

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2017.05.008

基于变分贝叶斯的自适应鲁棒滤波算法

左云龙¹, 尹伟伟², 高敬东¹, 李开龙¹

(1. 海军工程大学导航工程系, 武汉 430000; 2. 海军 902 厂, 上海 200083)

摘要:针对组合导航姿态估计中, 观测同时受到野值与时变观测噪声影响的问题, 构造一种基于变分贝叶斯的自适应鲁棒滤波算法。该算法可以有效地解决自适应与鲁棒滤波策略的矛盾, 利用变分贝叶斯近似估计变换的观测噪声, 在变分贝叶斯的滤波框架内, 利用 Huber 滤波鲁棒化方法处理连续野值。在组合导航姿态估计试验中, 验证了该算法具有良好的自适应与鲁棒性, 并能够保持较高的估计精度。

关键词:卡尔曼滤波; 变分贝叶斯; 鲁棒; 自适应

中图分类号:U666.12

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2017)05-0048-06

Adaptive Robust Filtering Algorithm Based on Variational Bayesian

ZUO Yun-long¹, YIN Wei-wei², GAO Jing-dong¹, LI Kai-long¹

(1. Navigation Engineering Department, Naval University of Engineering, Wuhan 430000, China;

2. Navy 902 Factory, Shanghai 200083, China)

Abstract: In this paper, an adaptive robust filtering algorithm based on variational Bayesian method is proposed to solve the problem of the simultaneous observation of outliers and time-varying noises in the attitude estimation of integrated navigation. The algorithm can effectively solve the contradiction between the adaptive and robust filtering strategy, using variational Bayesian approximation to estimate the observation noise transformation, and deal with continuous outliers by using Huber filter robust method in the variational Bayesian filtering framework. In the integrated navigation attitude estimation experiment, it is proved that the algorithm has good adaptability and robustness, and maintains high estimation accuracy.

Key words: Kalman filter; Variational Bayes; Robust; Adaptive

0 引言

在卡尔曼滤波(Kalman Filtering, KF)的众多性能指标中,除了在通常情况下所关心的估计结果是否准确和可靠稳定外,在面对现实问题中,人们更关心在干扰的情况下,滤波算法是否仍能够提供可靠而精

准的估计结果,即滤波的抗干扰能力。滤波抗干扰能力总结起来有两种重要策略,即鲁棒和自适应。

从鲁棒和自适应的定义上来看,鲁棒和自适应策略在滤波中的体现主要集中于三个方面的观点:其一,从滤波模型的观点来看,自适应更多地体现为处理系统状态方程的干扰问题,诸如模型假设偏

收稿日期:2017-03-30;修订日期:2017-06-09

基金项目:国家自然科学基金(61374206);国家自然科学基金(61304241);国家自然科学基金(61703419);海军工程大学自主立项项目(20161576)

作者简介:左云龙(1988-),男,硕士研究生,主要从事惯性技术及应用方面的研究。E-mail:327731817@qq.com

差,模型参数干扰等问题,而鲁棒则更多体现为处理观测方程的干扰问题,诸如观测噪声污染等问题;其二,从观测量的观点来看,Kalman 滤波的系统状态方程本质也是一种观测方程,只不过观测量不是外界辅助信息,而是状态量本身,依据这种观点,自适应处理的是状态量中的干扰问题,而鲁棒处理的是观测量中的干扰问题;其三,从噪声处理方式来看,自适应多采用针对系统噪声或进一步预测的滤波方差加权或估计等处理方式体现滤波抗干扰能力,而鲁棒多采用针对观测噪声加权等处理方式体现滤波抗干扰能力。因此,可以说鲁棒和自适应策略是一对此消彼长的矛盾策略,比较直观的例子是,当系统受到干扰时,自适应会通过加权增大系统噪声方差的方式,将更多的外部信息引入到系统中来,用大量新信息来稀释干扰信息实现滤波抗干扰,在 Kalman 滤波算法中具体体现为增大增益 K ;而鲁棒则是通过加权减小观测噪声方差的方式,一旦敏感到系统受到干扰,将不再信任外部信息,用尽可能少的外部信息来实现滤波抗干扰,在滤波算法中具体体现为减小增益 K 。显然,自适应和鲁棒对于外部信息的认识造成了实现鲁棒自适应滤波算法构造的困难。而目前的主要鲁棒滤波方法^[1-6]和自适应滤波方法^[7-10]均没有很好地兼容两者之间的矛盾。

因此,为了解决鲁棒与自适应在同一种滤波算法中的矛盾性,本文提出了一种基于变分贝叶斯的自适应鲁棒滤波算法,利用变分贝叶斯(Variational Bayesian, VB)估计和高斯迭代滤波框架,提出一种兼顾鲁棒与自适应的 Kalman 滤波算法,该算法能够较好地实现鲁棒与自适应在同一滤波算法框架内的使用,在不同干扰类型和强度下,均取得了较好的估计效果。

1 变分贝叶斯自适应鲁棒滤波算法

考虑一个高斯线性系统运动模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (1)$$

式(1)表示从 $k-1$ 到 k 时刻, \mathbf{x}_k 是 n 维状态量, \mathbf{y}_k 是 m 维观测量, \mathbf{F}_{k-1} 是系统矩阵, \mathbf{H}_k 是观测矩阵, $\mathbf{w}_{k-1} \sim (0, \mathbf{Q}_{k-1})$, $\mathbf{v}_k \sim (0, \mathbf{R}_k)$, \mathbf{Q}_{k-1} 是系统噪声方差, \mathbf{R}_k 是观测噪声方差。

对于一般情况来说,可视 \mathbf{y}_k 不受外界干扰,并且 \mathbf{v}_k 完全服从零均值的高斯白噪声影响。但是,在

组合导航、信号处理等实际问题中,这种理想情况并不存在,一种较为普遍的情况是观测量 \mathbf{y}_k 中含有野值,并且 \mathbf{v}_k 的先验知识并不已知或时变。对于单独处理以上某一种问题,相关的研究是比较充分的,但是,如何将两者同时考虑的研究相对较少。因此,本文针对这种情况,将 VB 估计和 M 估计方法结合起来,构造一种可以同时处理观测方程中两种干扰的鲁棒滤波方法。

1.1 变分贝叶斯估计

VB 估计的核心思想在于将难以求解的贝叶斯估计的概率密度分解为易于求解的多个概率密度,即求解基于 $\mathbf{y}_{1:k}$ 的条件概率密度 $p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{y}_{1:k})$,如果 \mathbf{R}_k 是已知的,那么 KF 可以解决;而如果 \mathbf{R}_k 是未知或者时变的,就很难给出解析解。VB 估计方法将这种复杂的联合条件概率密度分解为 2 个可以求解的独立参数的概率密度乘积的形式,如

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{y}_{1:k}) \approx \vartheta_x(\mathbf{x}_k) \vartheta_R(\mathbf{R}_k) \quad (2)$$

式中, $\vartheta_x(\mathbf{x}_k)$ 和 $\vartheta_R(\mathbf{R}_k)$ 分别是基于 \mathbf{x}_k 和基于 \mathbf{R}_k 的概率密度分布,并且 $\vartheta_x(\mathbf{x}_k)$ 和 $\vartheta_R(\mathbf{R}_k)$ 满足

$$\vartheta_x(\mathbf{x}_k) \propto \exp\left(\int \log p(\mathbf{y}_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) \vartheta_R(\mathbf{R}_k) d\mathbf{R}_k\right) \quad (3)$$

$$\vartheta_R(\mathbf{R}_k) \propto \exp\left(\int \log p(\mathbf{y}_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) \vartheta_x(\mathbf{x}_k) d\mathbf{x}_k\right) \quad (4)$$

VB 估计通过近似概率密度和 $p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{y}_{1:k})$ 的 Kullback-Leibler(KL) 散度距离最小的,将状态量 \mathbf{x}_k 和未知量 \mathbf{R}_k 分离为 2 个近似概率密度分布乘积形式,这 2 个近似概率密度分布表示为高斯概率密度分布和 Inverse-Gamma(IG) 概率密度分布的近似乘积如

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{y}_{1:k}) \approx \mathcal{N}(\mathbf{x}_k | \hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k) \times \prod_{i=1}^m \text{Inv-Gamma}(\sigma_{k,i}^2 | \alpha_{k,i}, \beta_{k,i}) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{R}_k = \text{diag}[\sigma_{k,i}^2]$, $\alpha_{k,i}$ 和 $\beta_{k,i}$ 是 IG 概率密度分布参数,这 2 个参数与估计 \mathbf{R}_k 密不可分。通过计算和整理可以得到

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \text{diag}[\beta_{k,i} / \alpha_{k,i}] \quad (6)$$

1.2 M 估计

M 估计是一种由 Huber 提出的鲁棒估计方法,具有良好的滤波鲁棒性。M 估计的本质在于求得该代价函数最小值时的滤波估计值,如

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \rho(e_i) \quad (7)$$

式中, $\rho(\cdot)$ 为引入的鲁棒代价函数, e_i 是残差。因此, 可见构造具有良好鲁棒性的代价函数是 M 估计的核心。Huber 提出了一种代价函数, 如

$$\rho(e_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 & |e_i| < \gamma \\ \gamma |e_i| - \frac{1}{2} \gamma^2 & |e_i| \geq \gamma \end{cases} \quad (8)$$

式中, γ 为调节因子, 是代价函数的门限, 体现了对外部干扰情况的处理程度, γ 一般取 1.345。对于 Huber 的滤波鲁棒化框架, 通常有两种解释: 其一是重加权平均; 其二是构造伪观测量。重加权平均是观测噪声方差的鲁棒化过程, 而构造伪观测量是观测量的鲁棒化过程, 本文主要采用重加权平均的形式, 即

构造形如下式的权重函数

$$\Psi_k = \text{diag}[\phi(e_{k,j})/e_{k,j}] \quad (9)$$

式中, $e_{k,j}$ 表示第 j 维的归一化残差。 $\Psi_{y,k}$ 为权重函数, $\phi = \rho'$ 为影响函数, 重加权平均就是对观测噪声方差的鲁棒化改造过程, 即

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{R}_k^{\text{T}/2} \Psi_k^{-1} \mathbf{R}_k^{1/2} \quad (10)$$

式中, $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 为鲁棒化后的观测噪声方差, 在滤波鲁棒化中, 体现为将原观测噪声方差 \mathbf{R}_k 在滤波计算中的位置替换为鲁棒化后的观测噪声方差 $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 。

1.3 变分贝叶斯鲁棒滤波算法

基于以上滤波方法, 构造变分贝叶斯鲁棒滤波算法, 即通常 VB 来说跟踪估计时变的观测噪声方差, 再将估计的观测噪声方差带入 Huber 鲁棒滤波框架中, 处理观测量干扰问题。具体算法如下所示。

(1) 时间更新:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^{\text{T}} + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (12)$$

$$\alpha_{k|k-1,i} = \rho_i \alpha_{k-1|k-1,i} \quad (13)$$

$$\beta_{k|k-1,i} = \rho_i \beta_{k-1|k-1,i} \quad (14)$$

其中, ρ 为变分衰减参数, 一般在 $(0, 1]$ 内取回。

(2) 观测更新

采用迭代方式, 设置 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^0 = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$, $\mathbf{P}_{k|k}^0 = \mathbf{P}_{k|k-1}$, $\alpha_{k,i} = 1/2 + \alpha_{k|k-1,i}$, $\beta_{k,i}^0 = \beta_{k|k-1,i}$, 迭代次数为 N 。

$$\hat{\mathbf{R}}_k^{(n)} = \text{diag}[\beta_{k,i}^{(n)}/\alpha_{k,i}^{(n)}] \quad (15)$$

$$\mathbf{e}_k^{(n)} = (\hat{\mathbf{R}}_k^{(n)})^{-1/2} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = (\hat{\mathbf{R}}_k^{(n)})^{\text{T}/2} (\Psi_k^{(n)})^{-1} (\hat{\mathbf{R}}_k^{(n)})^{1/2} \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_k^{(n)} = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\text{T}} (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\text{T}} + \tilde{\mathbf{R}}_k^{(n)})^{-1} \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(n+1)} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^{(n)} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(n+1)} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{K}_k^{(n)} \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (20)$$

$$\beta_{k,i}^{(n+1)} = \beta_{k|k-1,i} + \frac{1}{2} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(n+1)})^2 + \frac{1}{2} (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k}^{(n+1)} \mathbf{H}_k^{\text{T}})_{ii} \quad (21)$$

当迭代结束后将 $\beta_{k|k,i} = \beta_{k|k,i}^{(N)}$, $\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(N)}$, $\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k}^{(N)}$ 。因此, 从以上算法描述中可知, 式(17)利用 VB 估计跟踪了时变的观测噪声方差, 而式(16)和式(17)利用 M 估计方法处理了干扰等问题, 从而实现了在一个滤波框架下既处理时变观测噪声方差也处理野值等问题, 提高了算法整体的鲁棒性。

2 仿真验证

2.1 SINS/GPS 组合滤波模型

本文采用 SINS/GPS 组合滤波模型进行仿真试验, 其中, 间接式的状态方程是以捷联惯导误差方程为基础的, 其状态量为姿态、速度和位置的误差量等, 其中姿态误差量一般采用欧拉角 (θ, γ, ψ) 表示(其中, θ 为俯仰角, γ 为横滚角, ψ 为航向角)。考虑间接式的捷联惯导姿态、速度与位置更新的连续时间微分误差方程^[11]

$$\dot{\phi}^n = -\omega_m^n \times \phi^n + (\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) - \tilde{\delta\omega}_{ib}^n \quad (22)$$

$$\delta v^n = f^n \times \phi^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta v^n + v^n \times (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) + \delta f^n \quad (23)$$

$$\delta p = M_1 \delta v^n + M_2 \delta p \quad (24)$$

其中

$$M_1 = \mathbf{R}_p$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-v_N^n}{(R_M + h)^2} \\ \frac{v_E^n \tan L}{(R_N + h) \cos L} & 0 & \frac{v_E^n}{(R_N + h)^2 \cos L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

式(22)~式(25)中, $\delta(\cdot)$ 表示姿态、速度或位置等的误差量, ϕ^n 是以欧拉角表示的姿态误差量, $\tilde{\delta\omega}_{ib}^n$ 表示 $\delta\omega_{ib}^n$ 的器件误差或解算误差。另外, 考虑估计器件的常值漂移和随机漂移, 则相应的陀螺仪误差方程为

$$\tilde{\omega}_{ib}^b = \omega_{ib}^b + \varepsilon^b + \eta_{gv}$$

$$\dot{\varepsilon}^b = \eta_{gu} \quad (26)$$

其中, ε^b 为陀螺的常值漂移, η_{gv} 和 η_{gu} 分别表示不同方差的零均值高斯白噪声。加速度计误差方

程为

$$\begin{aligned} \tilde{f}^b &= f^b + \nabla^b + \eta_{av} \\ \dot{\nabla}^b &= \eta_{au} \end{aligned} \quad (27)$$

∇^b 为加速度计常值零偏, η_{av} 和 η_{au} 分别表示不同方差的零均值高斯白噪声。

间接式的观测方程如下

$$\tilde{p}_k = p_k + \eta_{p,k} \quad (28)$$

综上所述,式(22)~式(24)及式(26)~式(27)构成了间接式的状态方程,其状态量为 $x = [\phi^n, \delta v^n, \delta p, \epsilon^b, \nabla^b]^T$,式(28)为间接式的观测方程。

2.2 对比试验

仿真比较传统 KF、基于 Huber 鲁棒滤波(简称 HKF)、自适应滤波(简称 AKF)、基于变分贝叶斯的自适应鲁棒滤波(简称 HAKF)四种滤波算法的滤波效果。首先,对以下四种仿真情况加以说明:

情况 1:高斯假设分布情况;

情况 2:在时变观测噪声方差情况;

情况 3:在含有野值情况;

情况 4:在时变观测噪声方差和含有野值同时存在的情况。

其中,情况 1 是理想状态, $r_k = [10/glv. Re \ 10/glv. Re \ 10]$ 且 $R_k = \text{diag}(r_k)^2$, 其中 $glv. Re = 6378137$,地球半径(GPS-84);

对于情况 2,假设时变观测噪声如下所示

$$R'_k = \text{diag}[r'_{1,k}, r'_{2,k}, r'_{3,k}]$$

其中

$$r'_{1,k} = 10/glv. Re + 1/10/glv. Re \times (1 + \tanh(0.01 \times (k - len/4))) \quad (29)$$

$$r'_{2,k} = \begin{cases} 30/glv. Re + 1/glv. Re \times (0.01 + \tanh(0.01 \times (k - len/4))) & k < 1.5 \times len/4 \\ 30/glv. Re + 1/glv. Re \times (0.01 + \tanh(-0.01 \times (k - 2 \cdot len/4))) & k > 1.5 \times len/4 \end{cases} \quad (30)$$

$$r'_{3,k} = 40 + 2 \times (1 + \tanh(-0.01 \times (k - 2 \cdot len/4))) \quad (31)$$

式中, k 是时刻, len 是总时长。

对于情况 3,采用混合高斯分布来定义,如

$$\tilde{v}_k \sim (1 - \alpha) \cdot N(v_k; 0, \sigma_1^2) + \alpha \cdot N(v'_k; 0, \sigma_2^2) \quad (32)$$

式中, α 为干扰因子,表示观测量受污染程度; σ_1 和 σ_2 分别表示独立的高斯分布的标准方差。仿

真时长 $len = 850$ 。

情况 4 是情况 2 和情况 3 的结合。

以下分两种情况分析四种滤波算法的滤波效果。

(1)对比 KF 在四种情况下的滤波效果

对比在四种情况下, KF 算法的姿态估计滤波效果,如图 1~图 3 所示。由图 1~图 3 可见, KF 在情况 1 条件下的滤波效果最好,要优于在情况 2、3、4 条件下的滤波效果,在滤波稳定性和滤波精度方面都有明显表现。同时, KF 在情况 3 条件下的滤波效果与在情况 1 条件下的滤波效果比较接近,要优于情况 2 条件下的滤波效果,情况 2 条件下的滤波效果要优于情况 4 条件下的滤波效果。

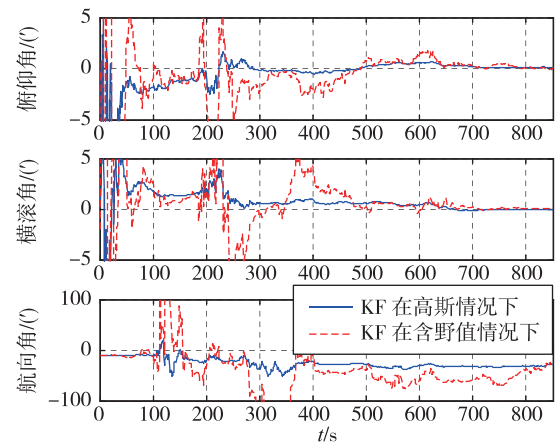


图 1 在高斯情况下和含野值情况下姿态估计误差比较

Fig. 1 Comparison of attitude estimation errors between Gauss and outliers

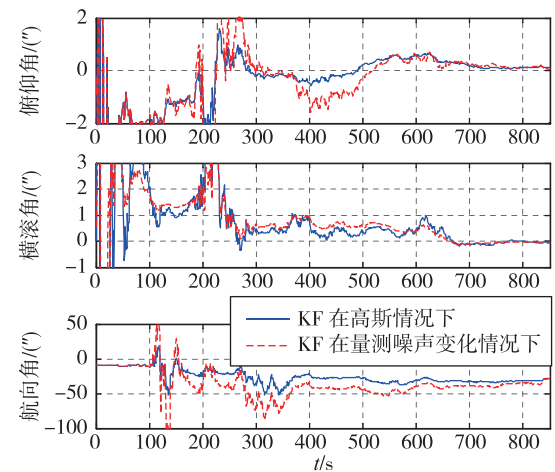


图 2 在高斯情况下和观测噪声变化情况下

姿态估计误差比较

Fig. 2 Comparison of attitude estimation errors between Gauss and observation

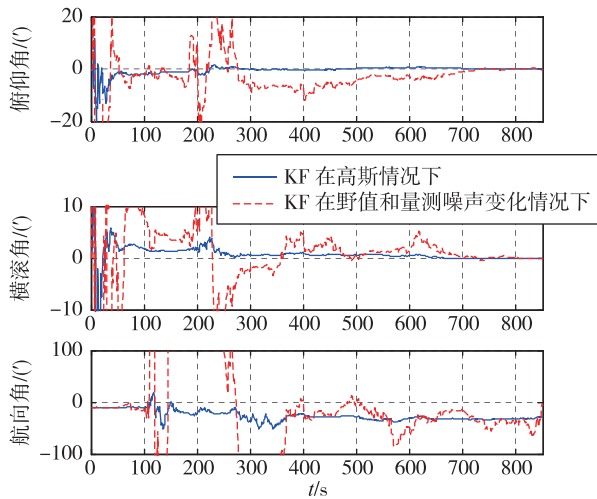


图3 在高斯情况下和含野值以及观测噪声变化情况下姿态估计误差比较

Fig. 3 Comparison of attitude estimation errors in the presence of Gauss outliers and observation

(2)对比 KF、HKF、AKF 和 HAKF 在情况 1 和情况 4 条件下的滤波效果

对比在情况 1 和情况 4 条件下,四种滤波算法的姿态估计滤波效果。为了进一步观察滤波效果,另外进行了 50 次蒙特卡罗仿真,如图 4~图 7 所示。由图 4 可见,在情况 1 条件下,四种滤波算法滤波效果较为接近,相差不大;但从图 5 可见,经过 50 次蒙特卡罗仿真实验,长时间仿真实验的情况下,在四种滤波算法中,HAKF 的滤波稳定性是最好的,而且滤波精度与 KF 基本相当;由图 6 可见,在情况 4 条件下,四种滤波算法的滤波效果中,HAKF 滤波效果最好,滤波稳定性和精度都是最佳的,AKF 滤波效果与 HAKF 滤波效果较为接近,要明显优于 KF 和 HKF,KF 的滤波效果与其他三种滤

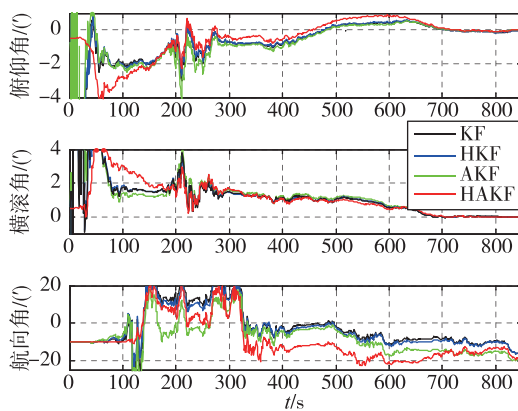


图 4 在高斯情况下姿态估计误差比较

Fig. 4 Comparison of attitude estimation errors in Gauss case

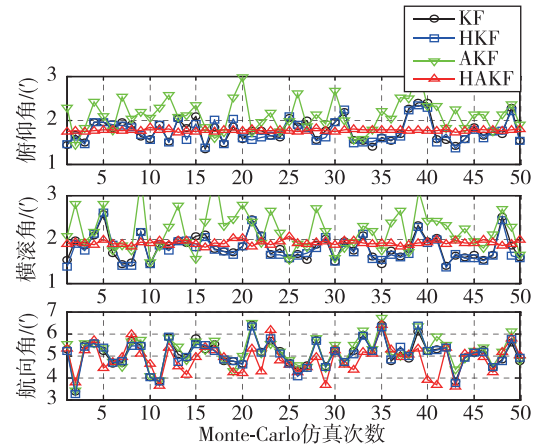


图 5 在高斯情况下姿态估计误差比较

Fig. 5 Comparison of attitude estimation errors in Gauss case

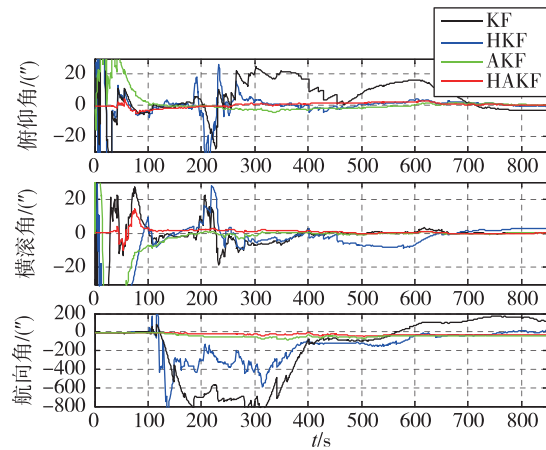


图 6 在高斯情况下与含野值和观测噪声变化情况下姿态估计误差比较

Fig. 6 Comparison of attitude estimation errors in the presence of Gauss outliers and observation

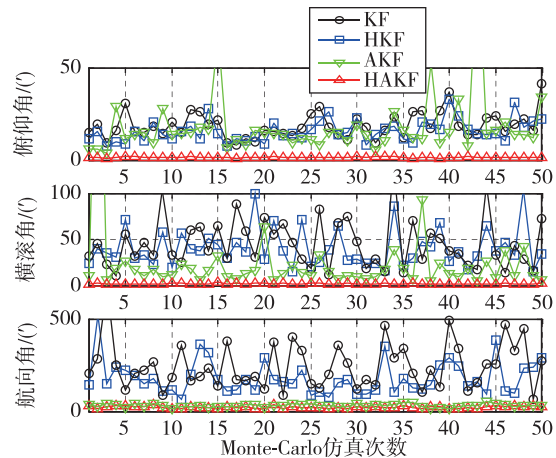


图 7 在高斯情况下与含野值和观测噪声变化情况下姿态估计误差比较

Fig. 7 Comparison of attitude estimation errors in the presence of Gauss outliers and observation

波算法的滤波效果相差较大;由图 7 可见,在情况 4 条件下,经过 50 次蒙特卡罗仿真实验,在长时间存在外在干扰的情况下,四种滤波算法的滤波效果中,HAKF 滤波效果最好,滤波稳定性和精度都是最佳的,AKF 滤波效果与 HAKF 滤波效果较为接近,要明显优于 KF 和 HKF,KF 的滤波效果与其他三种滤波算法的滤波效果相差较大。

3 结论

本文针对组合导航姿态估计中观测同时受到连续野值与变化的观测噪声影响等问题,利用高斯牛顿迭代方法,通过 VB 估计和 Huber M 估计提出了一种基于变分贝叶斯的自适应鲁棒滤波算法。自适应和鲁棒性两种滤波策略在 HAKF 中结合到了一起。基于自适应策略的 VB 方法具有对时变噪声协方差的强跟踪能力;基于鲁棒策略的 Huber M 估计方法通过改进滤波更新的方式具有解决污染分布或者异常值的能力。使用高斯牛顿迭代方法不仅能将 M 估计方法自然地融合到 HAKF 中而且还能提高滤波精度。通过大量的仿真实验证明了 HAKF 的效能,验证了该算法具有良好的自适应与鲁棒特点,并能够保持较高的估计精度。

参考文献

- [1] Boncelet C G, Dickinson B W. An approach to robust Kalman filtering[C]// The 22nd IEEE Conference on Decision and Control. New York, USA: IEEE, 1983; 304-305.
- [2] Kovačević B, Đurović, Glavaški S. On robust Kalman filtering[J]. International Journal of Control, 1992, 56(3):547-562.
- [3] Karlgaard C D, Schaub H, Crassidis J. Huber-based divided difference filtering[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2007, 30(3):885-891.
- [4] Chang L, Hu B, Chang G, et al. Huber-based novel robust unscented Kalman filter[J]. IET Science, Measurement & Technology, 2012, 6(6):502-509.
- [5] Chang L, Hu B, Chang G, et al. Multiple outliers suppression derivative-free filter based on unscented transformation[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2012, 35(6):1902-1906.
- [6] 常国宾,许江宁,常路宾,等.一种新的鲁棒非线性卡尔曼滤波[J].南京航空航天大学学报,2011,43(6):754-759.
- [7] Sarkka S, Nummenmaa A. Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(3):596-600.
- [8] Beal M J. Variational algorithms for approximate Bayesian inference [D]. London: University of London, 2003.
- [9] Chandra K P B, Gu D W, Postlethwaite I. Square root cubature information filter[J]. IEEE Sensors Journal, 2013, 13(2):750-758.
- [10] Zhang C. Approach to adaptive filtering algorithm[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1998, 19(7):96-99.
- [11] 李开龙. 捷联惯导基组合导航姿态估计关键技术研究[D]. 武汉:海军工程大学, 2015.