

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2018.05.003

基于改进强跟踪 ASCKF 算法的 SINS/GNSS 组合对准方法

刘 轶¹,程旭红²,程建华³

(1. 海军驻北京地区航空军事代表室,北京 100073;2. 烟台广电信息网络中心
广电技术部,烟台 264000;3. 哈尔滨工程大学 自动化学院,哈尔滨 150001)

摘要:大方位失准角下的 SINS/GNSS 组合对准系统呈非线性,采用传统的卡尔曼滤波方法进行初始对准易导致对准精度下降甚至滤波发散。基于此,提出了一种基于改进强跟踪自适应平方根容积卡尔曼滤波算法的组合对准方法。该方法采用 QR 分解求取协方差的分解因子,并在状态预测方差阵的平方根更新中引入多重渐消因子调整滤波增益;同时,基于 Sage-Husa 自适应滤波,引入改进的时变噪声估计器实时估计噪声的统计特性。仿真结果表明,采用改进的滤波算法进行大方位失准角下的组合对准,对准精度明显提高。

关键词:组合对准;大方位失准角;平方根容积卡尔曼滤波;多重渐消因子;Sage-Husa 自适应滤波
中图分类号:U666.1 **文献标志码:**A **文章编号:**2095-8110(2018)05-0013-07

SINS/GNSS Integrated Alignment Method Based on Improved Strong Tracking ASCKF Algorithm

LIU Yi¹, CHENG Xu-hong², CHENG Jian-hua³

(1. Naval Aviation Representative Office in Beijing Area, Beijing 100073, China; 2. Broadcast Department,
Yantai Broadcast and Television Information Network Ltd., Yantai 264000, China;
3. School of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: As the SINS/GNSS integrated alignment system with a large azimuth misalignment angle is non-linear and the traditional Kalman filter method for initial alignment would lead to poor alignment accuracy or even filtering divergence, a SINS/GNSS integrated alignment method based on the improved strong tracking Adaptive Square-root Cubature Kalman Filter (ASCKF) algorithm is proposed in this paper. The proposed method directly adopts QR factorization to get the factor of covariance matrix and introduces the multiple fading factors to adjust the filtering gain during the square root updating of state prediction covariance matrix. Combined with Sage-Husa adaptive filter, an improved noise statistics estimator is designed to estimate noise statistics in real time. Simulation results show that the proposed algorithm can increase the accuracy of integrated alignment with a large azimuth misalignment angle.

Key words: Integrated alignment; Large azimuth misalignment angle; Square cubature Kalman filter; Multiple fading factors; Sage-Husa adaptive filter

收稿日期:2018-07-08;修订日期:2018-08-12

基金项目:国家自然科学基金重点项目(61633008);中央高校基本科研业务费(HEUCFX41309)

作者简介:刘轶(1983-),女,硕士,主要从事惯性导航及组合导航研究。E-mail: liuyi1983_bj@163.com

通信作者:程建华(1977-),男,教授,主要从事惯性导航及组合导航研究。E-mail: chengjianhua@hrbeu.edu.cn

0 引言

初始对准是捷联惯性导航系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)的关键技术之一,对准精度直接影响系统的导航定位精度^[1-2]。随着组合导航系统的快速发展,组合对准成为初始对准技术发展的重要方向之一。其中,SINS与全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)的组合对准应用最为广泛。在实际应用中,受限于系统惯性器件自身的测量误差、系统建模误差以及海上环境的恶劣性等因素,SINS/GNSS组合对准系统经惯性系粗对准后方位失准角较大,系统具有较强的非线性、时变性和模型不确定性^[3]。因此,在精对准阶段需要建立基于大方位失准角的非线性误差模型,并采用非线性滤波方法实现初始对准。

其中,容积卡尔曼滤波^[4-6](Cubature Kalman Filter, CKF)是一种利用三阶球面-径向容积规则对非线性函数进行近似高斯积分的非线性滤波方法。相比于扩展卡尔曼滤波、无迹卡尔曼滤波等,CKF无需计算雅可比矩阵,计算过程相对简单;在滤波过程中不依赖非线性函数的具体形式,适用于几乎任何非线性系统;当系统维数较高时,采用CKF能有效改善滤波精度及稳定性^[7]。基于以上优点,采用CKF进行SINS大方位失准角下的初始对准,能够基本解决对准过程中的非线性问题,提高系统的对准精度^[8-11]。

海上启动状态下,受各种机动条件的约束以及高海况的干扰,初始对准过程很难在短时间内达到收敛。对此,采用强跟踪滤波(Strong Tracking Filter, STF)技术能够有效改善对准系统的鲁棒性,加强系统对突发状况的跟踪能力^[12]。在实际对准过程中,由于外界环境的干扰,系统的噪声统计特性不断变化,通过引入Sage-Husa自适应滤波算法能够实时获取噪声的统计特性,提高系统的自适应能力^[13-14]。

综合考虑,提出了一种基于改进强跟踪自适应平方根CKF(改进的强跟踪ASCKF)算法的SINS/GNSS组合对准方法,该方法能够有效改善非线性系统在大方位失准角情况下的对准性能。

1 SINS/GNSS组合对准数学建模

初始对准的关键在于如何获得准确的初始捷

联矩阵,其基本原理是利用惯性器件的敏感信息,经粗对准得到一个满足要求的粗略姿态矩阵,在此基础上通过精对准精确估计出实际解算的地理坐标系 n' 系与理想的地理坐标系 n 系之间的失准角,并使之趋于0,从而得到精确的捷联矩阵。在SINS/GNSS组合对准过程中,水平对准速度较快、精度较高,系统经粗对准后得到的水平失准角一般为小角度,而方位失准角的收敛速度相对缓慢,粗对准结束时刻方位失准角仍较大,因此需要在精对准阶段建立基于大方位失准角的非线性误差模型。

假设实际解算的地理坐标系 n' 系与理想的地理坐标系(东北天地理坐标系) n 系之间的失准角为 $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_E \ \varphi_N \ \varphi_U]^T$,则基于大方位失准角下 $\sin\varphi_E \approx \varphi_E$ 、 $\sin\varphi_N \approx \varphi_N$ 、 $\cos\varphi_E = \cos\varphi_N \approx 1$,并忽略二阶小量,可将两坐标系间的变换矩阵 $\mathbf{C}_n^{n'}$ 简化为如下形式

$$\mathbf{C}_n^{n'} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} C_{11} = \cos\varphi_U, C_{12} = -\sin\varphi_U, C_{13} = -\varphi_N, \\ C_{21} = \sin\varphi_U, C_{22} = \cos\varphi_U, C_{23} = \varphi_E, \\ C_{31} = \varphi_N \cos\varphi_U - \varphi_E \sin\varphi_U, \\ C_{32} = -\varphi_N \sin\varphi_U - \varphi_E \cos\varphi_U, C_{33} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

捷联惯导系统的速度误差方程、姿态误差方程为^[15]:

$$\begin{aligned} \delta\dot{\mathbf{V}} &= (\mathbf{C}_n^{n'} - \mathbf{I})\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b + \delta\mathbf{V} \times (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) + \\ &\quad \mathbf{V}^n \times (2\delta\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{en}^n) + \mathbf{C}_b^{n'} \dot{\mathbf{V}}^b + \delta\mathbf{g}^n \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = (\mathbf{I} - \mathbf{C}_n^{n'})\boldsymbol{\omega}_{in}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n + \boldsymbol{\varepsilon}^n \quad (4)$$

将简化后的 $\mathbf{C}_n^{n'}$ 代入上式即可得到SINS的非线性误差方程。

基于此,选取合适的状态变量建立如下形式的SINS/GNSS组合对准系统模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{X}(t), t] + \boldsymbol{\omega}(t) \\ \mathbf{Z}(t) = \mathbf{h}[\mathbf{X}(t), t] + \mathbf{v}(t) \end{cases} \quad (5)$$

忽略垂向,选取状态变量 \mathbf{X} 为

$$\mathbf{X} = [\delta V_E \ \delta V_N \ \delta\varphi \ \delta\lambda \ \varphi_E \ \varphi_N \ \varphi_U \ \varepsilon_E \ \varepsilon_N \ \varepsilon_U]^T$$

其中, δV_E 、 δV_N 分别为东向、北向速度误差; $\delta\varphi$ 、 $\delta\lambda$ 分别为经度、纬度误差; φ_E 、 φ_N 、 φ_U 为3个方向的姿态误差; ε_E 、 ε_N 、 ε_U 为3个方向的陀螺漂移。

系统噪声 $\boldsymbol{\omega}$ 为

$$\boldsymbol{\omega} = [\boldsymbol{w}_{aE} \quad \boldsymbol{w}_{aN} \quad \mathbf{0}_{1 \times 2} \quad \boldsymbol{w}_{gE} \quad \boldsymbol{w}_{gN} \quad \boldsymbol{w}_{gU} \quad \mathbf{0}_{1 \times 3}]^T$$

在系统噪声矩阵 $\boldsymbol{\omega}$ 中, $[\boldsymbol{w}_{aE} \quad \boldsymbol{w}_{aN}]^T$ 为加速度计零偏误差, $[\boldsymbol{w}_{gE} \quad \boldsymbol{w}_{gN} \quad \boldsymbol{w}_{gU}]^T$ 为陀螺仪漂移噪声。

选取观测量 \boldsymbol{Z} 为 SINS 与 GNSS 二者位置误差的差值, \boldsymbol{v} 为量测噪声, \boldsymbol{h} 为量测矩阵, 由于在此系统中, 量测方程为线性, 故量测矩阵为

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{H} = [\mathbf{0}_{2 \times 2} \quad \boldsymbol{I}_{2 \times 2} \quad \mathbf{0}_{2 \times 6}]^T$$

对上述 SINS/GNSS 组合对准模型进行离散化, 得到如下的非线性系统:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{f}_{k/k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}) + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \\ \boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{V}_k \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_{k-1}$ 是零均值、方差为 \boldsymbol{Q}_{k-1} 的系统噪声, \boldsymbol{v}_k 是零均值、方差为 \boldsymbol{R}_k 的量测噪声, 二者为相互独立的高斯白噪声。

2 改进强跟踪 ASCKF 算法设计

传统的 CKF 算法是在三阶球面—径向容积规则的基础上, 利用一组权值相等的容积点对非线性函数进行近似高斯积分运算, 从而得到随机变量的均值和方差^[4-5]。

当系统模型不准确或噪声统计特性未知时, 采用 CKF 进行大方位失准角下的初始对准会带来较大的对准误差, 甚至引起滤波发散。针对上述情况, 提出了一种改进强跟踪 ASCKF 算法。该算法通过引入改进的强跟踪滤波器和时变噪声统计估计器, 能够抑制滤波发散, 提高大方位失准角下的对准精度。

2.1 改进的强跟踪滤波器

强跟踪滤波要求输出残差序列时刻保持正交, 满足以下要求^[16]:

$$\begin{cases} \textcircled{1} E[(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k)(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k)^T] = \min \\ \textcircled{2} E[(\boldsymbol{\gamma}_{k+j} \boldsymbol{\gamma}_k^T)] = 0, \quad k, j = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

其中, 残差序列 $\boldsymbol{\gamma}_k = \boldsymbol{z}_k - \boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1})$; 条件①为 EKF 的性能指标; 条件②要求不同时刻的输出残差序列处处保持正交。

当系统中存在的各种不确定误差较大时, 无法保证残差序列 $\boldsymbol{\gamma}_k$ 时时正交, 通过在状态协方差阵中引入多重渐消因子矩阵, 可以提高新数据在滤波过程中的比重, 在线调整滤波增益 \boldsymbol{K}_k , 以提高系统鲁棒性和对突发状态的跟踪能力。多重渐消因子矩阵 $\boldsymbol{\lambda}_k$ 的求解如下^[17-18]:

$$\boldsymbol{\lambda}_k = \text{diag}[\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k}] \quad (7)$$

$$\lambda_{i,k} = \begin{cases} \alpha_i \lambda_{i0}, & (\lambda_{i0} > 1) \\ 1, & (\lambda_{i0} \leq 1) \end{cases}, \quad \lambda_0 = \frac{\text{tr}[\boldsymbol{N}_k]}{\text{tr}[\boldsymbol{M}_k]} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{cases} \boldsymbol{N}_k = \boldsymbol{V}_k - \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{Q}_{k-1} \boldsymbol{H}_k^T - \beta \boldsymbol{R}_k \\ \boldsymbol{M}_k = \boldsymbol{F}_{k/k-1} \boldsymbol{P}_{k-1/k-1} \boldsymbol{F}_{k/k-1}^T \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{H}_k \end{cases} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{V}_k = \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}_k \boldsymbol{\gamma}_k^T, & k = 1 \\ \frac{\rho \boldsymbol{V}_{k-1} + \boldsymbol{\gamma}_k \boldsymbol{\gamma}_k^T}{1 + \rho}, & k \geq 2 \end{cases} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1/k-1}} = \boldsymbol{F}_{k/k-1}, \quad \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1/k-1}} = \boldsymbol{H}_k \quad (11)$$

式中, α_i 可根据先验知识确定, ρ 为遗忘因子, $0 < \rho \leq 1$, 通常 ρ 取 0.95; β 为弱化因子, 取为 3。

式(11)中涉及雅可比矩阵的计算, 当系统维数较高时, 计算过程复杂。因此, 本文基于强跟踪滤波的等效描述, 采用 CKF 迭代过程中的状态协方差和量测协方差表示 \boldsymbol{N}_k 、 \boldsymbol{M}_k 。

根据定义, 互协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{xz, k/k-1}^{(l)}$ 为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}_{xz, k/k-1}^{(l)} &= E[(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1})(\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_{k/k-1})^T] \\ &= E[(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1})(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1})^T] \boldsymbol{H}_k^T \\ &= \boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(l)} \boldsymbol{H}_k^T \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(l)}$ 为状态一步预测误差阵。

由式(12)得

$$\boldsymbol{H}_k = [\boldsymbol{P}_{xz, k/k-1}^{(l)}]^T [\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(l)}]^{-1} \quad (13)$$

将式(13)代入式(9), 则 \boldsymbol{N}_k 可表示为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N}_k &= \boldsymbol{V}_k - \beta \boldsymbol{R}_k - \\ &[\boldsymbol{P}_{xz, k/k-1}^{(l)}]^T [\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(l)}]^{-1} \boldsymbol{Q}_{k-1} [\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(l)}]^{-1} [\boldsymbol{P}_{xz, k/k-1}^{(l)}] \end{aligned} \quad (14)$$

对于 \boldsymbol{M}_k 有

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(l)} = \boldsymbol{F}_{k/k-1} \boldsymbol{P}_{k-1/k-1} \boldsymbol{F}_{k/k-1}^T + \boldsymbol{Q}_{k-1} \quad (15)$$

结合式(9)、式(15), 将 \boldsymbol{M}_k 进一步表示为

$$\boldsymbol{M}_k = (\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(l)} - \boldsymbol{Q}_{k-1}) \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{H}_k \quad (16)$$

将式(13)表示的 \boldsymbol{H}_k 代入式(16), 即可得到 \boldsymbol{M}_k 。式中, $\boldsymbol{P}_{xz, k/k-1}^{(l)}$ 为新息协方差矩阵, (l) 标识代表未引入渐消因子时的各个变量。

通常, 基于上述 STF 得到的多重渐消因子矩阵 $\boldsymbol{\lambda}_k$ 中各渐消因子并不相等。CKF 的状态一步预测误差阵更新中直接乘以 $\boldsymbol{\lambda}_k$ 阵会影响矩阵的正定性。为了解决上述问题, 考虑在状态预测更新中引入渐消因子矩阵的均方根 $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_k$ 进行改善, $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_k$ 具体表示为

$$\bar{\boldsymbol{\lambda}}_k = \text{diag}[\sqrt{\lambda_{1,k}}, \sqrt{\lambda_{2,k}}, \dots, \sqrt{\lambda_{n,k}}] \quad (17)$$

改进的强跟踪滤波器通过在状态预测方差阵的平方根更新中引入多重渐消因子调整滤波增益,

避免求取雅可比矩阵,计算更加简便,改善了系统的鲁棒性。

2.2 改进的时变噪声统计估计器

在应用 CKF 进行组合对准的过程中,涉及系统噪声和量测噪声的协方差矩阵,而在实际情况中是很难准确获得噪声的统计特性。对此,文献[19]中提出一种基于 CKF 的时变噪声估计器,能够实时估计噪声的统计特性,详见文献[19]中式(45)、式(46):

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_k = (1-d_k)\hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + d_k[\mathbf{K}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T\mathbf{K}_k^T + \mathbf{P}_k - \\ \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}(\mathbf{X}_{i,k/k-1}^*)(\mathbf{X}_{i,k/k-1}^*)^T + \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^T] \\ \hat{\mathbf{R}}_k = (1-d_k)\hat{\mathbf{R}}_{k-1} + d_k[\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T - \\ \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}(\mathbf{Z}_{i,k/k-1})(\mathbf{Z}_{i,k/k-1})^T + \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^T] \end{cases} \quad (18)$$

式中,新息序列为 $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}$, $d_k = (1-b)/(1-b^k)$, b 为遗忘因子,且 $0 < b < 1$,一般取为 $0.95 \sim 0.99$ 。

由式(18)可知,两种噪声的统计特性均与新息 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 有关。但滤波初值的选取误差、系统模型误差、环境扰动误差等各种不确定误差的存在都可能引起新息的异常变化,进而影响噪声的统计特性。另外, $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 求解过程中涉及减法运算,会影响矩阵的半正定性和对称性,引起滤波发散。针对上述问题,需要对式(18)中的噪声估计器进行算法改进。

为了保证噪声方差阵的半正定性,使滤波能够迅速达到收敛,需要对 $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 的减法运算进行处理。相比较 $\mathbf{K}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T\mathbf{K}_k^T$, $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 的后半部分数量级较小,因此可以通过删除 $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 中影响其半正定性的余项,牺牲一定的滤波精度以保证滤波的稳定性,化简式(18)得:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_k = (1-d_k)\hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + d_k[\mathbf{K}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T\mathbf{K}_k^T] \\ \hat{\mathbf{R}}_k = (1-d_k)\hat{\mathbf{R}}_{k-1} + d_k[\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T - \\ \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}(\mathbf{Z}_{i,k/k-1})(\mathbf{Z}_{i,k/k-1})^T + \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^T] \end{cases} \quad (19)$$

2.3 滤波发散判断

针对新息异常易影响噪声统计特性的问题,基于协方差匹配的原则,引入滤波发散判断

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k^T\boldsymbol{\varepsilon}_k \leq \text{tr}[E(\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T)] \quad (20)$$

式中, $\text{tr}(\cdot)$ 为求矩阵的迹。若式(20)成立,则式(19)改写为:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_k = (1-d_k)\hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + d_k[\mathbf{K}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T\mathbf{K}_k^T] \\ \hat{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{R}}_{k-1} \end{cases} \quad (21)$$

3 改进强跟踪 ASCKF 算法实现

计算机的截断效应会导致传统 CKF 在求取容积点的过程中产生较大的舍入误差,影响滤波稳定性。为了降低二次求取过程中舍入误差的影响,采用矩阵 QR 分解的形式直接求取状态预测阵的分解因子,并结合上述改进的强跟踪滤波器、时变噪声统计估计器,设计了一种改进的强跟踪 ASCKF 算法,具体实现过程如下:

1) 根据球面一径向容积规则,选取容积点 $\boldsymbol{\xi}_i = \sqrt{n}[\mathbf{I}]_i$, $[\mathbf{I}]_i \in \mathbf{R}_n$, 其权值为 $\omega_i = \frac{1}{2n}$, $i = 1, \dots, 2n$, 且

$$[\mathbf{I}]_i \in \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \quad (22)$$

2) 利用上一时刻的状态估计误差协方差阵的分解因子 $\mathbf{S}_{k-1/k-1}$ 计算容积点:

$$\mathbf{X}_{i,k/k-1}^{(l)} = \mathbf{S}_{k-1/k-1}\boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}, \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (23)$$

3) 将式(23)中的容积点通过状态方程传递,得到状态预测容积点 $\mathbf{X}_{i,k/k-1}^{*(l)}$:

$$\mathbf{X}_{i,k/k-1}^{*(l)} = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{i,k/k-1}^{(l)}) \quad (24)$$

4) 计算状态预测 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{(l)}$:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{(l)} = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}\mathbf{X}_{i,k/k-1}^{*(l)} \quad (25)$$

5) 代替传统 CKF 间接求取 $\mathbf{S}_{k/k-1}^{(l)}$ 的方法,通过 QR 分解,直接计算状态预测协方差阵的分解因子 $\mathbf{S}_{k/k-1}^{(l)}$:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{k/k-1}^{(l)} = \text{Tria}([\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{*(l)} \quad \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{Q},k-1}]) \\ \mathbf{P}_{k/k-1}^{(l)} = \mathbf{S}_{k/k-1}^{(l)}\mathbf{S}_{k/k-1}^{(l)T} \end{cases} \quad (26)$$

式中, $\hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{Q},k-1} = \text{chol}(\hat{\mathbf{Q}}_{k-1})$; $\text{Tria}(\cdot)$ 表示 QR 分解,返回一个下三角矩阵。

$$\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{*(l)} = (\mathbf{X}_{1,k/k-1}^{*(l)} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{(l)}, \dots, \mathbf{X}_{2n,k/k-1}^{*(l)} -$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{(l)}) \cdot \sqrt{\frac{1}{2n}} \quad (27)$$

6) 重新采样:

$$\mathbf{X}_{i,k/k-1}^{(l)} = \mathbf{S}_{k/k-1}^{(l)}\boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{(l)}, \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (28)$$

7) 将式(28)中的容积点通过量测方程传递,得

到量测容积点 $\mathbf{Z}_{i,k/k-1}^{(l)}$:

$$\mathbf{Z}_{i,k/k-1}^{(l)} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{i,k/k-1}^{(l)}) \quad (29)$$

8) 计算量测预测 $\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^{(l)}$:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^{(l)} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{Z}_{i,k/k-1}^{(l)} \quad (30)$$

9) 计算新息协方差矩阵的分解因子 $\mathbf{S}_{zz,k/k-1}^{(l)}$:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{zz,k/k-1}^{(l)} = \text{Tri}(\mathbf{C}[\boldsymbol{\eta}_{k/k-1}^{(l)} \quad \hat{\mathbf{S}}_{R,k}]) \\ \mathbf{P}_{zz,k/k-1}^{(l)} = \mathbf{S}_{zz,k/k-1}^{(l)} \mathbf{S}_{zz,k/k-1}^{(l)\text{T}} \end{cases} \quad (31)$$

式中, $\hat{\mathbf{S}}_{R,k} = \text{chol}(\hat{\mathbf{R}}_k)$ 。

$$\boldsymbol{\eta}_{k/k-1}^{(l)} = (\mathbf{Z}_{1,k/k-1}^{(l)} - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^{(l)}, \dots, \mathbf{Z}_{2n,k/k-1}^{(l)} - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^{(l)}) \cdot \sqrt{\frac{1}{2n}} \quad (32)$$

10) 计算互协方差矩阵 $\mathbf{P}_{xz,k/k-1}^{(l)}$:

$$\mathbf{P}_{xz,k/k-1}^{(l)} = \boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{(l)} \boldsymbol{\eta}_{k/k-1}^{(l)\text{T}} \quad (33)$$

式中:

$$\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{(l)} = (\mathbf{X}_{1,k/k-1}^{(l)} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{(l)}, \dots, \mathbf{X}_{2n,k/k-1}^{(l)} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{(l)}) \cdot \sqrt{\frac{1}{2n}} \quad (34)$$

11) 利用式(8)、式(10)、式(14)、式(16)、式(17)计算多渐消因子矩阵的均方根 $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_k$, 并将其引入状态预测误差协方差矩阵的平方根更新中:

$$\mathbf{S}_{k/k-1} = \text{Tri}(\mathbf{C}[\bar{\boldsymbol{\lambda}}_k \boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^* \quad \hat{\mathbf{S}}_{Q,k-1}]) \quad (35)$$

12) 重复上述步骤 6)~10), 重新计算容积点, 并进行量测更新, 得到新的 $\mathbf{S}_{zz,k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{zz,k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{xz,k/k-1}$ 。

13) 计算滤波增益 \mathbf{K}_k :

$$\mathbf{K}_k = (\mathbf{P}_{xz,k/k-1} / \mathbf{S}_{zz,k/k-1}^{\text{T}}) / \mathbf{S}_{zz,k/k-1} \quad (36)$$

14) 进行状态更新:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}) \quad (37)$$

15) 计算状态估计误差协方差矩阵的分解因子:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{k/k} = \text{Tri}(\mathbf{C}[\boldsymbol{\chi}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_{k/k-1} \quad \mathbf{K}_k \hat{\mathbf{S}}_{R,k}]) \\ \mathbf{P}_{k/k} = \mathbf{S}_{k/k} \mathbf{S}_{k/k}^{\text{T}} \end{cases} \quad (38)$$

16) 基于以上改进的 CKF 算法, 将式(19)进一步简化为:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_k = (1 - d_k) \hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + d_k (\mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^{\text{T}} \mathbf{K}_k^{\text{T}}) \\ \hat{\mathbf{R}}_k = (1 - d_k) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + d_k (\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^{\text{T}} - \boldsymbol{\eta}_{k/k-1} \boldsymbol{\eta}_{k/k-1}^{\text{T}}) \end{cases} \quad (39)$$

17) 进行滤波发散判断: 若式(20)不成立则利用式(39)对噪声统计特性进行实时估计, 否则令 $\hat{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{R}}_{k-1}$ 。

18) $k = k + 1$, 依次重复上述步骤, 进行下一次滤波。

4 仿真分析

4.1 仿真条件设置

1) 仿真条件初始化:

初始位置: 纬度 $\varphi = 45.7796^\circ$, 经度 $\lambda = 126.6705^\circ$; 精对准过程中, 做匀加速运动, 初始速度 5n mile/h、加速度为 0.1g; 航向角为 45° 。载体摇摆运动参数如下:

$$\begin{cases} \varphi_E = 2^\circ \cdot \sin(2\pi t/3) \\ \varphi_N = 4^\circ \cdot \sin(2\pi t/5) \\ \varphi_U = 3^\circ \cdot \sin(2\pi t/7) + 45^\circ \end{cases}$$

陀螺仪常值漂移 $0.003^\circ/\text{h}$, 噪声 $0.0005^\circ/\text{h}$; 加速度计零偏 $3.0 \times 10^{-5}g$, 噪声 $5.0 \times 10^{-6}g$; 仿真时间 0.4h。

2) 滤波器参数设置:

状态误差协方差阵初始化:

$$\mathbf{P}_{0/0} = \text{diag}\{(0.1\text{m/s})^2, (0.1\text{m/s})^2, (2\text{m})^2, (2\text{m})^2, (0.017^\circ)^2, (0.017^\circ)^2, (0.033^\circ)^2, (0.003^\circ/\text{h})^2, (0.003^\circ/\text{h})^2, (0.003^\circ/\text{h})^2\}$$

系统噪声方差阵初始化:

$$\hat{\mathbf{Q}}_0 = \text{diag}\{(5.0 \times 10^{-6}g)^2, (5.0 \times 10^{-6}g)^2, 0, 0, (0.0005^\circ/\text{h})^2, (0.0005^\circ/\text{h})^2, (0.0005^\circ/\text{h})^2, 0, 0, 0\}$$

量测噪声方差阵初始化:

$$\hat{\mathbf{R}}_0 = \text{diag}\{(0.2\text{m})^2, (0.2\text{m})^2\}$$

4.2 仿真结果分析

针对以下两种不同大方位失准角情况下的 SINS/GNSS 组合对准, 分别采用传统的 CKF 和改进的强跟踪 ASCKF 算法进行初始对准仿真。

情况 1: 当初始失准角为 $(0.03^\circ, 0.03^\circ, 0.35^\circ)$ 时, 东向失准角误差、北向失准角误差和方位失准角误差仿真结果分别如图 1、图 2 和图 3 所示。

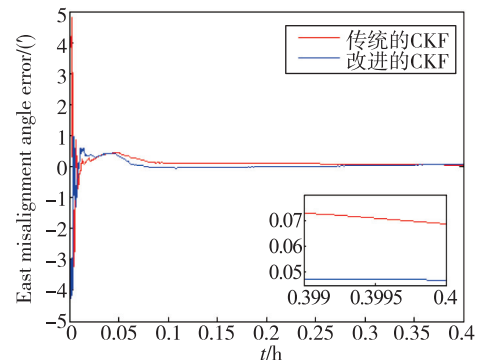


图 1 东向失准角误差

Fig. 1 East misalignment angle error

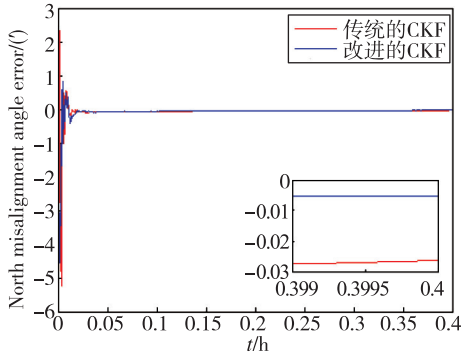


图2 北向失准角误差

Fig. 2 North misalignment angle error

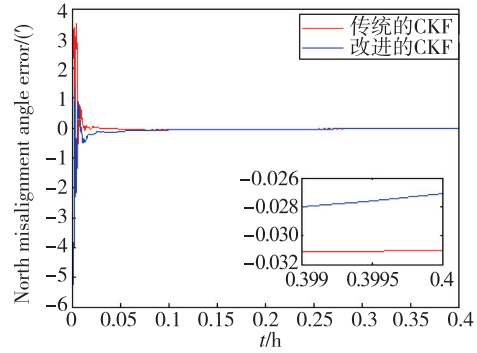


图5 北向失准角误差

Fig. 5 North misalignment angle error

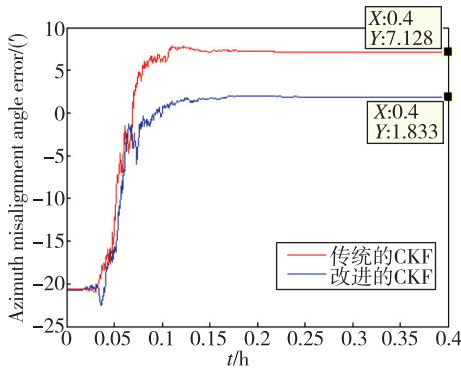


图3 方位失准角误差

Fig. 3 Azimuth misalignment angle error

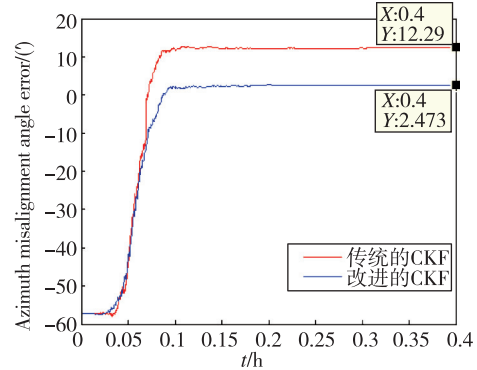


图6 方位失准角误差

Fig. 6 Azimuth misalignment angle error

情况 2:当初始失准角为 $(0.06^\circ, 0.06^\circ, 0.95^\circ)$ 时,初始方位失准角明显增大情况下,得到东向失准角误差、北向失准角误差和方位失准角误差仿真结果分别如图 4、图 5 和图 6 所示。

两种不同失准角情况下,初始对准结束时刻方位失准角误差的大小如表 1 所示。

表 1 两种滤波方法的对准结果比较

Tab. 1 Alignment results comparison between CKF and improved CKF (')

不同的失准角	情况 1	情况 2
传统的 CKF	7.128	12.29
改进的 CKF	1.833	2.473

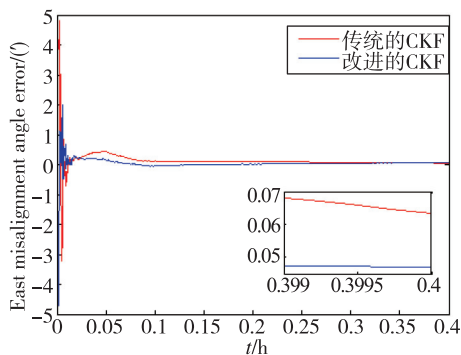


图4 东向失准角误差

Fig. 4 East misalignment angle error

由图 1、图 2、图 4、图 5 可知,在两种不同的大方位失准角情况下,分别采用传统的 CKF 和改进的强跟踪 ASCKF 算法进行组合对准,水平失准角精度差异并不明显。由图 3、图 6 以及表 1 分析可得,采用改进的 CKF 算法可将方位失准角的对准精度提高 70% 以上,对准性能明显改善。

5 结论

针对大方位失准角下的初始对准问题,建立了非线性对准误差模型,提出了一种基于改进强跟踪 ASCKF 算法的 SINS/GNSS 组合对准方法。相比

较传统的 CKF 算法,该方法能够明显提高大方位失准角下的对准精度,对后续组合导航系统长航时、高精度导航定位具有重要的实际意义。

参考文献

- [1] 白晓萌, 杨功流, 王丽芬, 等. 舰载机动基座快速对准方法研究[J]. 导航定位与授时, 2016, 3(1): 13-14.
- [2] Du T, Guo L, Yang J. A fast initial alignment for SINS based on disturbance observer and Kalman filter [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2016, 38(10): 1261-1269.
- [3] Liu X, Xu X, Liu Y, et al. A method for SINS alignment with large initial misalignment angles based on Kalman filter with parameters resetting[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014(11): 1-10.
- [4] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [5] Arasaratnam I, Haykin S, Thomas R H. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: theory and simulations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10): 4977-4993.
- [6] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman smoothers[J]. Automatica, 2011, 47(3): 2245-2250.
- [7] 孙枫, 唐李军. Cubature 卡尔曼滤波与 Unscented 卡尔曼滤波估计精度比较[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 303-312.
- [8] Gao W, Zhang Y, Wang J. A strapdown inertial navigation system/Beidou/Doppler velocity log integrated navigation algorithm based on a cubature Kalman filter[J]. Sensors, 2014, 14(1): 1511-1527.
- [9] Zhang Y G, Huang Y L, Wu Z M, et al. Moving state marine SINS initial alignment based on high degree CKF [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014(2): 1-8.
- [10] 徐晓苏, 田泽鑫, 刘义亭, 等. 基于改进型 CKF 的 SINS 初始对准方法[J]. 华中科技大学学报, 2016, 44(1): 81-86.
- [11] Liu J, Cai B, Tang T, et al. A CKF based GNSS/INS train integrated positioning method [C]// Proceedings of International Conference on Mechatronics and Automatio(ICMA). Xi'an, 2010: 1686-1689.
- [12] 刘万利, 张秋昭. 基于 Cubature 卡尔曼滤波的强跟踪滤波算法[J]. 系统仿真学报, 2014, 26(5): 1102-1107.
- [13] Yang D, Yu W. Research on initial alignment for large azimuth misalignment angle with Sage-Husa adaptive filtering[J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(8): 2197-2201.
- [14] Su W X. Application of Sage-Husa adaptive filtering algorithm for high precision SINS initial alignment [C]// Proceedings of the 11th International Computer Conference on Wavelet Actiev Media Technology and Information Processing. Chengdu, 2014: 359-364.
- [15] 向礼. 非线性滤波方法及其在导航中的应用研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2009.
- [16] 左云龙, 易伟伟, 高敬东, 等. 基于变分贝叶斯的自适应鲁棒滤波算法[J]. 导航定位与授时, 2017, 4(5): 24-25.
- [17] Cao Q, Zhong M. An adaptive strong tracking Kalman filter for position and orientation system[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2015, 38(10): 1212-1224.
- [18] 杜占龙, 李小民. 基于多渐消因子强跟踪 UKF 和约束 AR 模型的故障估计与预测[J]. 控制与决策, 2014, 29(9): 1667-1672.
- [19] 李宁, 祝瑞辉, 张勇刚. 基于 Sage-Husa 算法的自适应平方根 CKF 目标跟踪方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(10): 1989-1905.