

领航跟随多导弹系统分布式协同制导

毛昱天，杨明，张锐，乔治，吴丹

(中国兵器工业导航与控制技术研究所，北京 100089)

摘要：研究了具有领弹-从弹网络结构的多导弹分布式协同制导问题，首先运用代数图论和非线性系统一致性理论，分析了导弹局部通信拓扑与领弹-从弹网络化分布式协同制导系统性能之间的关系，进而设计了一类分布式的多弹协同制导律。该分布式协同制导可使领弹和从弹同时到达目标，且各相邻导弹间仅传输各自的可测状态信息，算法具有较低的通信代价和较好的可扩展性。最后给出了相关数值仿真算例，仿真结果验证了相关控制算法的有效性。

关键词：导弹；异构网络；分布式协同制导；一致性

中图分类号：TJ765 文献标志码：A 文章编号：2095-8110(2016)02-0020-05

Decentralized Cooperative Guidance for Leader-follower Multi-missile Systems

MAO Yu-tian, YANG Ming, ZHANG Rui, QIAO Zhi, WU Dan

(Chinese Ordnance Navigation and Control Technology Research Institute, Beijing 100089, China)

Abstract: The problem of decentralized cooperative guidance of leader-follower heterogeneous multiple missiles is investigated. First, the relations between the local communication topology of the missiles and the performance of the decentralized cooperative guidance system are analyzed via algebraic graph theory and consensus theory for nonlinear systems. Furthermore, a kind of decentralized cooperative guidance law is presented based on only local measurable states of the interconnected missiles, which exhibits low communication cost and good scalability. Finally, numerical simulations are demonstrated to verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Missile; Heterogeneous network; Decentralized cooperative guidance; Consensus

0 引言

随着反导技术的快速发展，综合一体化的现代防御体系正逐步形成，单枚导弹突破防御和高效毁伤目标将变得非常困难。未来的战争将是系统与系统、体系与体系的对抗。因此，多导弹协同攻击将更加符合未来发展的趋势，多枚导弹通过信息交互与共享实现功能互补，不仅可以大大提高导弹的突防能力，而且还能完成单枚导弹不易完成的任务，如实现战术隐身、增强电子对抗能力等^[1]。协同制导律作为协同作战的关键技术

之一，是保证精确打击的前提。

文献[1]和文献[2]讨论了多导弹协同制导律的约束条件和各类导引律的方法和特点。文献[3]提出了一种攻击时间可控制导律，并将其应用于反舰导弹的编队齐射攻击，该制导律需预先人工指定攻击时间来实现协同攻击，但不能实现导弹之间的自动协同。文献[4]在共享导弹之间剩余飞行时间和飞行距离的基础上，进一步设计了寻的导弹的协同制导律。文献[5]提出了一种基于领弹和被领弹策略的多导弹时间协同制导律，领弹采用经典比例导引律，从弹制导指令采

收稿日期：2015-04-23；修订日期：2015-05-20。

作者简介：毛昱天（1984-），男，工程师，博士，主要从事多导弹系统协同制导控制方面的研究。

E-mail: yutianmao@163.com

用时标分离和动态逆控制方法，该方法要求所有被领弹与领弹之间必须进行通信。文献[6]运用非线性跟踪控制原理，提出了一种基于虚拟领弹且时间可控的多导弹协同制导方法。上述基于领弹或虚拟领弹的协同制导方法都有一个共同的特点，即所有从弹与领弹之间必须进行通信，本质上是一种集式结构，鲁棒性和可扩展性较差，也不利于导弹实现战术隐身与静默攻击。

本文基于代数图论和非线性系统受控一致性理论，提出一种基于邻接个体局部信息交互的领弹-从弹异构多导弹系统分布式协同制导方法，可实现所有导弹对于运动目标的同时攻击，与集中式控制方式相比，具有通信量小，动态重构性和可扩展性好等优点。

1 多导弹协同制导模型

假设所有导弹具有相同的通信能力，其通信半径均为 R ，各导弹的通信邻域用半径为 R 的虚线圆圈表示。不失一般性，考虑由1枚领弹和 n 枚从弹组成的多导弹系统，对各领弹和从弹进行自然编号，即领弹编号为0，各从弹编号依次从 $1 \sim n$ 。特别地，图1给出了基于局部通信拓扑结构的、对于4枚导弹系统的分布式协同制导原理图，领弹 M_0 和各从弹 M_i ($i = 1, 2, 3$)间采用最近邻通信方式，领弹沿给定导引律飞行且不受各从弹的约束；从弹则基于局部通信邻接关系进行信息交互，从而在原给定导引律的基础上叠加协同控制分量，

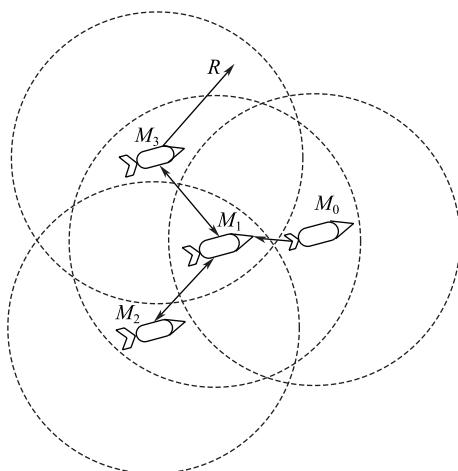


图1 多导弹系统协同制导原理图

Fig. 1 Cooperative guidance of multi-missile systems

但只有与领弹有直接通信连接关系的从弹才受到领弹的直接牵引。

领弹 M_0 和各从弹 M_i 与目标的相对运动关系如图2所示。图中 v_0 、 v_i 为领弹 M_0 和从弹 M_i 的飞行速度； r_0 、 r_i 为领弹 M_0 和从弹 M_i 与目标的相对距离； q_0 、 q_i 为领弹 M_0 和从弹 M_i 与目标的视线角； η_0 、 η_i 为领弹 M_0 和从弹 M_i 的速度矢量前置角。

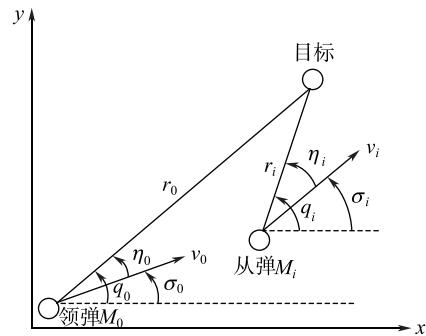


图2 领弹 M_0 和从弹 M_i 与目标的相对运动关系

Fig. 2 Relative motion between M_0 and M_i

设领弹 M_0 按比例导引律飞行，速度为 V 且保持不变，进一步得到 M_0 相对目标的导引关系为：

$$\begin{aligned}\dot{r}_0 &= -v_0 \cos \eta_0, \quad \dot{r}_0 q_0 = v_0 \sin \eta_0 \\ q_0 &= \eta_0 + \sigma_0, \quad \dot{\sigma}_0 = \frac{a_0}{v_0}\end{aligned}\tag{1}$$

其中， a_0 为领弹 M_0 的法向加速度指令，采用经典比例导引律如下

$$a_0 = N v_0 \dot{q}_0 \tag{2}$$

其中， N 为比例导引系数。综合式(1)、式(2)可得 M_0 在比例导引下的闭环制导模型：

$$\begin{aligned}\dot{r}_0 &= -v_0 \cos \eta_0 \\ \dot{\eta}_0 &= (1 - N) v_0 \frac{\sin \eta_0}{r_0}\end{aligned}\tag{3}$$

进一步假设各从弹 M_i 采用“比例导引+分布式协同导引”的制导策略，据此可以得到 M_i 的协同制导模型：

$$\begin{aligned}\dot{r}_i &= -v_i \cos \eta_i + g_{i1} \\ \dot{\eta}_i &= (1 - N) v_i \frac{\sin \eta_i}{r_i} + g_{i2}\end{aligned}\tag{4}$$

其中， g_{i1} 和 g_{i2} 分别为叠加在 M_i 的比例导引基础上的协同导引控制分量，用于 M_i 与其邻接导弹

间的协同信息交互以在线调整 M_i 的与目标的视线速度和前置角速度。

对于多弹协同攻击而言,若在攻击目标后期能够保证 $r_i = r_0$, $\eta_i = \eta_0$, 或者 $r_i = r_0$, $\eta_i = -\eta_0$, 则领弹 M_0 与所有从弹 M_i 将实现同时抵达目标^[7], 具体如图3(a) 和图3(b) 所示。因此, 分布式协同制导律的设计核心为各从弹 M_i 合理设计 g_{i1} 和 g_{i2} 。

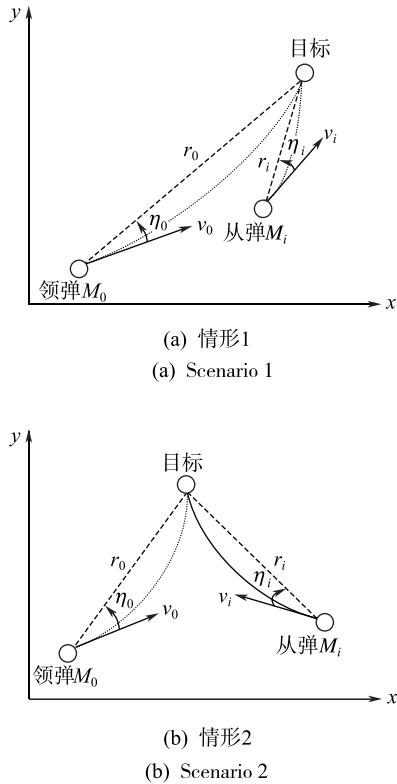


图3 领弹 M_0 和从弹 M_i 飞行末段运动示意图

Fig. 3 Motion illustration of terminal guidance between M_0 and M_i

2 异构多导弹协同制导方法

2.1 网络通信拓扑模型

不失一般性, 考虑系统中存在一个领弹的情形, 基于如图1所示的分布式局部通信的异构多导弹协同网络的通信拓扑结构, 可将整个网络通信拓扑模型分为领弹与从弹间的通信拓扑模型和从弹与从弹间的通信拓扑模型两部分。

2.1.1 领弹与从弹间的通信拓扑模型

领弹 M_0 与从弹 M_i 间的通信拓扑模型 G_1 可用它们之间的通信连接关系 β_{0i} 和连接权值 $\gamma_{0i} > 0$ 来共

同加以描述, 其中

$$\beta_{0i} = \begin{cases} 0, & M_0 \text{ 与 } M_i \text{ 无通信连接} \\ 1, & M_0 \text{ 与 } M_i \text{ 有通信连接} \end{cases} \quad (5)$$

2.1.2 从弹与从弹间的通信拓扑模型

从弹 M_i 与从弹 M_j 间的通信拓扑模型 G_2 可用它们之间的通信连接关系 α_{ij} 和连接权值 $\tau_{ij} > 0$ 来共同加以描述, 其中

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 0, & M_i \text{ 与 } M_j \text{ 无通信连接} \\ 1, & M_i \text{ 与 } M_j \text{ 有通信连接} \end{cases} \quad (6)$$

由于假设各导弹具有相同的通信能力, 所以有 $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$, $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ 。

各导弹间的通信连接关系可以用代数图论中有关无向图的加权拉普拉斯矩阵 (Weighted Laplacian matrix) 来加以描述^[8-9]。领弹 M_0 与从弹 M_i 之间的通信拓扑的加权拉普拉斯矩阵 $L_1 = (l_{ij}^{(1)})_{n \times n}$ 为分块对角矩阵, 即

$$L_1 = \text{diag}\{\gamma_{01}\beta_{01}, \gamma_{02}\beta_{02}, \dots, \gamma_{0n}\beta_{0n}\} \quad (7)$$

从弹 M_i 与从弹 M_j 之间的通信拓扑的加权拉普拉斯矩阵为 $L_2 = (l_{ij}^{(2)})_{n \times n}$

$$l_{ij}^{(2)} = \begin{cases} \sum_{j \in N_i \setminus \{i\}} \alpha_{ij} \tau_{ij}, & j = i \\ -\alpha_{ij} \tau_{ij}, & j \neq i, j \in N_i \end{cases} \quad (8)$$

其中, N_i 为与从弹 M_i 具有通信连接关系的其他从弹集合。显然有 $l_{ij}^{(1)} = l_{ji}^{(1)}$, $l_{ij}^{(2)} = l_{ji}^{(2)}$, 即 L_1 和 L_2 均为实对称矩阵。

2.2 分布式协同制导律设计

根据式(3)和式(4), 定义异构多导弹系统状态栈向量 $x_i = [r_i, \eta_i]^T$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$, 进而定义比例导引下导弹闭环制导系统模型 $f_i(x, t)$ 如下

$$f_i(x_i, t) = \begin{bmatrix} -v_i \cos \eta_i \\ (1-N)v_i \frac{\sin \eta_i}{r_i} \end{bmatrix}, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (9)$$

进一步为 M_i 定义分布式协同控制分量如下

$$u_i = [g_{i1}, g_{i2}]^T, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

于是, 由式(3)和式(4)所表示的异构领弹-从弹闭环制导系统模型可统一表述成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= f_0(x_0, t) \\ \dot{x}_i &= f_i(x_i, t) + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (11)$$

从式(11)可以看出, 领弹 M_0 沿给定比例导引律飞行, 其飞行状态不受各从弹 M_i 状态的约束; 而各从弹 M_i 则在给定比例导引律的基础上叠加了协同导引控制分量 \mathbf{u}_i , 以实现协同任务。

基于非线性系统的受控一致性原理^[10], 为各从弹 M_i 设计的分布式协同制导分量 \mathbf{u}_i 如下

$$\mathbf{u}_i = -\sum_{j \in N_i} \alpha_{ij} \tau_{ij} (x_i - x_j) - \beta_{0i} \gamma_{0i} (x_i - x_0) \quad (12)$$

\mathbf{u}_i 的作用是实现各从弹之间以及从弹与领弹之间的信息交互与协同, 以便调节其与目标间的相对距离和速度前置角, \mathbf{u}_i 仅用到与导弹*i*相邻的各导弹*j*的状态信息, 因而具有典型的分布式计算特点。

由于领弹 M_0 按经典比例导引律飞行, 并且不受到各从弹 M_i 的约束, 其在比例导引律下的运动模型同式(1)。由此可见, M_i 的状态变化除了与 M_0 相同的比例导引律引起的状态 $f_i(x, t)$ 以外, 还与 $M_j (j \in N_i)$ 以及 M_0 的状态有关, 而这又依赖于 M_i 与 M_0 以及 M_i 与 M_j 之间的通信拓扑模型 G_1 和 G_2 。

当状态模型 $f_i(\cdot)$ 以及通信拓扑 G_1 和 G_2 的加权拉普拉斯矩阵 \mathbf{L}_1 和 \mathbf{L}_2 满足如下关系

$$\lambda_{\min}(\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2) > \max_{i=1}^n \lambda_{\max}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}(x_i, t)\right) \quad (13)$$

则所有从弹 M_i 状态收敛至领弹 M_0 状态, 即可实现各从弹与领弹间的状态协同^[11], 即有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = x_0(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

式(14)中, $\lambda_{\min}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 代表矩阵的最小和最大特征值, 式(14)即为领航跟随多导弹分布式协同制导系统实现状态收敛的充分条件, 直接反映了可实现非线性受控一致性状态同步对于系统各类通信拓扑模型的要求。

3 数值仿真

考虑由1枚领弹和3枚从弹共4枚导弹所组成的异构多导弹系统对运动目标进行协同攻击, 要求各导弹同时到达目标点。多导弹系统对应的通信拓扑结构如图1所示。目标初始位置为(40000m, 10000m), 目标速度为300m/s, 导航比 $N=3$, 控制周期为0.1s。各导弹的初始位置、初始速度和初始前置角如表1所示。

表1 各导弹初始参数

Tab. 1 The initial states of all missiles

导弹	初始位置/m	初始速度/(m/s)	初始前置角/(°)
M_0	(0, 10000)	2500	-5
M_1	(0, 9000)	2500	-8
M_2	(1000, 8000)	2500	10
M_3	(500, 11000)	2500	7

该分布式多导弹系统通信拓扑中, 从弹中只有 M_1 与领弹 M_0 进行单向通信, 可接收到 M_0 的状态信息; 从弹 M_1 与 M_2 、从弹 M_1 与 M_3 之间是双向通信连接关系。

图4给出了系统的飞行轨迹曲线图, 黑色实线表示目标运动轨迹, 其他曲线为各导弹的运动轨迹。图5给出了各导弹对运动目标的跟踪误差随时间的变化曲线, 可以看出, 领弹和各从弹对于目标的跟踪误差渐近收敛, 各导弹可实现对于目标的同时攻击。图6给出了各导弹的速度前置角随时间的变化规律。

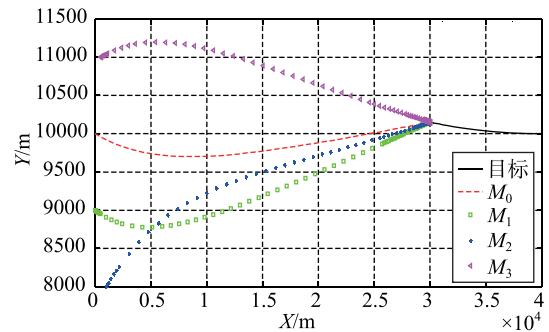


图4 协同导引下各导弹飞行轨迹

Fig. 4 Trajectories of all missiles

with cooperative guidance law

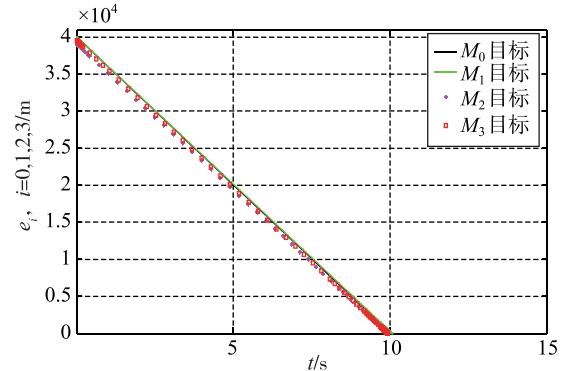


图5 协同导引控制下各从弹跟踪误差

Fig. 5 Tracking errors of all followers

with cooperative guidance law

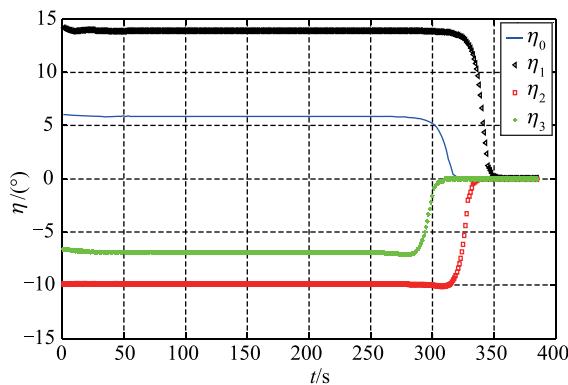


图 6 协同导引控制下各导弹前置角

Fig. 6 Lead angles of all missiles with cooperative guidance law

其中, k 代表仿真迭代次数。上述仿真结果表明: 基于最近邻通信交互机制下的分布式协同制导控制律, 可以实现领航跟随异构多导弹系统的分布式协同制导和对于目标的同时攻击, 因而可验证相关制导控制算法的有效性。

4 结论

本文研究了具有领弹-从弹通信拓扑结构的多导弹系统协同攻击目标的分布式制导律设计问题, 将经典比例导引律与非线性分散化一致性控制策略有机结合, 提出了完全分布化的领航-跟随多导弹协同制导律设计方法, 实现了多导弹对于运动目标的同时攻击。由于该协同制导律仅需相邻导弹之间传输各自的可测状态信息, 因而具有局部通信和分布式计算等特点; 且制导律形式简单、通信量少, 便于工程实现, 能够在提高导弹攻击突防概率的同时, 降低对从弹弹载计算机和探测设备的要求, 从而有效降低成本。

参考文献

- [1] 王建青, 李帆, 赵建辉, 万聪梅. 多导弹协同制导律综述 [J]. 飞行力学, 2011, 29 (4): 6-10.
- [2] 张克, 刘永才, 关世义. 体系作战条件下飞航导弹突防与协同[J]. 战术导弹技术, 2005, 10 (2): 1-7.
- [3] I S Jeon, J I Lee, M J Tahk. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14 (2): 260-266.
- [4] 赵世钰, 周锐. 基于协调变量的多导弹协同制导 [J]. 航空学报, 2008, 29 (6): 1605-1611.
- [5] S Y Zhao, R Zhou. Cooperative guidance for multi-missile salvo attack [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21 (6): 533-539.
- [6] S Y Zhao, R Zhou, W Chen. Design of time-constrained guidance laws via virtual leader approach [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2010, 23 (1): 103-108.
- [7] 张友安, 马国欣, 王兴平. 多导弹时间协同制导: 一种领弹-被领弹策略[J]. 航空学报, 2009, 30 (6): 1109-1118.
- [8] C Godsil, G Royle. Algebraic graph theory [M]. New York: Springer Verlag, 2001.
- [9] R A Horn, C R Johnson. Matrix analysis [M]. London: Cambridge University Press, 1985.
- [10] W Wang, E S Jean. A theoretical study of different leader roles network [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 15 (7): 1156-116.
- [11] J E Slotine, W Wang. A study of synchronization and group co-operation using partial contraction theory [C]. Block Island Workshop on Cooperative Control, 2004: 1-9.