

## 基于融合处理多系统接收机钟差的伪距单点定位算法研究

袁 兵<sup>1</sup>, 叶世榕<sup>1</sup>, 鲍立桂<sup>2</sup>

(1. 武汉大学卫星导航定位技术研究中心, 武汉 430072; 2. 福建新大陆电脑有限公司, 福州 350015)

**摘 要:** 多模导航定位较高的定位条件 (需可见卫星总数大于 5 颗) 限制了其在城市等卫星遮挡较严重的地区充分发挥多系统的优势。基于 Kalman 滤波, 提出一种将多系统接收机钟差融合为一个系统接收机钟差的多模伪距单点定位数据处理算法, 解决了多模导航定位在可见卫星数少于 6 颗大于 3 颗时无法定位的情况。分析了 GPS、北斗和 GLONASS 三系统一天的观测数据, 结果表明, 多系统接收机钟差融合后只需可见卫星总数大于 3 颗即可进行多模伪距单点定位。

**关键词:** 多模; 伪距单点定位; Kalman 滤波; 接收机钟差; 数据处理

**中图分类号:** P228.4      **文献标志码:** A      **文章编号:** 2095-8110(2015)04-0048-05

### Multi-mode Single Point Positioning Based on Processing of Integration Multi-system Clock Offset

YUAN Bing<sup>1</sup>, YE Shi-rong<sup>1</sup>, BAO Li-gui<sup>2</sup>

(1. Research Center of GNSS, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Fujian Newland Computer Co., Ltd., Fuzhou 350015, China)

**Abstract:** The relatively high condition of multi-mode navigation localization, in which the number of visible satellites must be more than five, confines its advantages of multi-system in cities or other places, where visible satellites would be kept out seriously. This paper proposed a data processing algorithm of multi-mode single point positioning, which fused multi-system clock offset to single-system clock offset based on Kalman filter. This algorithm solved the problem that multi-mode navigation localization would not be converged when the number of visible satellites is less than six, but more than three. Observation data of GPS, COMPASS and GLONASS in one day has been analyzed, which can come to a conclusion that when the number of visible satellites is more than three, multi-mode single point positioning can be converged if multi-system clock offset is integrated.

**Key words:** Multi-mode; Single point positioning; Kalman filter; Receiver clock offset; Data processing

## 0 引言

传统单点定位只需要一台接收机就可以进行实时导航定位, 条件要求少, 因此广泛应用于船舶导航、车辆定位、地质勘探等对精度要求不高的领域<sup>[1]</sup>。并且, 多卫星导航系统的发展使得单点定位有可能为人们提供更好的服务。GNSS 多系

统的集成无论是从连续性、可用性、可靠性、精度以及效率等各方面都更具优势<sup>[2]</sup>。国内外学者对伪距单点定位和多系统导航定位都有较多深入的研究: 李春华等<sup>[3]</sup>提出一种北斗伪距单点定位加权最小二乘 (WLS) 快速算法, 使得伪距单点定位计算的复杂度和精度都有明显改善; 范磊等<sup>[4]</sup>分析了 COMPASS 和 GPS 两个系统伪距单点定

收稿日期: 2015 - 02 - 22; 修订日期: 2015 - 05 - 16。

作者简介: 袁兵 (1990 - ), 男, 硕士, 主要从事卫星导航定位方面的研究。

E-mail: yuanbing2309@yeah.net

位之间的差异；陆亚峰等<sup>[5]</sup>分析得出北斗/GPS 组合伪距单点定位精度明显优于单系统；李鹤峰等<sup>[6-7]</sup>给出建立在时空统一上的 BDS /GPS /GLO-NASS 多模融合定位模型；文献 [8-9] 给出了 GPS、BDS、GLONASS 组合单点定位中各系统伪距之间的定权方法；张月超等<sup>[1]</sup>将 Kalman 滤波应用于 GNSS 伪距单点定位中，得到了精度更高，稳定性更好的结果。

本文将 Kalman 滤波应用于 GNSS 伪距单点定位中，提出一种融合多模导航定位数据处理算法，在一定条件下将多个系统接收机钟差融合为一个系统接收机钟差，减少了多模导航定位估计参数，从而降低多模导航定位的最低条件，充分发挥多模 GNSS 较单系统具有的优势。

## 1 多模 GNSS 伪距单点定位方程

以 GPS、COMPASS 和 GLONASS 三系统为例，在传统的误差方程中，每个系统的接收机钟差都作为一个独立的参数来估计，除去三维坐标参数外，三系统的导航定位数据处理还需估计 3 个接收机钟差参数，总共 6 个估计参数，误差方程如式 (1) 所示：

$$\begin{aligned} V_i &= \rho_i^0 - l_i V_X - m_i V_Y - n_i V_Z - cV_{tR}^{\text{GPS}} - \tilde{\rho}_i + \\ &\quad cV_{iS}^i - (V_{\text{ion}})_i - (V_{\text{trop}})_i \\ V_i &= \rho_i^0 - l_i V_X - m_i V_Y - n_i V_Z - cV_{tR}^{\text{BDS}} - \tilde{\rho}_i + \\ &\quad cV_{iS}^i - (V_{\text{ion}})_i - (V_{\text{trop}})_i \\ V_i &= \rho_i^0 - l_i V_X - m_i V_Y - n_i V_Z - cV_{tR}^{\text{GLONASS}} - \tilde{\rho}_i + \\ &\quad cV_{iS}^i - (V_{\text{ion}})_i - (V_{\text{trop}})_i \end{aligned} \quad (1)$$

式中， $V_X$ 、 $V_Y$ 、 $V_Z$  分别为测站三维坐标参数， $V_{tR}^{\text{GPS}}$ 、 $V_{tR}^{\text{BDS}}$ 、 $V_{tR}^{\text{GLONASS}}$  分别为 GPS、BDS、GLONASS 系统的接收机钟差参数， $V_{iS}^i$  为第  $i$  颗卫星的卫星钟差， $(V_{\text{ion}})_i$ 、 $(V_{\text{trop}})_i$  分别为第  $i$  颗卫星的电离层延迟和对流层延迟， $\rho_i^0$ 、 $\tilde{\rho}_i$  分别为测站至第  $i$  颗卫星的伪距估算值和伪距观测值， $V_i$  为观测误差， $l_i$ 、 $m_i$ 、 $n_i$  分别为三维坐标参数  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  的系数， $c$  为真空光速。

将式 (1) 中北斗和 GLONASS 接收机钟差作变换，如式 (2) 所示。

$$\begin{aligned} V_{tR}^{\text{BDS}} &= V_{tR}^{\text{GPS}} + m \\ V_{tR}^{\text{GLONASS}} &= V_{tR}^{\text{GPS}} + n \end{aligned} \quad (2)$$

事实上，对于同一接收机采集的多系统数据，各系统共同使用同一接收机钟，则它们接收机钟差应该是一样的。但是，不同系统的授时系统不一，导致各系统时间系统间存在一定偏差，对固定两个系统而言，两个系统时间基准间偏差为一波动量较小的常数<sup>[10]</sup>。这些偏差表现为接收机钟差系统间偏差，如式 (2) 中的  $m$ 、 $n$  所示。假设式 (2) 中  $m$ 、 $n$  为常数（在第 2 节用实验验证  $m$ 、 $n$  为波动量较小的数值，可以当做常数处理），得到：

$$\begin{aligned} V_i &= \rho_i - l_i V_X - m_i V_Y - n_i V_Z - cV_{tR}^{\text{GPS}} - \tilde{\rho}_i + \\ &\quad cV_{iS}^i - (V_{\text{ion}})_i - (V_{\text{trop}})_i \\ V_i &= \rho_i - l_i V_X - m_i V_Y - n_i V_Z - c(V_{tR}^{\text{GPS}} + m) - \\ &\quad \tilde{\rho}_i + cV_{iS}^i - (V_{\text{ion}})_i - (V_{\text{trop}})_i \\ V_i &= \rho_i - l_i V_X - m_i V_Y - n_i V_Z - c(V_{tR}^{\text{GPS}} + n) - \\ &\quad \tilde{\rho}_i + cV_{iS}^i - (V_{\text{ion}})_i - (V_{\text{trop}})_i \end{aligned} \quad (3)$$

由此可得，若得知  $m$ 、 $n$  的值之后，便可以将三个系统的接收机钟差参数融合为 1 个参数，在多模导航定位中只估计 4 个参数即可。

## 2 Kalman 滤波

Kalman 滤波是一种线性最小方差估计方法，其计算过程是不断预测和修正的过程，无需存储大量不同时刻的数据便可以解决大部分问题。

在初始历元中，并不能确切知道  $m$ 、 $n$  值。因此在卫星数充足的情况下，将  $m$ 、 $n$  同三维坐标以及 GPS 接收机钟差一起作为估计参数，状态方程如下

$$\mathbf{X} = [V_X \quad V_Y \quad V_Z \quad V_{tR}^{\text{GPS}} \quad m \quad n]^T \quad (4)$$

状态预测方程

$$\mathbf{X}_{k, k-1} = \Phi_{k, k-1} \mathbf{X}_{k-1} \quad (5)$$

式中， $\mathbf{X}_{k, k-1}$  为  $k$  时刻的状态预测值， $\mathbf{X}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻的状态估计值， $\Phi_{k, k-1}$  为状态转移矩阵。

$k=0$  时，状态方程初始值  $\mathbf{X}_0$  为第一个历元用最小二乘算法迭代计算得出的伪距单点定位结果。

状态转移矩阵可表示为

$$\Phi_{k, k-1} = \begin{bmatrix} I_p & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & I_{\Delta} \end{bmatrix}$$

式中， $I_p$ 、 $I_{\Delta}$  分别为  $3 \times 3$ 、 $2 \times 2$  单位矩阵。

第  $k$  历元状态估计方程为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k, k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_{k, k-1}] \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{Z}_k$  为第  $k$  历元观测序列, 为第  $k$  历元各卫星伪距观测量加上伪距观测量初值及相关误差改正 (对流层、电离层、地球自转改正等) 之后的结果;  $\mathbf{H}_k$  为第  $k$  历元设计矩阵, 由测站至卫星在三个方向的方向余弦组成;  $\mathbf{K}_k$  滤波增益矩阵。

滤波增益矩阵  $\mathbf{K}_k$  解算公式为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{R}_k$  为系统观测噪声方差矩阵, 它是根据第  $k$  历元各卫星高度角计算得到, 高度角越大,  $\mathbf{R}_k$  矩阵中相应的值越小;  $\mathbf{P}_{k, k-1}$  为  $k$  时刻误差方程矩阵预测值。

预测误差方程矩阵  $\mathbf{P}_{k, k-1}$  计算公式为

$$\mathbf{P}_{k, k-1} = \Phi_{k, k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k, k-1}^T + \Gamma_{k, k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k, k-1}^T \quad (8)$$

一般情况下不考虑过程噪声  $\mathbf{Q}_{k-1}$ , 因此式 (8) 可以简化为

$$\mathbf{P}_{k, k-1} = \Phi_{k, k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k, k-1}^T \quad (9)$$

$k = 0$  时,  $\mathbf{P}_0$  为单位矩阵。

估计误差方程矩阵计算公式为

$$\mathbf{P}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k, k-1} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k]^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (10)$$

由以上方程可知, 只给定初值  $X_0$  和  $P_0$ , 就可以根据  $k$  时刻观测值  $\mathbf{Z}_k$  递推求得  $k$  时刻状态估计值  $\mathbf{X}_k$ 。

待经过多次历元解算得到一个较为稳定的  $m$ 、 $n$  值之后, 可以将  $m$ 、 $n$  作为常数参与到往后的历元解算中, 此时只需估计 4 个参数 (3 个坐标参数, 1 个接收机钟差参数)。状态方程为

$$\mathbf{X} = [V_X \quad V_Y \quad V_Z \quad V_{I_R}^{\text{GPS}}]^T \quad (11)$$

相应状态转移矩阵变化为

$$\Phi_{k, k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \\ & 1 \end{bmatrix}$$

式中,  $\mathbf{I}_p$  为  $3 \times 3$  单位矩阵。

### 3 实验及结果分析

本文实验数据为某个 IGS 站一天 24 小时的观测文件 (包含 GPS、北斗和 GLONASS 观测数据), 观测时间为 2014 年 1 月 16 日, 设置 30s 采样率及

15°截止高度角, 总共 2880 个观测历元数据。

#### 3.1 实验

为了验证对于同一台接收机接收到的多系统数据而言, 两两系统间接收机钟差偏差值  $m$ 、 $n$  为在单天内波动较小的数值, 将  $m$ 、 $n$  值连同三维坐标以及 GPS 系统接收机钟差作为式 (4) 状态方程参数, 一起参与式 (4) ~ 式 (10) 的 Kalman 滤波估计。 $m$ 、 $n$  值估计结果如图 1、图 2 所示。为了直观, 接收机钟差以及  $m$ 、 $n$  值均用米作为单位 (即它们的值为钟差乘以光速  $c$  之后的结果)。图 1 和图 2 分别为 Kalman 滤波方程下各历元得到的  $m$  值和  $n$  值, 其横坐标单位为个, 每一个单位间隔代表一个历元。

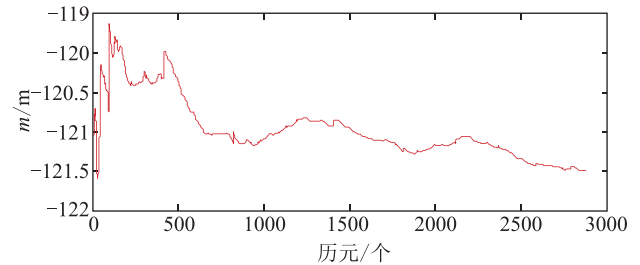


图 1 Kalman 滤波方程下单天时段内各历元  $m$  值

Fig. 1 Value of  $m$  of one day by Kalman filter algorithm

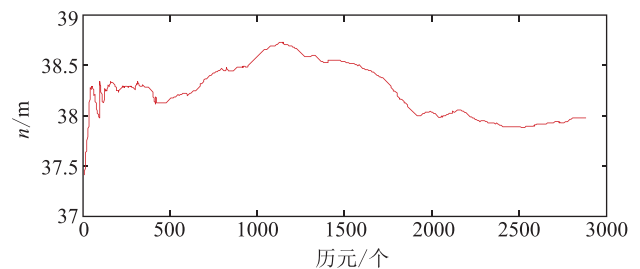


图 2 Kalman 滤波方程下单天时段内方向下各历元  $n$  值

Fig. 2 Value of  $n$  of one day by Kalman filter algorithm

表 1 Kalman 滤波方程解出的单天时段内  $m$ 、 $n$  值均值与均方差列表

Tab. 1 The list of mean and variance of  $m$  and  $n$  of one day computed by Kalman filter algorithm

参数	均值/m	均方差/m	最大值/m	最小值/m	最大值-最小值之差/m
$m$	-120.979	0.381	-119.640	-121.592	1.952
$n$	38.234	0.266	38.721	37.407	1.314

分析图1、图2及表1可知,  $m$ 、 $n$  值在初始一段历元中在一定较小范围内波动, 后逐渐趋于平缓, 它们的均方差均小于 0.4m, 说明单天时段内  $m$ 、 $n$  值波动范围不大。同时从表1可以看出, 单天时段内  $m$ 、 $n$  值最大值与最小值之差均小于 2m, 这个误差对伪距单点定位 10m 精度要求来说可以接受。但为了求得更精确的定位结果, 选第 50 个历元的 Kalman 滤波值作为  $m$ 、 $n$  值的已知值参与到后续 Kalman 滤波迭代运算中。如图3、图4和图5中红色线和青色线所示, 在第 50 个历元固定  $m$ 、 $n$  值之后, 多模伪距单点定位结果并没有受到太大影响。

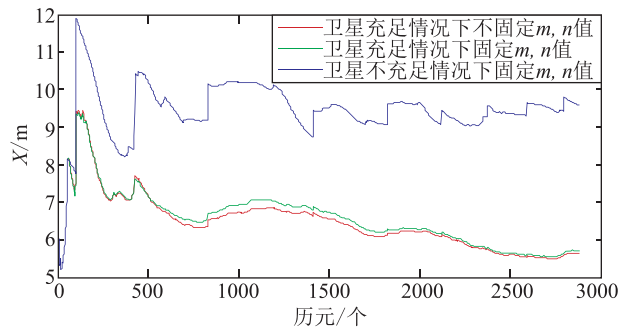


图3 单天 Kalman 滤波解各情况下 X 坐标值比较  
Fig.3 Comparison of X's coordinate values in the three cases

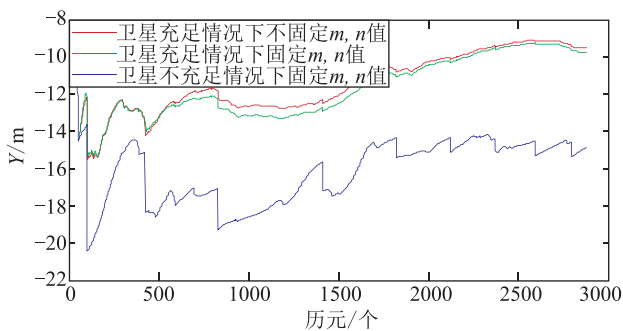


图4 单天 Kalman 滤波解各情况下 Y 坐标值比较  
Fig.4 Comparison of Y's coordinate values in the three cases

为了对比在卫星数充足情况下固定和不固定  $m$ 、 $n$  值对定位结果的影响, 以及验证在三系统卫星总数只有 (3+1) 或者 (3+2) 情况下固定  $m$ 、 $n$  值之后依然可以进行多模单点定位, 本文做了三

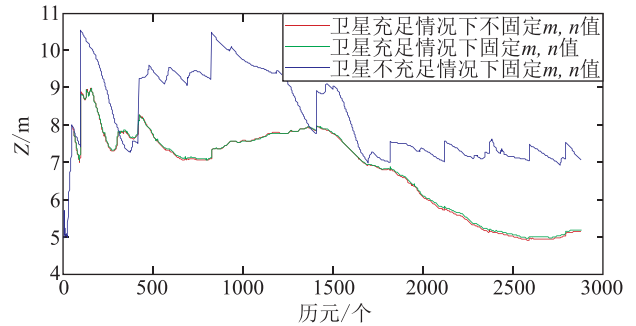


图5 单天 Kalman 滤波解各情况下 Z 坐标值比较  
Fig.5 Comparison of Z's coordinate values in the three cases

个实验, 如图3、图4和图5所示, 纵坐标单位为米, 横坐标一个单位代表一个历元, 一个历元 30s, 时间跨度从 2014 年 1 月 16 日 0 时 0 分 0 秒开始到 2014 年 1 月 16 日 23 时 59 分 30 秒结束。图3、图4和图5中红色线条所示为在卫星充足情况下不固定  $m$ 、 $n$ , 每个系统的接收机钟差均被独立估计情况下得出的测站三维坐标与测站坐标真值之差; 青色线条为卫星充足情况下在第 50 个历元之后, 固定  $m$ 、 $n$  得到的测站三维坐标与测站坐标真值之差; 蓝色线条为在第 50 个历元之后, 人为地将每个历元的 GLONASS 可见卫星减少为 1 颗, 北斗可见卫星减少为 1~2 颗, GPS 可见卫星减少为 1~2 颗, 保证三系统可见卫星总数为 (3+1) 颗或者 (3+2) 颗, 然后开始固定  $m$ 、 $n$  值得到的测站三维坐标值与测站坐标真值之差。

由于采用了 Kalman 滤波, 测站坐标没有出现过大的跳变, 结果较平滑, 最后逐渐收敛到一个较接近真值的值域内。

### 3.2 实验分析

分析图3、图4和图5中的红色线条和青色线条, 即卫星数充足情况下不固定  $m$ 、 $n$  (红色线条所示) 和固定  $m$ 、 $n$  (青色线条所示) 两种模式得出的测站坐标结果在 X、Y、Z 方向上基本一致, 由此可知将在第 50 个历元计算得出的  $m$ 、 $n$  值从第 51 个历元开始, 作为  $m$ 、 $n$  的已知值参与后续 Kalman 滤波迭代运算之后,  $m$ 、 $n$  值在各历元的波动量并没有引起多模伪距单点定位太大的变化, 在固定  $m$ 、 $n$  值和不固定  $m$ 、 $n$  值情况下伪距单点定位结果几乎一致。因此, 在单天时段内, 取一

定数量历元计算所得的  $m$ 、 $n$  平均值作为  $m$ 、 $n$  已知值代入式 (3), 代替 GLONASS 系统和北斗系统接收机钟差, 参与到后续 Kalman 滤波计算中是可行的。

图 3、图 4 和图 5 的蓝色线条表示了在三系统可见卫星总数只有 4 颗或者 5 颗情况下, 固定  $m$ 、 $n$  所得测站坐标值与真值之差, 其精度要低于在卫星数充足情况下固定  $m$ 、 $n$  所得测站坐标的精度, 但是仍在伪距单点定位所能接受的误差范围之内。其精度较差原因可能是由于在极少数可见卫星数情况下, 卫星空间结构较差, 以及多余观测值较少导致的。

#### 4 结论

本文提出了一种在多模伪距单点定位中将多系统接收机钟差融合为一个系统接收机钟差的算法, 并推导了该算法的递推公式。该算法建立了 Kalman 滤波方程, 将 GLONASS 系统和北斗系统接收机钟差与 GPS 系统接收机钟差之差 (如式 (2) 所示) 同位置参数和 GPS 系统接收机钟差一起作为估计参数参与到 Kalman 滤波迭代运算中, 并选取经过一定历元计算得到的 Kalman 滤波值作为  $m$ 、 $n$  已知值参与到后续 Kalman 滤波迭代运算中, 从而将三系统状态方程估计参数从 6 个减少到 4 个。该算法降低了多模定位的最低条件, 充分发挥了多模 GNSS 相对于单系统的可见卫星总数较多等优势, 即使在可见卫星总数只有 (3+1) 或者 (3+2) 颗情况下依然可以进行三系统的伪距单点定位。实验结论表明, 融合多模导航定位数据处

理算法可以达到 10m 的伪距单点定位精度, 符合标准单点定位的精度要求。本文做了单天时段内三系统导航定位的实验, 在以后的工作中可以将该算法推广到双系统、四系统或者是更多系统的导航定位数据处理中, 其理论和算法同三系统是一样的。同时试验时间跨度可以从单天时段延伸到数日或数月情况下。

#### 参考文献

- [1] 张月超, 陈义, 胡川. Kalman 滤波在 GNSS 伪距单点定位中的应用[J]. 全球定位系统, 2013, 38 (6): 31-57.
- [2] 郭斐, 张小红, 王明华. GNSS 多系统集成的兼容性问题[J]. 测绘信息与工程, 2012, 40 (3): 13-15.
- [3] 李春华, 蔡成林, 邓克群. 一种北斗伪距单点定位的加权最小二乘 (WLS) 快速算法[J]. 重庆邮电大学学报 (自然科学版), 2014, 26 (4): 466-472.
- [4] 范磊, 钟世明, 欧吉坤. COMPASS 与 GPS 伪距单点定位精度分析[A]. 第四届中国卫星导航学术年会, 中国湖北武汉, 2013.
- [5] 陆亚峰, 楼立志, 马绪瀛, 等. 北斗与 GPS 组合伪距单点定位精度分析[J]. 全球定位系统, 2013, 38 (6): 1-6.
- [6] 李鹤峰, 党亚民, 秘金钟, 等. BDS/GPS/GLONASS 融合定位模型及性能分析[J]. 测绘通报, 2014 (9): 1-5.
- [7] 李鹤峰, 党亚民, 秘金钟, 等. BDS 与 GPS、GLONASS 多模融合导航定位时空统一[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33 (4): 73-78.
- [8] 何俊, 袁小玲, 曾琪. GPS/BDS/GLONASS 组合单点定位研究[J]. 测绘科学, 2014, 39 (8): 124-128.
- [9] 尚梦云, 高晖, 常青, 等. GPS/GLONASS/BDS 三系统组合定位的定权方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2014, 12 (3): 374-378.
- [10] 王党卫. 时间统一系统研究[J]. 现代导航, 2012, 6: 450-455.