚度的影响, 指明了忽略

的前提条件有:

- 1) 伺服系统的后级减速机构传动比较大;
- 2) 伺服系统前级的机械刚度与系统该级传动后任一级的机械刚度至少在同一个数量级。

2 电动舵机机械刚度计算与分析

2.1 齿轮系与滚珠丝杠副的机械刚度

带入电动舵机的相关参数, 求解各机构传动比, 可得图 2 ~ 图 4 所示结果。

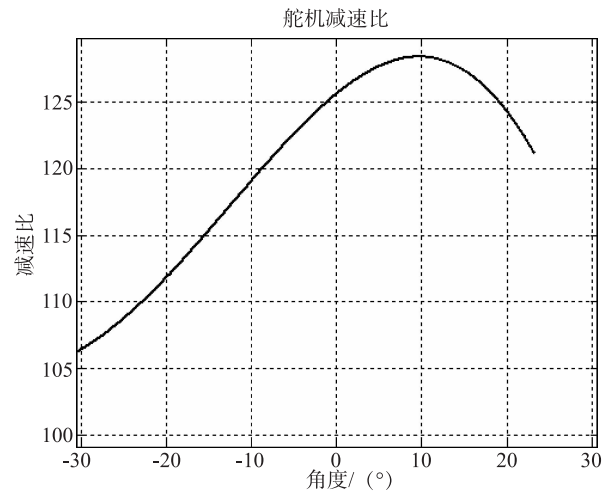


图 2 电动舵机的总减速比

Fig. 2 The total reduction ratio of EMA

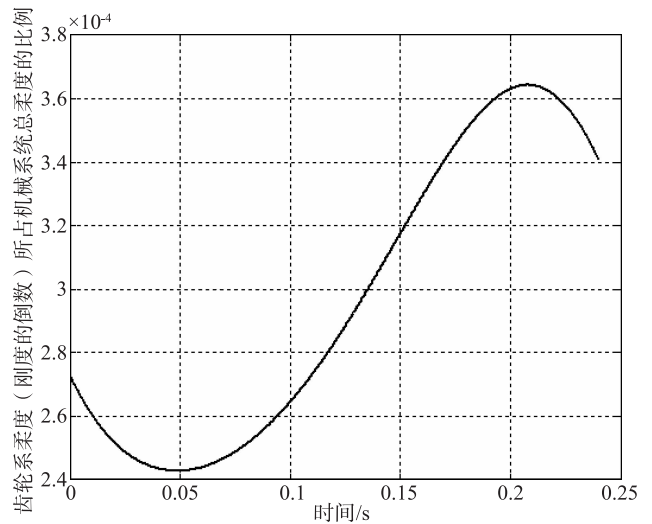


图 3 齿轮系柔度占系统机械柔度比例

Fig. 3 The flexibility proportion of gears in machine system

对于伺服系统而言, 由于滚珠丝杠副和连杆机构的存在, 伺服系统的减速比不是一个常数, 而是呈现一个正弦曲线的变化趋势, 这与曲柄周

周期性循环运动相吻合, 实际舵机的输出轴的偏转角度有限, 所以只取输出轴偏转角在 $-30^\circ \sim +30^\circ$ 之间的值。

由图3可以看出齿轮系的柔度(刚度的倒数)占系统柔度的 10^{-4} 的数量级, 可忽略不计。而滚珠丝杠, 舵机壳体和连杆机构所占系统的柔度比例较大。

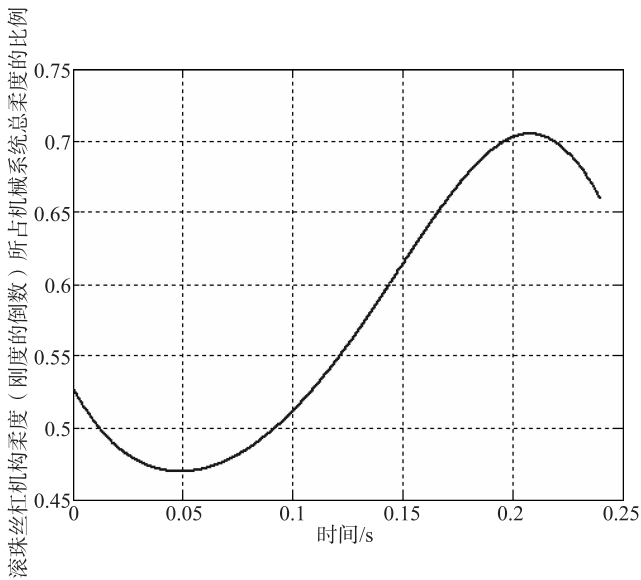


图4 滚珠丝杠副柔度占系统机械柔度比例

Fig. 4 The flexibility proportion of ball-screw in machine system

实际中, 由于滚珠丝杠副的机械刚度相比舵机壳体和连杆机构刚度要大很多, 并非整个传动机构机械刚度的薄弱环节。因此, 在分析整个系统的机械刚度时, 可以忽略前级齿轮系和滚珠丝杠副的刚度, 重点分析舵机壳体和连杆机构的机械刚度即可。

2.2 舵机壳体的机械刚度

对于舵机壳体而言, 当负载施加在滚珠丝杠副上时, 主要由支撑丝杠的轴承外环与舵机壳体的轴向接触面承受, 在计算舵机壳体的机械刚度时, 由于舵机壳体非常复杂, 目前只能采用有限元的方法通过仿真对其进行分析。使用 Ansys 仿真分析得到舵机壳体的机械刚度为 $1696.8 \text{ N} \cdot \text{m}/(^{\circ})$ 。

2.3 连杆机构的机械刚度

对于连杆机构而言, 电动舵系统的连杆机构可以简化为曲柄滑块机构, 如图5所示。设曲柄所

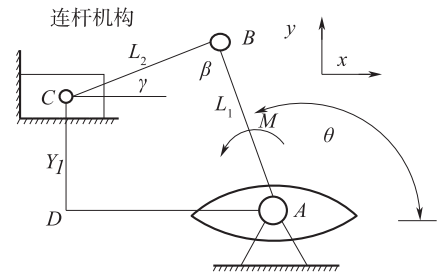


图5 电动舵机输出轴示意图

Fig. 5 The sketch map of EMA shaft

受力矩为 M , 滑块中心与铰 A 中心的垂直距离为 Y_1 , 曲柄的长度为 L_1 , 转接杆的长度为 L_2 , 曲柄的初始角度为 θ 。

假设曲柄与转接杆均为二力杆, 则有:

$$\sin\gamma = \frac{L_2}{L_1 \sin\theta - Y_1} \quad (9)$$

将转接杆受到的力分解为沿曲柄杆方向和曲柄切向, 则有:

$$F_2 \cdot \sin\beta = F_{1r} = \frac{M}{L_1} \quad (10)$$

$$F_3 = F_2 \cos\gamma = \frac{M \cos\gamma}{L_1 \sin\beta} \quad (11)$$

则变形后, 曲柄的杆长为:

$$L'_1 = L_1 - \Delta L_1 = L_1 + \frac{M \cot\beta}{EA_1} \quad (12)$$

转接杆的杆长为:

$$L'_2 = L_2 - \Delta L_2 = L_2 - \frac{ML_2}{EA_2 L_1 \sin\beta} \quad (13)$$

以变形后的铰 C 为起点, 建立曲柄滑块机构的闭环矢量方程有:

$$\vec{CB} + \vec{BA} = \vec{CD} + \vec{DA} \quad (14)$$

将矢量分解到 x 轴 y 轴上, 有:

$$L_2 \cos\gamma + L_1 \cos(180 - \theta) + \Delta x_1 = \dots$$

$$L'_2 \cos(\gamma - \Delta\gamma) + L'_1 \cos(180 - \theta - \Delta\theta_1) \quad (15)$$

$$L'_1 \sin(\theta + \Delta\theta_1) - L'_2 \sin(\gamma - \Delta\gamma) = Y_1 \quad (16)$$

考虑到输出轴摇臂在实际中是以悬臂梁与扭转杆叠加的形式受力, 单一考虑扭转杆受力时, 输出轴的扭转变形量为:

$$\theta_1 = \frac{Ml}{GI_1} \quad (17)$$

单一考虑悬臂梁受力时，可得最大挠度为：

$$\omega_B = \frac{Ml^3}{3EL_1} \quad (18)$$

综合考虑拉压变形、悬臂梁与扭转杆形式的受力后，得到输出轴的总变形量为：

$$\Delta\theta = \Delta\theta_1 + \frac{Ml}{GI_1} + \arctan \frac{Ml^2}{3EL_1} \quad (19)$$

进而可求得该曲柄滑块机构的机械静刚度：

$$K_{rod} = \frac{M}{\Delta\theta} \quad (20)$$

3 舵机机械刚度理论计算与实际测试对比

由于舵机的减速比不是一个常数，为了验证前述理论推导的正确性，选择舵机在偏离初始位置（竖直方向）+10°（逆时针为正）时受到的具有代表性的三个负载值，分别计算系统在该条件下的机械刚度，并与实际测试的结果做对比，对比结果见表 1，系统的实际机械刚度见图 6。

表 1 电动舵机机械刚度理论计算与实测结果对比
 Tab.1 The mechanical stiffness contrast of EMA
 between theory – count and test

负载 M	100N · m	200N · m	300N · m
滚珠丝杠轴向力 F_3	1957.9N	3915.7N	5873.6N
齿轮系刚度 $K_{gear-rod}$	1096623 N · m/ (°)	1096628 N · m/ (°)	1096632 Nm/ (°)
滚珠丝杠副刚度 $K_{screw-rod}$	8256825 N · m/ (°)	8256837 N · m/ (°)	8256846 N · m/ (°)
舵机壳体刚度 $K_{body-rod}$	1696.8 N · m/ (°)	1696.8 N · m/ (°)	1696.8 N · m/ (°)
连杆机构刚度 K_{rod}	1021.5 N · m/ (°)	1048.44 N · m/ (°)	1082.99 N · m/ (°)
理论计算舵机刚度 K_1	637.65 N · m/ (°)	648.03 N · m/ (°)	661.06 N · m/ (°)
实测舵机刚度 K_2	434.25 N · m/ (°)	467.96 N · m/ (°)	482.42 N · m/ (°)
误差百分比	46.84%	38.48%	37.03%

4 结论

1) 提出了一种计算电动伺服系统机械刚度的方法，把求解系统机械刚度的问题转化为分别求解各传动机构机械刚度问题。在各传动机构可以分别考虑摩擦力、间隙等非线性因素对伺服系统机械刚度的影响，方便了分析。

2) 详细推导了伺服系统各传动机构机械刚度与整个系统机械刚度的关系式，由该关系式可以很明确地看出各传动机构机械刚度占整个系统机

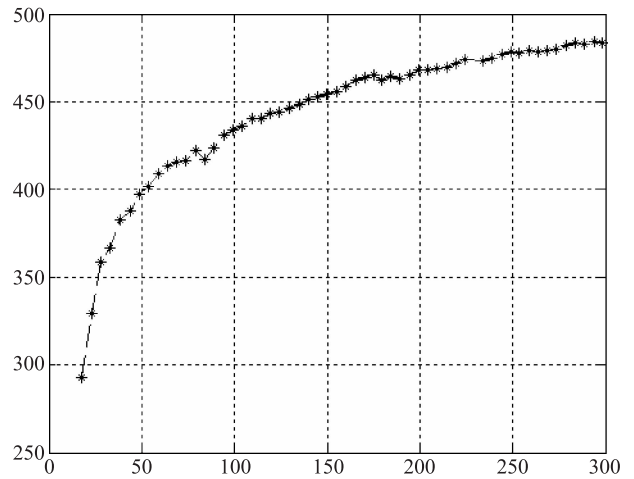


图 6 电动舵机实测机械刚度

Fig.6 The test-mechanical stiffness of EMA

械刚度的比例。

3) 提出了忽略前级传动机构机械刚度的两个前提条件。

4) 提出了一种非恒定减速比系统的减速比计算方法；

5) 本文的研究成果适用于其他伺服系统的机械刚度的计算。

参考文献

[1] Tests and Techniques for Characterizing and Modeling X - 43A Electromechanical Actuators, NASA/TM - 2008 - 214637, 21 - 27.

[2] David S. Laytonl and Vatanna G. Gaines, F - 22 Actuator Dynamic Stiffness (Impedance) Testing.

[3] 符芳涌. 民用液压舵机刚度研究浅析 [J]. 中国制造业信息化. 2011. 19.