

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2018.03.018

## 基于视觉的惯性导航误差在线修正

张超,王芳,李楠

(航天科工智能机器人有限责任公司,北京 100074)

**摘要:**陀螺零偏和加速度计零偏是影响惯性测量单元(IMU)积分精度的重要因素。提供一组精确的实时的零偏估计可以提高IMU的积分精度,为视觉导航提供良好的位姿预测,提高整个系统的动态性能。通过合理地建立IMU的噪声模型以及IMU和视觉的组合方程,利用一种基于李群和李代数知识的IMU预积分方法将零偏进行合理的线性化,运用Kalman滤波进行IMU零偏的在线估计。实验结果表明,通过本文的修正方法,惯性导航的平均积累误差由0.034m/s提高到0.0037m/s,精度明显提高。

**关键词:**IMU零偏估计;李群和李代数;预积分;Kalman滤波

**中图分类号:**TP316

**文献标志码:**A

**文章编号:**2095-8110(2018)03-0104-07

## The Online Correction of IMU Biases for Visual-Inertial Navigation

ZHANG Chao, WANG Fang, LI Nan

(Aerospace Science & Industry Intelligent Robot Company Limited, Beijing 100074, China)

**Abstract:** The IMU (Inertial Measurement Unit, here refers to gyroscopes and accelerometers) biases are the major factors affecting the accuracy of inertial navigation system. Accurate real-time estimation of IMU biases can improve the integration accuracy of IMU, better predict the position and attitude for camera and improve the dynamic performance of the navigation system. The noise model of IMU and visual-inertial combined models are properly developed. The equations of IMU biases are linearized through preintegrating IMU measurements based on Lie group and Lie algebra, and IMU biases are estimated by using the Kalman filter. The experimental results show that the accuracy of inertial navigation system is improved obviously. The average accumulation error of inertial navigation system is increased from 0.034m/s to 0.0037m/s, and the accuracy is improved obviously.

**Key words:** Estimation of IMU biases; Lie group and Lie algebra; Preintegration; Kalman filter

### 0 引言

基于视觉的同步定位与建图(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM),已经被越来越多地应用在机器人导航、无人机导航等领域。但是单纯的视觉SLAM很难胜任复杂的任务,往往需要

多传感器融合才能满足任务要求。其中惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)被认为与相机传感器有明显的互补优势,而且十分有潜力在融合之后得到更加完善的SLAM系统<sup>[1]</sup>。

视觉通过外部特征点的匹配获取自身位姿,所以视觉不需要对时间进行积分,没有像IMU一样

收稿日期:2017-09-05;修订日期:2017-10-07

作者简介:张超(1993-),男,硕士生,主要从事移动机器人导航控制的研究和设计。E-mail:724559463@qq.com

的零漂,但是视觉不能直接得到自身的运动状态,所以在大大加速度和大大角速度的运动下无法给出较为准确的姿态估计,容易导致跟踪失败,同时也无法辨别环境中的动态物体。IMU 虽然可以测得角速度和加速度,但这些测量量都存在明显的漂移,尤其对于低成本的 IMU 来说,长时间积分得到的导航信息非常不可靠,但对于短时间内的快速运动可以提供较好的估计。正是由于这些特点,视觉和 IMU 可以优缺点互补。视觉 SLAM 不会随着时间漂移,可以有效地修正 IMU 数据中的漂移,使其在慢速运动中的位姿估计依然可用。IMU 对自身加速度和角速度的测量可以提高系统的动态性能,同时帮助系统判别环境中的动态障碍物。

因此多年来出现了很多视觉和 IMU 组合导航的算法。其中一大类是基于滤波的组合算法,在文献[2]、文献[3]的视觉惯性导航(Visual Inertial Navigation, VIN)算法中有比较充分的介绍,尽管这类算法在实时性上有不错的表现,但是由于线性化等误差以及误差积累,导致长时间工作时状态估计误差增大,甚至导致滤波发散;另一类算法是基于非线性优化的组合算法,例如文献[4]、文献[5],但是随着应用环境逐步增大,数据越来越多,实时性变得越来越差。因此发展出基于关键帧的非线性的优化算法,通过优化与跟踪并行的非同步优化方法来提高实时性,如文献[6]、文献[7]。

本文针对廉价的惯性测量单元和视觉融合的算法,提出一种基于 Kalman 滤波的在线估计陀螺加速度计零偏的算法。因为廉价的惯性器件精度较低,整个 SLAM 系统并不将其用于提高视觉 SLAM 算法的精度,而是用于提高系统在大加速度、大角速度下的适应性,因此采用滤波与文献[8]中的非线性优化结合的方法。通过优化算法提高视觉 SLAM 的精度,将视觉信息作为观测量,利用滤波进行零偏估计,为视觉 SLAM 提供运动预测,使整个 SLAM 系统具有很好的动态适应性,并保持很好的实时性。

## 1 系统模型

### 1.1 IMU 积分模型

在此约定,用  $W$  表示世界坐标系。 $W$  坐标系是在建图时随机确定的,但一旦确定,在建图过程中和建图完成后的导航任务中,都是固定不变的。 $B$  表示 IMU 坐标系,由于 IMU 与车体固联, $B$  系亦

即载体坐标系。

$\boldsymbol{\omega}_{BW}^B$  为载体相对世界坐标系的角速度在 IMU 坐标系下的表示。 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{WB}^B$  表示 IMU 对  $\boldsymbol{\omega}_{BW}^B$  的测量值,其主要误差为陀螺零偏,用  $\mathbf{b}^g$  表示。同理, $\mathbf{a}^w$  为载体实际加速度在世界坐标系下的表示, $\mathbf{g}$  为重力加速度在世界坐标系下的向量表示, $\tilde{\mathbf{a}}^B$  为 IMU 对加速度的测量, $\mathbf{R}_{WB}$  为 IMU 坐标系到世界坐标系的姿态变换矩阵, $\mathbf{b}^a$  表示加速度计零偏。假设陀螺零偏和加速度计零偏都是非常缓慢的变化,短时间内近似为常值。有:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{WB}^B(t) = \boldsymbol{\omega}_{BW}^B(t) + \mathbf{b}^g \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}_{WB}^B(t) = \mathbf{R}_{WB}^T[\mathbf{a}_{BW}(t) - \mathbf{g}] + \mathbf{b}^a \quad (2)$$

由于世界坐标系是随机确定的,重力加速度已知,但在世界坐标系各轴分量未知,同时重力加速度和加速度计零偏区分比较困难,因此在算法中需要对重力加速度的分量和 IMU 的零偏同时进行估计。有了加速度和角速度的测量以后,可以积分得到 IMU 相对世界坐标系的姿态  $\mathbf{R}_{BW}$ ,以下简称  $\mathbf{R}$ 。本文姿态均用旋转矩阵表示。IMU 相对世界坐标系的速度和位置分别用  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{P}$  表示。有如下关系:

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}\boldsymbol{\omega}_{BW}^B^\wedge \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{V} \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{a} \quad (5)$$

其中, $(\cdot)^\wedge$ 表示一种运算。

$$\boldsymbol{\omega}^\wedge = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1 \\ \boldsymbol{\omega}_2 \\ \boldsymbol{\omega}_3 \end{bmatrix}^\wedge = \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\omega}_3 & \boldsymbol{\omega}_2 \\ \boldsymbol{\omega}_3 & 0 & -\boldsymbol{\omega}_1 \\ -\boldsymbol{\omega}_2 & \boldsymbol{\omega}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

积分式(3)、式(4)、式(5)并代入式(1)、式(2),可得

$$\mathbf{R}(t + \Delta t) = \mathbf{R}(t)\text{Exp}\{[\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{WB}^B(t) - \mathbf{b}^g]\Delta t\} \quad (7)$$

其中,  $\text{Exp}(\phi) = \exp(\phi^\wedge)$ 。

$$\mathbf{V}(t + \Delta t) = \mathbf{V}(t) + \mathbf{g}\Delta t + \mathbf{R}(t)[\tilde{\mathbf{a}}_{WB}^B(t) - \mathbf{b}^a]\Delta t \quad (8)$$

$$\mathbf{P}(t + \Delta t) = \mathbf{P}(t) + \mathbf{V}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{g}\Delta t^2 + \frac{1}{2}\mathbf{R}(t)[\tilde{\mathbf{a}}_{WB}^B(t) - \mathbf{b}^a]\Delta t^2 \quad (9)$$

式(7)、式(8)、式(9)就是本文使用的 IMU 数据的积分模型,其中陀螺零偏  $\mathbf{b}^g$ 、加速度零偏  $\mathbf{b}^a$  就是本文所要估计的量。

### 1.2 相机模型

相机模型为针孔模型如图 1 所示,用  $I$  表示图像

坐标系  $o'x'y'$ 。  $\mathbf{P} = [X, Y, Z]^T$  表示空间一点相对相机坐标系  $C$  的位置在  $C$  中的表示。  $\mathbf{p} = [u, v, 1]^T$  为点  $P$  在  $I$  投影的齐次坐标, 已知相机的内参矩阵  $\mathbf{K}$  有

$$\mathbf{p} = \frac{1}{Z} \mathbf{K} \mathbf{P} \quad (10)$$

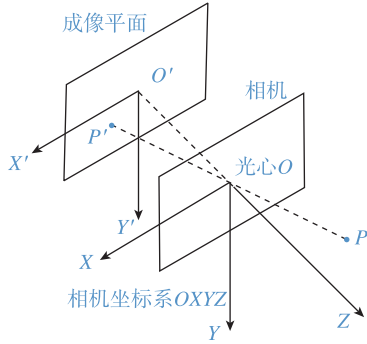


图1 针孔相机模型示意图

Fig. 1 Diagrammatic sketch of pinhole camera model

系统中, IMU 和相机是固连在一起的, 其中 IMU 与相机的位置关系已知。用  $C$  表示相机坐标系, 用  $\mathbf{R}_{CB}$ 、 $\mathbf{P}_{CB}$  分别表示由相机坐标系到 IMU 坐标系的位姿变化。  $\mathbf{R}_{WC}$ 、 $\mathbf{P}_{WC}$  表示相机相对世界坐标系的位姿, 有:

$$\mathbf{R}_{WB} = \mathbf{R}_{WC} \mathbf{R}_{CB} \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{WB} = \mathbf{R}_{WC} \mathbf{P}_{CB} + \mathbf{P}_{WC} \quad (12)$$

### 1.3 IMU 和相机的组合导航算法

IMU 数据采集的频率往往比视觉数据采集的频率高很多。如图 2 所示, 视觉中, 相邻的图像帧  $C_i$ 、 $C_j$  通过共同观察到的路标集合  $M$  建立起相对位姿的关系。具体算法在文献[9]中的 ORB\_SLAM 算法中有比较详细的描述。每一个路标为空间中的一点  $m_i$ , 对应一个观测  $\mathbf{z}_i$ ,  $\mathbf{z}_i$  为  $m_i$  在  $I$  中投影的齐次坐标, 由式(10)有

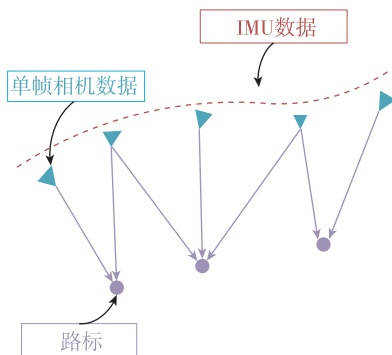


图2 视觉和 IMU 组合模型

Fig. 2 Model of visual-inertial navigation

$$\mathbf{z}_i = \frac{1}{Z} \mathbf{K} \mathbf{m}_i \quad (13)$$

同时观测  $\mathbf{z}_i$  是当前相机位姿和上一帧位姿的函数记为  $\tilde{\mathbf{z}}_i$ , 用  $P_{C_i}$ 、 $R_{C_i}$  表示在第  $i$  帧相机相对于世界坐标系的姿态。有

$$\tilde{\mathbf{z}}_i = \pi[P_{C_i}, R_{C_i}, P_{C_{i-1}}, R_{C_{i-1}}] \quad (14)$$

关于  $P_{C_i}$ 、 $R_{C_i}$  的残差  $r_c$  可以表示为

$$r_c(P_{C_i}, R_{C_i}) = \|\mathbf{z}_i - \tilde{\mathbf{z}}_i\| \quad (15)$$

通过非线性优化算法[8]优化  $P_{C_i}$ 、 $R_{C_i}$  使  $r_c$  取得最小值, 得到通过特征匹配优化后位姿  $\tilde{P}_{C_i}$ 、 $\tilde{R}_{C_i}$ , 有

$$(\tilde{P}_{C_i}, \tilde{R}_{C_i}) = \text{Min}[r_c(P_{C_i}, R_{C_i})] \quad (16)$$

根据式(11)、式(12)、式(16)可以得到  $\mathbf{R}_{WB}$  和  $\mathbf{P}_{WB}$ 。通过非线性优化方法可以很好地消除图像采集和特征提取的噪声, 同时可以减小错误匹配带来的影响, 得到较为准确的位姿, 但式(15)是非凸优化, 优化的精度和速度对优化初值很敏感。当初值和真值相差较远, 甚至会得到错误的位姿, 并且还可能造成特征匹配失败。惯性导航可以为特征匹配和优化算法提供一个更好的初值, 提升算法的速度、精度和动态的适应性。

## 2 模型的线性化

### 2.1 相关知识

由于旋转矩阵  $\mathbf{R}$  对加法不封闭, 而是属于李群空间的元素, 所以引用李群和李代数的知识。这些理论都基于文献[10-11]。记  $(\cdot)^\vee$  为  $(\cdot)^\wedge$  的逆运算, 若  $S = \omega^\wedge$  记  $S^\vee = \omega$ 。对于  $(\cdot)^\wedge$  有如下规则:

$$a^\wedge b = -b^\wedge a \quad \forall a, b \in \mathbf{R}^3 \quad (17)$$

$$\exp(\phi^\wedge) = \mathbf{I} + \frac{\sin\|\phi\|}{\|\phi\|} \phi^\wedge + \frac{1 - \cos\|\phi\|}{\|\phi\|^2} (\phi^\wedge)^2 \quad (18)$$

如果  $\|\phi\|$  很小, 有近似公式

$$\exp(\phi^\wedge) \approx \mathbf{I} + \phi^\wedge \quad (19)$$

对于属于李群空间的  $\mathbf{R}$  记  $\log(\cdot)$  为:

$$\log(\mathbf{R}) = \frac{\phi \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{R}^T)}{2 \sin \phi} \quad (20)$$

$$\phi = \cos^{-1} \frac{\text{tr}(\mathbf{R} - 1)}{2} \quad (21)$$

如果规定  $\|\phi\| < \pi$ , 那么  $\phi = \log(\mathbf{R})^\vee$  是  $\mathbf{R}$  在李代数空间的唯一映射。为了书写方便, 记

$$\text{Log}(\mathbf{R}) = \log(\mathbf{R})^\vee \quad (22)$$

如果  $\|\delta\phi\|$  很小, 可以近似地表示为

$$\text{Exp}(\phi + \delta\phi) \approx \text{Exp}(\phi) \text{Exp}(\mathbf{J}_r \delta\phi) \quad (23)$$

$\mathbf{J}_r$  是李群空间的右乘雅克比矩阵

$$\mathbf{J}_r(\phi) = \mathbf{I} - \frac{1 - \cos\|\phi\|}{\|\phi\|^2} \phi^\wedge + \frac{\|\phi\| - \sin\|\phi\|}{\|\phi\|^3} (\phi^\wedge)^2 \quad (24)$$

对 Log 运算有如下近似

$$\text{Log}[\text{Exp}(\phi)\text{Exp}(\delta\phi)] \approx \phi + \mathbf{J}_r^{-1} \delta\phi \quad (25)$$

在 IMU 积分线性化的过程中还会用到下边一个很重要的公式

$$\mathbf{R}\text{Exp}(\phi)\mathbf{R}^\top = \text{Exp}(\mathbf{R}\phi) \quad (26)$$

## 2.2 线性化

本文借鉴文献[12]的预积分方法对模型进行线性化。如图 3 所示,因为图像和 IMU 的采集频率不同,本文把每隔一定时间的图像当作关键位置,输出其位姿信息。

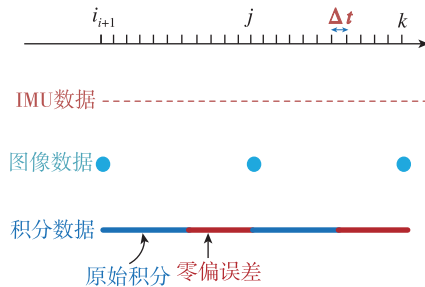


图 3 视觉惯性导航模型的线性化

Fig. 3 Linearization of the visual-inertial navigation model

在图像帧  $C_i$  和  $C_j$  之间有若干个 IMU 数据, IMU 的数据采集间隔假设是相同的,如图所示为  $\Delta t$ 。在未估计 IMU 零偏的情况下,对原始数据进行积分可以得到如图 3 所示的原始积分,原始积分和视觉得到的姿态信息有很大的误差,主要由 IMU 零偏造成。通过线性化原始积分和 IMU 零偏关系,然后通过 Kalman 滤波求解 IMU 零偏是本文的目的。为了便于书写和理解,用  $\mathbf{R}_i$  表示 IMU 在图像  $C_i$  帧时 IMU 的姿态  $\mathbf{R}_{WB}$ ,用  $\tilde{\omega}$  表示  $\tilde{\omega}_{WB}^B$ ,用  $\tilde{a}$  表示  $\tilde{a}_{WB}^B$ ,结合式(7)从  $C_i$  帧到  $C_j$  帧对  $\tilde{\omega}_{WB}^B$  进行积分有

$$\mathbf{R}_j = \mathbf{R}_i \prod_{k=i}^{j-1} \text{Exp}[(\tilde{\omega}_k - \mathbf{b}_k^g) \Delta t] \quad (27)$$

$\mathbf{V}_i$  表示 IMU 在图像  $C_i$  帧时的速度,令  $\Delta t_{ij} \doteq \sum_{k=i}^{j-1} \Delta t$  结合式(8)有

$$\mathbf{V}_j = \mathbf{V}_i + \mathbf{g} \Delta t_{ij} + \sum_{k=i}^{j-1} [\mathbf{R}_k (\tilde{a}_k - \mathbf{b}_k^g) \Delta t] \quad (28)$$

$\mathbf{P}_i$  表示 IMU 在图像  $C_i$  帧时的位置,结合式(9)有

$$\mathbf{P}_j = \mathbf{P}_i + \sum_{k=i}^{j-1} (\mathbf{V}_k \Delta t) + \frac{1}{2} \mathbf{g} \Delta t_{ij}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=i}^{j-1} [\mathbf{R}_k (\tilde{a}_k - \mathbf{b}_k^g) \Delta t^2] \quad (29)$$

假设  $\mathbf{b}_k^g = \mathbf{b}^g$ , 对式(27)进行线性化,记

$$\Delta \mathbf{R} = \prod_{k=i}^{j-1} \text{Exp}[(\tilde{\omega}_k - \mathbf{b}_k^g) \Delta t] \quad (30)$$

结合式(23)、式(24)有

$$\Delta \mathbf{R} = \prod_{k=i}^{j-1} \text{Exp}(\tilde{\omega}_k \Delta t) \text{Exp}(-\mathbf{J}_r^k \mathbf{b}^g \Delta t) \quad (31)$$

结合式(26)有

$$\Delta \mathbf{R} = \prod_{k=i}^{j-1} \text{Exp}(\tilde{\omega}_k \Delta t) \text{Exp}[\mathbf{J}_{bg}(j) \mathbf{b}^g] \quad (32)$$

其中

$$\mathbf{J}_{bg}(j) = - \sum_{n=i+1}^{j-1} \left[ \prod_{m=j-1}^n \text{Exp}(\tilde{\omega}_m \Delta t) \right]^\top \mathbf{J}_r^{n-1} \Delta t - \mathbf{J}_r^{j-1} \times \Delta t \quad (33)$$

将式(32)代入式(27)并结合式(18)、式(6)有

$$\text{Exp}(-\mathbf{J}_{bg} \mathbf{b}^g) \mathbf{R}_i \prod_{k=i}^{j-1} [\text{Exp}(\tilde{\omega}_k \Delta t)]^\top \mathbf{R}_j = \mathbf{I} \quad (34)$$

对式(34)两侧做 Log() 运算并结合式(25)有

$$\text{Log}(\mathbf{E}_R) = \mathbf{J}_r(\mathbf{E}_R) \mathbf{J}_{bg} \mathbf{b}^g \quad (35)$$

其中,  $\mathbf{E}_R = [\mathbf{R}_i \prod_{h=k}^{j-1} \text{Exp}(\tilde{\omega}_h \Delta t)]^\top \mathbf{R}_j$ , 式(35)就是对式(25)对  $\mathbf{b}^g$  进行线性化后的方程。

为了简便,记  $\Delta \mathbf{R}_{ik} = \mathbf{R}_i^\top \mathbf{R}_k$ , 记  $\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} = \prod_{m=i}^{k-1} \text{Exp}(\tilde{\omega}_m \Delta t)$

仅线性化式(28)中的一部分,记

$$\Delta \mathbf{V} = \sum_{k=i}^{j-1} [\Delta \mathbf{R}_{ik} (\tilde{a}_k - \mathbf{b}_k^g) \Delta t] \quad (36)$$

式(36)对  $\mathbf{b}^g$ 、 $\mathbf{b}^a$  进行线性化,结合式(17)、式(19)有

$$\Delta \mathbf{V} = \sum_{k=i}^{j-1} (\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} \tilde{a}_k \Delta t) - \sum_{k=i}^{j-1} (\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} \Delta t) \mathbf{b}^a - \sum_{k=i}^{j-1} [\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} (\tilde{a}_k \Delta t)^\wedge \mathbf{J}_{bg}(k)] \mathbf{b}^g \quad (37)$$

式(37)即为式(36)线性化的结果。

记  $\Delta \tilde{\mathbf{V}}_{ik} = \sum_{m=i}^{k-1} (\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{im} \tilde{a}_m \Delta t)$ , 同理记

$$\Delta \mathbf{P} = \sum_{k=i}^{j-1} [\Delta \mathbf{V}_{ik} \Delta t + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{R}_{ik} (\tilde{a}_k - \mathbf{b}_k^g) \Delta t^2] \quad (38)$$

同理有

$$\Delta \mathbf{P} = \sum_{k=i}^{j-1} \left[ \Delta \tilde{\mathbf{V}}_{ik} \Delta t + \frac{1}{2} \Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} (\tilde{a}_k \Delta t^2) \right] - \sum_{k=i}^{j-1} \left[ \sum_{m=i}^{k-1} (\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{im} \Delta t^2) + \frac{1}{2} \Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} \Delta t^2 \right] \mathbf{b}^a -$$

$$\sum_{k=i}^{j-1} \left\{ \sum_{m=i}^{k-1} [\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{im} (\tilde{\mathbf{a}}_m \Delta t^2)^\wedge \mathbf{J}_{bg}(m)] + \Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} (\tilde{\mathbf{a}}_k \Delta t^2)^\wedge \mathbf{J}_{bg}(k) \right\} \mathbf{b}^g \quad (39)$$

式(39)即为式(38)的线性化结果。

### 3 Kalman 滤波估计

#### 3.1 陀螺零偏的估计

在式(35)中,仅有  $\mathbf{b}^g$  一个待估计量,同时其他的观测信息只与陀螺有关,所以该式没有加速度计零偏的干扰,最适合对  $\mathbf{b}^g$  做出估计。记观测矩阵  $\mathbf{Z}_k^{bg} = \text{Log}(\mathbf{E}_R)$ , 测量矩阵  $\mathbf{H}_k^{bg} = \mathbf{J}_r(\mathbf{E}_R)\mathbf{J}_{bg}$ , 带估计量  $\mathbf{X}_k^{bg} = \mathbf{b}^g$ , 由于假设  $\mathbf{b}^g$  短时间内不变,所以状态转移矩阵为单位阵  $\mathbf{I}$ , 所以状态转移矩阵为

$$\mathbf{X}_{k/k-1}^{bg} = \mathbf{X}_{k-1}^{bg} \quad (40)$$

假设观测噪声为  $\mathbf{V}_k^{bg}$ , 观测方程为

$$\mathbf{Z}_k^{bg} = \mathbf{H}_k^{bg} \mathbf{X}_k^{bg} + \mathbf{V}_k^{bg} \quad (41)$$

记  $\mathbf{R}_k^{bg}$  为  $\mathbf{V}_k^{bg}$  的协方差矩阵,如图4所示,按照标准的 Kalman 滤波流程迭代,最终收敛得到  $\mathbf{b}^g$  的估计。

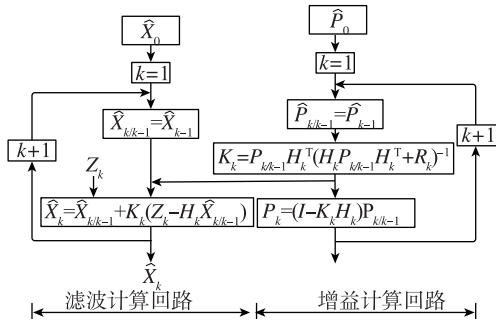


图4 Kalman 滤波流程图

Fig. 4 Flow chart of Kalman filter

#### 3.2 加速度计零偏的估计

通过3.1节的估计,在  $\mathbf{b}^a$  的估计中,  $\mathbf{b}^g$  是已知的。代入式(37)中有

$$\Delta \mathbf{V} = \Delta \bar{\mathbf{V}} + \mathbf{J}_v^{ba} \mathbf{b}^a \quad (42)$$

$$\text{其中, } \Delta \bar{\mathbf{V}} = \sum_{k=i}^{j-1} (\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} \tilde{\mathbf{a}}_k \Delta t) - \sum_{k=i}^{j-1} [\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} (\tilde{\mathbf{a}}_k \Delta t)^\wedge$$

$$\mathbf{J}_{bg}(k)] \mathbf{b}^g, \mathbf{J}_v^{ba} = - \sum_{k=i}^{j-1} (\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} \Delta t), \text{同理将 } \mathbf{b}^g \text{ 代入式(39)中有}$$

$$\Delta \mathbf{P} = \Delta \bar{\mathbf{P}} + \mathbf{J}_p^{ba} \mathbf{b}^a \quad (43)$$

$$\text{其中, } \Delta \bar{\mathbf{P}} = \sum_{k=i}^{j-1} [\Delta \tilde{\mathbf{V}}_{ik} \Delta t + \frac{1}{2} \Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} (\tilde{\mathbf{a}}_k \Delta t^2)] -$$

$$\sum_{k=i}^{j-1} \left\{ \sum_{m=i}^{k-1} [\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{im} (\tilde{\mathbf{a}}_m \Delta t^2)^\wedge \mathbf{J}_{bg}(m)] + \Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} (\tilde{\mathbf{a}}_k \Delta t^2)^\wedge \mathbf{J}_{bg}(k) \right\} \mathbf{b}^g, \mathbf{J}_p^{ba} = - \sum_{k=i}^{j-1} \left[ \sum_{m=i}^{k-1} (\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{im} \Delta t^2) + \frac{1}{2} \Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ik} \Delta t^2 \right].$$

采用相邻的三帧图像数据,将绝对速度  $\mathbf{V}$  消去。因为视觉无法提供准确的速度信息,时刻  $k$  的绝对速度仅能通过加速度计积分得到,误差会不断的积累,消去绝对速度可以很好地提高估计精度。同时,在得到了IMU的零偏以后,根据式(29)可以求得  $C_i$  帧的速度  $\mathbf{V}_i$ , 结合式(28)得到  $C_j$  帧的速度  $\mathbf{V}_j$ , 从而通过短时间的惯性导航为视觉 SLMA 提供高精度的位姿预测。为了表达方便,用  $(\cdot)_{ij}$  表示  $C_i$  帧到  $C_j$  的相关数据,比如式(30)中的  $\Delta \mathbf{R}$  可以记为  $\Delta \mathbf{R}_{ij}$ 。根据式(29)、式(39)有:

$$\mathbf{P}_j = \mathbf{P}_i + \mathbf{V}_i \Delta t_{ij} + \frac{1}{2} \mathbf{g} \Delta t_{ij}^2 + \mathbf{R}_i \Delta \mathbf{P}_{ij} \quad (44)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_j + \mathbf{V}_j \Delta t_{jk} + \frac{1}{2} \mathbf{g} \Delta t_{jk}^2 + \mathbf{R}_j \Delta \mathbf{P}_{jk} \quad (45)$$

联合式(44)、式(45)、式(36)、式(42)、式(43)消去  $\mathbf{V}_i, \mathbf{V}_j$  有

$$\lambda_i = \beta_i \mathbf{g} + \gamma_i \mathbf{b}^a \quad (46)$$

其中

$$\lambda_i = \mathbf{P}_k \Delta t_{ij} + \mathbf{P}_i \Delta t_{jk} - 2\mathbf{P}_j \Delta t_{jk} + \mathbf{R}_i \Delta \bar{\mathbf{P}}_{ij} \Delta t_{ij} - \mathbf{R}_j \Delta \bar{\mathbf{P}}_{jk} \Delta t_{jk} - \Delta \bar{\mathbf{V}}_{ij} \Delta t_{ij} \Delta t_{jk}$$

$$\beta_i = \frac{1}{2} (\Delta t_{ij}^2 \Delta t_{jk} + \Delta t_{jk}^2 \Delta t_{ij})$$

$$\gamma_i = \mathbf{J}_{vij}^{ba} \Delta t_{ij} \Delta t_{jk} + \mathbf{R}_j \mathbf{J}_{pjk}^{ba} \Delta t_{ij} - \mathbf{R}_i \mathbf{J}_{pij}^{ba} \Delta t_{jk}$$

由于重力加速度和加速度计零偏很难被区分出来,所以首先假设  $\mathbf{b}^a = 0$ , 有

$$\lambda_i = \beta_i \mathbf{g} \quad (47)$$

这方程可以比较稳定的解出  $\mathbf{g}$ , 将这个解作为一个初值记为  $\mathbf{G}$ 。并记  $\mathbf{G}$  方向的单位向量  $\mathbf{G}_n$ , 世界坐标系  $W$  的  $z$  轴方向单位向量  $\mathbf{Z}_n = (0, 0, 1)^\top$ 。有

$$\boldsymbol{\epsilon}_n = (\mathbf{Z}_n \times \mathbf{G}_n) / \|\mathbf{Z}_n \times \mathbf{G}_n\| \quad (48)$$

$\mathbf{Z}_n$  到  $\mathbf{G}_n$  的转角  $\theta_{zg} = \arcsin(\|\mathbf{Z}_n \times \mathbf{G}_n\|)$ 。记  $\mathbf{Z}_n$  到  $\mathbf{G}_n$  的旋转矩阵  $\mathbf{R}_{zg}$  有

$$\mathbf{R}_{zg} = \text{Exp}(\theta_{zg} \boldsymbol{\epsilon}_n) \quad (49)$$

世界坐标系中的重力加速度可以表示为

$$\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{R}_{zg} \boldsymbol{\epsilon}_n \mathbf{G}_E \quad (50)$$

$\mathbf{G}_E$  为本地重力加速度。假设,  $\tilde{\mathbf{g}}$  存在一个小的扰动, 记为  $\delta \boldsymbol{\theta} = (x, y, 0)^\top$ , 为作用在  $\tilde{\mathbf{g}}$  上的旋转向量, 因为只有  $x, y$  轴的旋转对  $\tilde{\mathbf{g}}$  有意义, 所以  $z$  轴设为零。有

$$\mathbf{g} = \mathbf{R}_{z_g} \text{Exp}(\delta\theta) \boldsymbol{\varepsilon}_n \mathbf{G}_R \quad (51)$$

式(46)可表示为

$$\lambda_i = \beta_i \mathbf{R}_{z_g} \text{Exp}(\delta\theta) \boldsymbol{\varepsilon}_n \mathbf{G}_E + \gamma_i \mathbf{b}^a \quad (52)$$

结合式(12)、式(14)有

$$\lambda_i = \beta_i \mathbf{R}_{z_g} \boldsymbol{\varepsilon}_n \mathbf{G}_E - \beta_i \mathbf{R}_{z_g} \boldsymbol{\varepsilon}_n^{\wedge} \mathbf{G}_E \delta\theta + \gamma_i \mathbf{b}^a \quad (53)$$

记  $(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \alpha_{i3}) = -\beta_i \mathbf{R}_{z_g} \boldsymbol{\varepsilon}_n^{\wedge} \mathbf{G}_E$ , 有:

状态观测

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} \lambda_i - \beta_i \mathbf{R}_{z_g} \boldsymbol{\varepsilon}_n \mathbf{G}_E \\ \lambda_j - \beta_j \mathbf{R}_{z_g} \boldsymbol{\varepsilon}_n \mathbf{G}_E \end{bmatrix} \quad (54)$$

测量矩阵

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} & \alpha_{i2} & \gamma_i \\ \alpha_{j1} & \alpha_{j2} & \gamma_j \end{bmatrix} \quad (55)$$

估计量

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \mathbf{b}^a \end{bmatrix} \quad (56)$$

观测方程为

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (57)$$

状态转移矩阵为  $\mathbf{I}$ , 观测噪声协方差为  $\mathbf{R}$ 。如图 4 进行 Kalman 滤波得到  $\mathbf{b}^a$ 。

#### 4 实验验证

基于 ROS 系统开发环境<sup>[13]</sup>, 实验数据采用 Euroc Dataset 发布的公开数据集 V2\_02\_mdium 进行验证。该数据集包含视频录像和同步采集到的 IMU 数据, 同时给出了 IMU 与相机位置关系, 满足论文验证的前提条件。图 5、图 6 所示为该数据集在该算法下的运行结果。

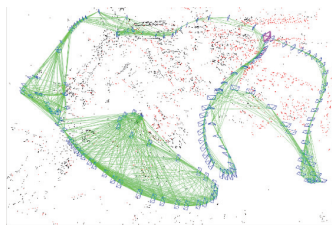


图 5 视觉惯性 SLAM 生成的点云地图

Fig. 5 Point cloud map of visual-inertial SLAM

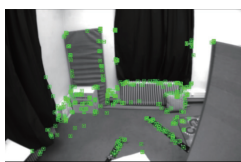


图 6 视觉惯性 SLAM 提取的视觉特征

Fig. 6 Visual feature points of visual-inertial SLAM

图 7 所示为陀螺零偏估计的结果, X 轴为时间, Y 轴为陀螺零偏, 图中 3 条曲线分别为零偏  $\mathbf{b}^g$  在 IMU 坐标系下三轴的分量。其中,  $z$  轴的分量估计相对稳定,  $x$  轴和  $y$  轴的跳动较大, 但最终收敛, 这是因为该视觉 SLAM 系统估计姿态时, 姿态在  $x$  轴和  $y$  轴的误差较大, 从而引起零偏估计收敛较慢。这也正是用 IMU 陀螺修正视觉 SLAM 姿态的优势之一。

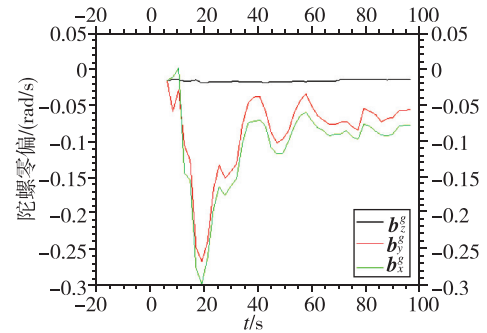


图 7 陀螺零偏估计结果

Fig. 7 Estimation results of gyro biases

图 8 所示为加速度计零偏估计的结果, X 轴为时间, Y 轴为加速度计零偏, 图中 3 条曲线为零偏  $\mathbf{b}^a$  在 IMU 坐标系下的分量。

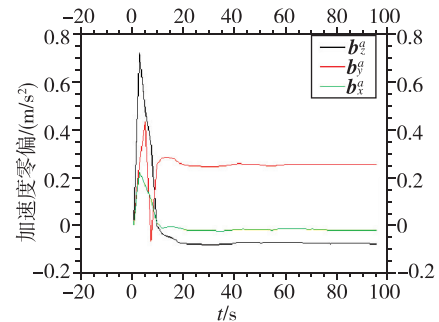


图 8 加速度计零偏估计

Fig. 8 Estimation results of accelerometer biases

图 9 所示为世界坐标系中重力加速度在各轴的分量。X 轴为时间, Y 轴为重力加速度。

图 10 所示为估计 IMU 零偏后的误差  $err_1$  和未估计 IMU 零偏的误差  $err_0$ 。该误差表示在该时刻到前 20 帧图像的时间内 IMU 导航与视觉导航之间的误差。X 轴为时间, Y 轴为积分误差, 估计零偏后的误差是未估计零偏误差的 10.9%, 说明本文方法对 IMU 的积分精度有明显的提高。

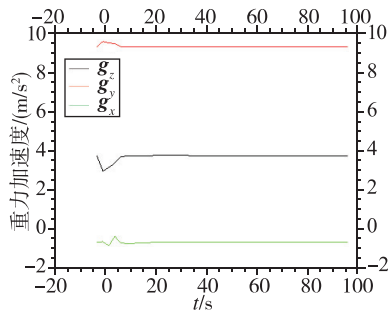


图9 重力加速度分量

Fig. 9 Components of the gravity acceleration

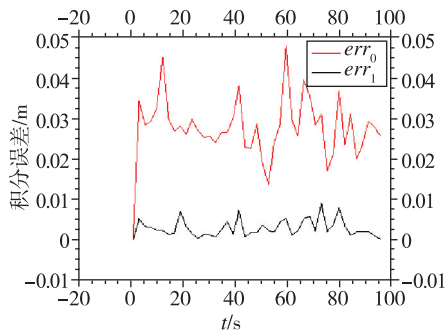


图10 惯性导航误差

Fig. 10 Error of inertial navigation

## 5 结论

本文通过合理地应用IMU零偏模型,利用李代数和李群的知识将IMU零偏非线性模型线性化,与用视觉SLAM得到的位姿相结合,消除了速度积分的积累误差,通过Kalman滤波得到陀螺零偏、加速度计零偏,结果稳定可靠,对惯性导航精度有明显的提高。

### 参考文献

- [1] Gui J, Gu D, Wang S, et al. A review of visual inertial odometry from filtering and optimisation perspectives [J]. *Advanced Robotics*, 2015, 29(20): 1289-1301.
- [2] 逯建军,任晓军,孙伟,等. 惯性/双目视觉里程计深组合导航方法[J]. *导航定位与授时*, 2016, 3(3): 6-12.
- [3] Jones E S, Soatto S. Visual-inertial navigation, map-

ping and localization: A scalable real-time causal approach [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(4): 407-430.

- [4] Patron-Perez A, Lovegrove S, Sibley G. A spline-based trajectory representation for sensor fusion and rolling shutter cameras [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2015, 113(3): 208-219.
- [5] Indelman V, Williams S, Kaess M, et al. Information fusion in navigation systems via factor graph based incremental smoothing [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, 61(8): 721-738.
- [6] Strasdat H, Montiel J M M, Davison A J. Real-time monocular SLAM: Why filter? [C]// 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2010: 2657-2664.
- [7] Nerurkar E D, Wu K J, Roumeliotis S I. C-KLAM: Constrained keyframe-based localization and mapping [C]// 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2014: 3638-3643.
- [8] Kümmerle R, Grisetti G, Strasdat H, et al. G2o: A general framework for graph optimization [C]// 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2011: 3607-3613.
- [9] Mur-Artal R, Tardos J D. ORB-SLAM2: An open-source SLAM system for monocular, stereo, and RGB-D cameras [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 33(5): 1255-1262.
- [10] Chirikjian G S. Stochastic models, information theory, and lie groups, Volume 2: Analytic methods and modern applications [M]. Springer Science & Business Media, 2011.
- [11] Wang Y, Chirikjian G S. Nonparametric second-order theory of error propagation on motion groups [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2008, 27(11-12): 1258-1273.
- [12] Forster C, Carlone L, Dellaert F, et al. IMU preintegration on manifold for efficient visual-inertial maximum-a-posteriori estimation [C]// Georgia Institute of Technology, 2015.
- [13] 刘汝佳,王芳,张强,等. 基于ROS的机械臂轨迹规划研究[J]. *导航定位与授时*, 2016, 3(6): 76-81.