

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2018.03.013

基于序列二次规划优化阈值的 NSCT 高斯噪声图像滤波方法

杨 晨,董希旺,李青东,任 章

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院,
飞行器控制一体化国防科技重点实验室,北京 100191)

摘 要:提出了一种基于序列二次规划(SQP)优化阈值的非下采样 Contourlet 变换(NSCT)图像高斯白噪声去除方法。该方法利用广义交叉验证(GCV)准则作为优化指标,使用序列二次规划算法对 NSCT 域的去噪阈值进行优化,能够在噪声方差等图像先验知识未知的情况下得到最优去噪阈值。确定阈值后,采用非线性阈值函数对 Contourlet 系数进行处理。实验结果表明与其他 Contourlet 域去噪方法相比,该方法能有效去除图像的高斯白噪声,提高图像的峰值信噪比,并较好地保留图像的边缘信息。

关键词:图像去噪;非下采样 Contourlet 变换;广义交叉验证;序列二次规划

中图分类号:TP751.1

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2018)03-0076-07

An Image Denoising Method Based on Nonsampled Contourlet Transform with SQP Optimization

YANG Chen, DONG Xi-wang, LI Qing-dong, REN Zhang

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Science and Technology on
Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: An image denoising method based on nonsampled contourlet transform (NSCT) with successive quadratic programming (SQP) optimization is proposed. This method can obtain the optimal threshold for each subband without the priori information of the noise variance using SQP optimization and generalized cross validation (GCV) criterion. After the threshold is determined, a nonlinear threshold function is applied to overcome the inadequate of soft threshold and hard threshold function. The experimental results show that the proposed method has a better performance than other contourlet-based image denoising methods and outperforms on both visual quality and peak signal-to-noise ratio (PSNR).

Key words: Image denoising; Nonsampled contourlet transform; Generalized cross validation; Successive quadratic programming

收稿日期:2017-06-26;修订日期:2017-12-01

基金项目:国家自然科学基金(61503009,61333011,61421063);中国航空科学基金(2016ZA51005);上海航天科技创新基金(SAST2016003)

作者简介:杨晨(1994-),男,硕士,主要从事飞行器导航与控制、遥感图像处理等方面的研究。

E-mail: ychen3718@126.com

0 引言

图像在获取和传播的过程中通常会出现被各种噪声污染的情况。为了得到高质量的图像,图像去噪作为图像处理的重要部分受到了人们的广泛关注。图像去噪的关键在于如何在去除噪声的同时尽可能地保留图像的原始信息。小波变换(Wavelet Transformation, WT)是常用的图像去噪算法之一,具有很好的处理点状奇异性的能力^[1]。然而,对于二维图像等高维对象,小波变换缺乏良好的方向性和各向异性。研究已经证明小波变换更适合处理各向同性的对象,但对于处理数字图像中边缘和线特征等各向异性对象时表现不佳^[2]。这也是许多基于小波变换的方法在图像压缩和去噪等应用中会引入模糊的原因^[3]。近年来的研究中,基于多尺度变换的图像去噪方法受到了人们的广泛关注,许多基于 Ridgelet、Curvelet 和 Contourlet 变换的方法都表现出了很好的应用价值。

2002 年,Donoho 等提出了一种新的二维图像表示方法——Contourlet 变换^[4],该方法能够使用轮廓片段得到图像多分辨率、多方向性的表示。然而,由于基础的 Contourlet 变换在奇异点附近缺乏移不变性,因而引入了伪吉布斯效应^[5]。针对这一问题,2006 年 Cunha 等提出了非下采样 Contourlet 变换(Nonsampled Contourlet Transform, NSCT)^[6]。该方法实现了完全移不变性、多方向多尺度的图像表示,通过非下采样金字塔分解(Non-sampled Pyramids, NSP)和非下采样方向滤波器(Nonsampled Directional Filter Banks, NSDFB)将图像分解为不同的子带。经过分解之后,噪声部分相对于源图像将具有较小的 Contourlet 系数^[7]。基于 Contourlet 变换的图像去噪的关键就在于如何选择合适的阈值和阈值去噪函数对噪声进行分离。

本文提出了一种基于 NSCT 的图像去除高斯白噪声的新方法。由于大多数图像的纹理特征都是非对称的,为每个方向子带选取各自的阈值会比使用全局阈值的方法得到更好的去噪效果^[8]。本文利用交叉验证准则作为目标函数,基于序列二次规划(Sequential Quadratic Programming, SQP)优化算法得到各个方向子带的去噪阈值。在阈值确定之后,为了避免硬阈值和软阈值去噪函数各自的缺点,本文采用非线性阈值函数对图像的 Contour-

let 系数进行处理,进而通过 Contourlet 逆变换得到去噪之后的图像。

1 非下采样 Contourlet 变换

经典的 Contourlet 变换首先通过拉普拉斯金字塔(Laplacian Pyramid, LP)对图像进行分解以捕获点奇异,接着由方向滤波器(Directional Filter Banks, DFB)将分布在同一个方向的奇异点合成为一个系数^[4]。Contourlet 变换允许每层金字塔变换有不同的分解方向数目,因此相对小波变换有更好的灵活性,只要选择合适的去噪阈值就能获得比小波变换更好的图像去噪效果。然而,由于金字塔变换和方向滤波器的下采样和上采样过程,经典的 Contourlet 变换缺乏移不变性而在奇异点附近导致了伪吉布斯效应。

为了克服这个缺点,基于 Contourlet 变换提出了非下采样 Contourlet 变换。NSCT 的结构分为非下采样金字塔分解和非下采样方向滤波器组分解两部分。与 Contourlet 不同的是,NSCT 在图像的分解和重构过程中没有对 NSP 及 NSDFB 分解后的信号进行分析滤波后的降采样以及综合滤波前的上采样。而是对相应的滤波器进行上采样,再对信号进行分析滤波和综合滤波。NSCT 分解的结构如图 1 所示,其中 NSP 为非下采样金字塔分解,NSDFB 为非下采样方向滤波器组,分别实现了图像的多尺度、多方向性分解。

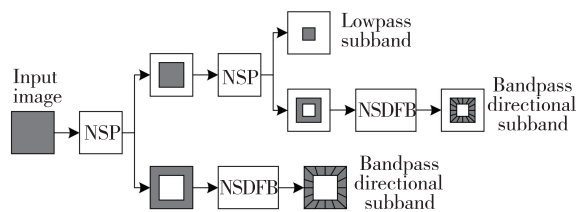


图 1 NSCT 分解的结构示意图

Fig. 1 The structure of NSCT decomposition

1.1 非下采样金字塔分解

非下采样金字塔分解实现了图像的多尺度分解,保证了 NSCT 的多尺度特性。NSCT 采用二通道移不变非下采样滤波器组实现 NSP 分解。下一级的滤波器由对前一级滤波器进行上采样得到,使得 NSCT 具有了多尺度特性^[6]。图 2 所示为一个三层金字塔分解结构示意图。图 2 中,一个三级金字塔能够得到 4 层子图像带(y_0, y_1, y_2, y_3),包括

与源图像尺度一致的1层低频图像和3层高频图像。金字塔分解的层数为3, H_0 和 H_1 分别为不同尺度下的低通和带通输出。

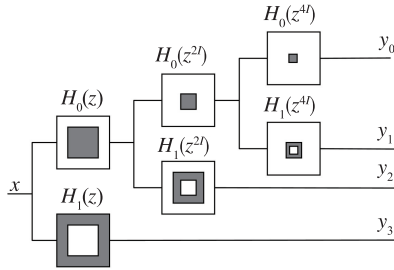


图2 三级NSP分解结构示意图

Fig. 2 The three-stage NSP decomposition

1.2 非下采样方向滤波器组

非下采样方向滤波器组结构实现了NSCT的多方向性。NSDFB去掉了DFB中的降采样和上采样过程,使用扇形方向滤波器组将二维频域平面分割为多个具有方向性的楔形结构,每个楔形块包含该方向上的图像细节特征,从而形成一个由多通道NSDFB组成的树形结构^[9]。NSDFB可以对任一尺度下NSP分解后的子带图像进行 l 级方向分解,从而得到 2^l 个与源图像具有相同尺寸大小的方向子带图像。图3所示为一个四通道NSDFB方向分解示意图,由几组扇形滤波器和棋盘滤波器级联而成,灰色部分代表滤波器的频域通带,实现了图像的多方向分解。

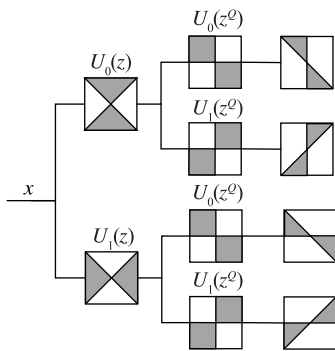


图3 四通道NSDFB方向分解示意图

Fig. 3 Four-channel NSDFB decomposition

2 基于SQP优化阈值的NSCT图像去噪

高斯白噪声图像去噪问题中一般采用式(1)所示的模型^[10]

$$y = x + \eta \quad (1)$$

式中, y 是观测的含噪声图像, x 为原始图像, η 为噪声。图像去噪的目的就是从含噪图像 y 中恢复原始图像 x 。

NSCT图像去噪主要包含3个步骤:噪声图像的NSCT分解、NSCT系数的处理和NSCT逆变换得到去噪图像。其中最为重要的部分在于NSCT系数的处理,关系到能否从含噪图像中有效地去除噪声并保留原始图像信息。阈值去噪是一种简单有效的系数处理方法,在图像去噪问题中有着广泛的应用。阈值去噪问题的关键在于如何选择一个合适的阈值,较小的阈值能够保留更多的图像细节但同时一部分噪声也会保留下来;较大的阈值能够有效地去除噪声但可能导致源图像信息的丢失。为了解决这个问题,本文采用序列二次规划算法为Contourlet域的图像去噪选择合适的阈值。

2.1 序列二次规划算法

序列二次规划方法是一种求解有约束的非线性优化问题的有效方法,起源于1963年Wilson提出的牛顿拉格朗日方法,后来经过Han与Powell等的修改完善得到。序列二次规划法从诞生至今经过了国内外学者非常深入的研究,是一种十分成熟的优化算法,对大多数等式和不等式约束优化问题都能取得较好的求解效果,非常适合解决中小型非线性优化问题,在许多领域有着非常广泛的应用。

SQP算法主要思想是利用原优化问题的信息构造一个二次规划子问题,通过在迭代过程中求解该子问题对当前解进行修正来优化性能指标^[11]。二次规划子问题的约束由原规划问题的约束线性化得到,子问题的目标函数是拉格朗日方程的二次近似。

非线性规划问题的拉格朗日函数如式(2)所示

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = J(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(\mathbf{x}) \quad (2)$$

式中, λ_i 是Lagrange乘子, g_i 为等式与不等式约束条件。在每次迭代中,计算拉格朗日函数的Hessian矩阵 \mathbf{H}_k 的近似。这样,原问题就转化为一个如式(3)~式(5)所示的二次规划子问题。

$$\min \nabla f(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k \quad (3)$$

$$\text{s. t. } ceq_i(\mathbf{x}_k) + \nabla ceq_i(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k = 0 \quad i \in E \quad (4)$$

$$c_i(\mathbf{x}_k) + \nabla c_i(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k \geq 0 \quad i \in I \quad (5)$$

其中, \mathbf{x}_k 是第 k 次迭代的解, \mathbf{d}_k 表示第 k 次迭

代时的搜索方向。之后通过求解二次规划子问题根据式(6)调整当前的解。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (6)$$

步长 α_k 基于可行性优先准则确定,持续迭代过程即可使得目标函数不断减小。即使算法选取的初值不满足约束,通过迭代优化后依然可以得到满足约束的解,如果评价函数或解的更新梯度小于设定的阈值则结束迭代。

2.2 广义交叉验证准则

本文利用广义交叉验证(General Cross Validation, GCV)准则建立序列二次规划算法的目标函数模型。GCV 准则提供了一种仅通过观测到的含噪图像获取去噪阈值的方法,能够在缺乏噪声方差等先验信息的条件下选择合适的去噪阈值。

在对式(1)中模型进行非下采样 Contourlet 变换之后,可以得到

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{v} + \tilde{\boldsymbol{\omega}} \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{W}\mathbf{y}$, $\mathbf{v} = \mathbf{W}\mathbf{x}$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{W}\boldsymbol{\eta}$ 。GCV 的函数表达形式如式(8)所示

$$GCV(\delta) = \frac{\frac{1}{N} \|\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_\delta\|^2}{\left(\frac{N_0}{N}\right)^2} \quad (8)$$

其中, N 为图像子带中 Contourlet 系数的总数目, N_0 代表进行阈值变换之后被置 0 的 Contourlet 系数的数目, $\boldsymbol{\omega}$ 、 $\boldsymbol{\omega}_\delta$ 分别代表阈值变换前后的 Contourlet 系数矩阵。

图像的均方差(Mean Square Error, MSE)定义为

$$MSE(\delta) = \frac{1}{N} \|\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_\delta\|^2 \quad (9)$$

GCV 函数可以看作图像均方差的估计,可以反映去噪后的图像质量。Jason 等已经证明,当 $N \rightarrow \infty$ 时通过最小化 GCV 函数得到的阈值即等于使 $MSE(\delta)$ 最小的去噪阈值^[12]。利用这个原理,就能够在噪声方差等先验信息未知的条件下,通过最小化函数 $GCV(\delta)$ 为每个图像子带选择合适的去噪阈值 T

$$T = \operatorname{argmin}(GCV(\delta)) \quad (10)$$

2.3 非线性阈值函数

在此前的研究中,硬阈值函数和软阈值函数是最常用的阈值去噪函数^[13]。硬阈值去噪函数如式(11)所示。

$$\hat{w}_{i,j} = \begin{cases} w_{i,j}, & |w_{i,j}| \geq T \\ 0, & |w_{i,j}| < T \end{cases} \quad (11)$$

软阈值去噪函数如式(12)所示:

$$\hat{w}_{i,j} = \begin{cases} \operatorname{sign}(w_{i,j})(|w_{i,j}| - T), & |w_{i,j}| \geq T \\ 0, & |w_{i,j}| < T \end{cases} \quad (12)$$

其中, $w_{i,j}$ 为含噪图像的 Contourlet 系数, $\hat{w}_{i,j}$ 为阈值去噪之后的 Contourlet 系数。

可以看出,在硬阈值函数去噪中,小于阈值的系数被直接置 0,而大于阈值的系数保留不变,这种不连续性会使得去噪图像有较大的方差;另一方面,在软阈值函数去噪中,大于阈值的系数整体减去了一个阈值的大小,使得去噪图像与源图像有较大的偏差^[14]。与软阈值和硬阈值函数相比,非线性阈值函数是连续的,经过非线性阈值函数处理后的均方差曲线比较光滑。本文将非线性阈值函数应用于 NSCT 图像去噪问题中,非线性阈值函数如式(13)所示:

$$\hat{w}_{i,j} = \begin{cases} \operatorname{sign}(w_{i,j})(|w_{i,j}| - \alpha_{i,j} \cdot T_{m,n}), & |w_{i,j}| \geq T_{m,n} \\ 0, & |w_{i,j}| < T_{m,n} \end{cases} \quad (13)$$

式中, $T_{m,n}$ 为图像子带 $S_{m,n}$ 的阈值,权重因子 $\alpha_{i,j}$ 定义为

$$\alpha_{i,j} = \frac{T_{m,n}}{|w_{i,j}| \cdot \exp(|w_{i,j}| - T_{m,n})} \quad (14)$$

2.4 本文图像去噪方法流程

经过 NSCT 分解之后,在分解的每个子带中以 GCV 函数作为优化目标函数,使用 SQP 优化算法为每个图像子带选择合适的去噪阈值。在所有阈值确定之后,使用式(13)的非线性阈值函数处理图像的 NSCT 系数。本文提出的基于 SQP 优化阈值的 NSCT 图像去噪方法流程如下:

1) 设定合适的 NSP 与 NSDFB 分解层数,对噪声图像进行多尺度 NSCT 分解;

2) 设置 SQP 算法初始参数,计算每个图像子带中最大的 Contourlet 系数 w_{\max} ,并将 $[0, w_{\max}]$ 作为阈值寻优的搜索区间;

3) 基于 GCV 准则,使用 SQP 优化算法通过最小化函数 $GCV(\delta)$ 为每个图像子带选择合适的去噪阈值;

4) 根据以上确定的阈值,使用式(13)的非线性阈值函数处理图像的 NSCT 系数;

5) 对阈值处理后的系数进行 NSCT 反变换得到去噪图像。

3 实验结果与分析

基于本文提出的图像去噪方法对一组叠加不同程度高斯白噪声的标准测试图像(Lena, Barbaba, Peppers)进行了实验,这3组图片包含较多的图像细节信息,可以对去噪效果进行对比。噪声标准差分别设为20、40、60,可以模拟一般图像获取和传播的过程中产生的不同程度的高斯噪声污染。

使用平滑指数(FI)评价图像经过滤波器后的噪声平滑能力,其计算公式如下

$$FI = \frac{M}{SV} \quad (15)$$

其中, M 代表图像滤波后某区域所有像素的平均值, SV 代表所有像素的标准差。 FI 值越高,表示滤波器的平滑作用越强。

经过实验表明随着分解层的增加,平滑指数逐渐增大^[15],同时考虑到Contourlet系数数目越多GCV准则也越适用,实验中NSP和NSDFB的分解层数设为[4 8 16]。实验结果与标准CT和NSCT去噪方法进行了对比,使用峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)对图像去噪效果进行评价

$$PSNR = 10 \cdot \lg \frac{I_{\max} \times I_{\max}}{\frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (I_{i,j} - \hat{I}_{i,j})^2} \quad (16)$$

使用边缘保持指数(Edge Preservation Index, EPI)评价去噪后图像对原始图像水平和垂直方向边缘的保持能力:

$$EPI_H = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} |\hat{I}_{i,j+1} - \hat{I}_{i,j}|}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} |I_{i,j+1} - I_{i,j}|} \quad (17)$$

$$EPI_V = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N |\hat{I}_{i+1,j} - \hat{I}_{i,j}|}{\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N |I_{i+1,j} - I_{i,j}|} \quad (18)$$

式中, I_{\max} 为图像的最大灰度值, $I_{i,j}$ 和 $\hat{I}_{i,j}$ 分别为像素点 (i,j) 处在去噪前后的灰度值。 M 、 N 分别为输入图像的行数和列数, EPI_H 和 EPI_V 分别表示水平和垂直方向上的图像边缘保持指数。不同去噪方法得到的PSNR结果如表1所示。对于叠加噪声标准差40的图像,不同方法得到的图像边缘保持指

数如表2所示,图像去噪效果如图4所示。

表1 不同去噪方法得到的PSNR结果

Tab. 1 PSNR (dB) of images using different denoising methods

Image	Standard deviation of noise	Noisy image	Standard CT	Standard NSCT	Proposed method
Lena	20	28.168	28.667	32.684	34.260
	40	22.129	25.427	27.762	30.105
	60	18.737	26.131	27.360	27.603
Barbara	20	28.180	28.599	30.348	32.688
	40	22.203	25.150	26.945	28.093
	60	18.833	25.034	25.530	25.633
Peppers	20	28.273	28.747	32.478	33.684
	40	22.354	25.692	27.891	29.953
	60	18.936	26.329	26.524	27.505

表2 不同去噪方法得到的EPI结果

Tab. 2 EPI of images using different denoising methods

Image	Parameters	Noisy image	Standard CT	Standard NSCT	Proposed method
Barbara	EPI_H	1.5402	0.6743	0.7577	0.8449
	EPI_V	1.7409	0.5617	0.6587	0.7751
Lena	EPI_H	1.7257	0.5257	0.6636	0.6952
	EPI_V	1.6274	0.5325	0.6787	0.7158
Peppers	EPI_H	1.3768	0.7445	0.7674	0.7734
	EPI_V	1.4276	0.6372	0.6536	0.6598

表1列出了三种去噪算法对于叠加不同标准差高斯噪声图像得到的PSNR结果,表2所示为三种去噪算法得到的图像边缘保持指数。可以看出本文提出的算法在所有测试图像中都得到了最好的PSNR结果,并且保留了最多的原始图像边缘信息。

图4所示为不同去噪方法对于噪声标准差40的Barbara图像的去噪结果对比。图4(a)和图4(b)分别是源图像和含噪图像,图4(c)和图4(d)分别是标准CT和NSCT得到的去噪结果,PSNR值分别为25.150和26.945,图4(e)为本文方法得到的图像去噪结果,PSNR值为28.093。通过对比可以发现,本文图像去噪方法相对于另外两种去噪方法有着更好的去噪效果。



(a)源图像

(b)含噪图像,

PSNR=22.203



(c)CT 去噪图像,

PSNR=25.150

(d)NSCT 去噪图像,

PSNR=26.945



(e)本文方法去噪图像,PSNR=28.093

图 4 不同方法得到的去噪图像

Fig. 4 The denoising results of different methods

4 结论

本文提出了一种新的基于 NSCT 的图像高斯白噪声去除方法。首先通过 SQP 优化算法对 GCV 目标函数进行寻优,从而为每个 NSCT 图像子带选取合适的去噪阈值,进而使用非线性阈值函数对分解后的 NSCT 系数进行处理。该方法不需要图像噪声方差等先验信息,能够仅利用观测噪声图像实现阈值的选取。实验结果表明本文提出的方法能有效去除图像的高斯白噪声,与传统基于 Contourlet 变换的图像去噪方法相比能够得到更高的峰值信噪比,并较好地保留原始图像的细节特征。

参考文献

- [1] Wimmer G, Tamaki T, Tischendorf J J, et al. Directional wavelet based features for colonic polyp classification[J]. *Medical Image Analysis*, 2016, 31:16.
- [2] Roux S G, Abry P, Vedel B, et al. Hyperbolic wavelet leaders for anisotropic multifractal texture analysis [C]//*IEEE International Conference on Image Processing*. IEEE, 2016:3558-3562.
- [3] Shao L, Yan R, Li X, et al. From heuristic optimization to dictionary learning: a review and comprehensive comparison of image denoising algorithms[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(7):1001.
- [4] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(12):2091.
- [5] Yin M, Liu W, Zhao X, et al. Image denoising using trivariate prior model in nonsubsampling dual-tree complex contourlet transform domain and non-local means filter in spatial domain[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, 124(24):6896-6904.
- [6] Cunha A L D, Zhou J, Do M N. The nonsubsampling contourlet transform: theory, design, and applications[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(10):3089-3101.
- [7] Wang X Y, Yang H Y, Zhang Y, et al. Image denoising using SVM classification in nonsubsampling contourlet transform domain[J]. *Information Sciences An International Journal*, 2013, 246(14):155-176.
- [8] Han J, Mirko V D B. Microseismic and seismic denoising via ensemble empirical mode decomposition and adaptive thresholding[J]. *Geophysics*, 2015, 80(6):KS69-KS80.
- [9] Chai Y, Li H, Zhang X. Multifocus image fusion based on features contrast of multiscale products in non-subsampling contourlet transform domain [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2012, 123(7):569-581.
- [10] Luisier F, Blu T, Unser M. Image denoising in mixed poisson-Gaussian noise[M]. *IEEE Press*, 2011.
- [11] Morshed M J, Asgharpour A. Hybrid imperialist competitive-sequential quadratic programming (HIC-SQP) algorithm for solving economic load dispatch with incorporating stochastic wind power: A comparative study on heuristic optimization techniques[J].

- Energy Conversion & Management, 2014, 84:30-40.
- [12] Jansen M, Bultheel A. Multiple wavelet threshold estimation by generalized cross validation for images with correlated noise [J]. IEEE Transactions on Image Processing A Publication of the IEEE Signal Processing Society, 1999, 8(7):947-953.
- [13] Gnanadurai D, Sadasivam V. An efficient adaptive thresholding technique for wavelet based image denoising[J]. International Journal of Signal Processing, 2006(2).
- [14] Chui M, Feng Y, Wang W, et al. Image denoising method with adaptive Bayes threshold in Nonsubsampled Contourlet Domain[J]. Aasri Procedia, 2012, 1(3):512-518.
- [15] 杨晓慧, 焦李成. 非下采样 Contourlet 域 GCV 准则 SAR 图像去噪[J]. 计算机应用研究, 2009, 26(9): 3542-3544.