doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2018.05.009

# 基于等效元素法的机电作动器传动 机构动力学建模与分析

### 刘 海,段小帅,黄 建

(北京自动化控制设备研究所,北京 100074)

摘 要:目前机电作动器传动机构存在刚体数目多、传动链长、动力学模型难以建立的问题。通过引入规范化的动力学建模方法——集中质量等效元素法,建立了某机电作动器传动机构的动力学模型,包括等效系统质量阵、等效系统力系和系统自由坐标与广义坐标之间的雅克比关系阵,并得到了其解析动力学方程;结合方程在ADAMS平台进行动力学递求解仿真,得到了30°大行程位移信号和8Hz频率信号两种工况下的系统载荷响应曲线。随着负载转动惯量增加,电机动载系数达到1.34,丝杠动载系数达到1.55;外部负载不变时,随着驱动信号幅值增加,电机动载最大系数达到1.34,丝杠动载系数达到1.55;外部负载不变时,随着驱动信号幅值增加,电机动载最大系数达到1.23。分析表明随着机电作动器系统外部惯性负载及系统运动速度的提高,由外部惯性负载及自身传动机构产生的动载效应明显,为机电作动器传动机构优化设计提供了理论依据。
 关键词:机电作动器,单元等效;雅克比矩阵;动力学方程;ADAMS动力学分析
 中图分类号:V249.122 文献标志码:A 文章编号:2095-8110(2018)05-0049-05

## Dynamics Analysis on the Transmission Mechanism of Electro-Mechanical Actuators Based on Equivalent Finite Element Method

LIU Hai, DUAN Xiao-shuai, HUANG Jian

(Beijing Institute of Automatic Control Equipment, Beijing 100074, China)

Abstract: As it's difficult to establish the dynamic model of the transmission mechanism for the large number of rigid bodies and long transmission chain of electro-mechanical actuators, a normalized dynamic modeling method called Equivalent Finite Element Method is introduced. The dynamics model of electro-mechanical actuators is established based on Equivalent Finite Element Method, which consists of equal system mass matrix, equal system force matrix and Jacobean matrix between free coordinate system and generalized coordinate system. The motive differential equation of the system is acquired. Combining with the equation, the form of solution is given and simulated on ADAMS, which acquires dynamics response curves of the system when inputting 30 degree step and 8Hz frequency signal. The result shows that the inertia load effect is obvious while the moment of inertia and the drive signal amplitude increase, the dynamic factor  $K_v$  becomes 1.34 and 1.23. It could offer reference to the control and optimal design for electro-mechanical actuators.

**Key words:** Electro-mechanical actuators; Equivalent finite element; Jacques matrix; Dynamic equation; ADAMS dynamics analysis

作者简介:刘海(1991-),男,硕士,工程师,主要从事伺服系统方面的研究工作。E-mail:scliuhai@163.com

收稿日期:2017-07-04;修订日期:2017-08-07

**基金项目:**国家自然科学青年基金(61603051)

#### 0 引言

目前,机电作动器因其体积小、输出功率大、控制精度高等优点,广泛应用于运载火箭、导弹、卫星、智能弹药等控制领域,成为火箭推力矢量控制、 飞行器翼面等的主要执行机构<sup>[1-2]</sup>。随着军事现代 化的发展,飞行器的飞行速度日益加快,超高音速 的飞行器对其伺服机构也提出了高动态响应、高刚 度、高承载等严格要求<sup>[3-4]</sup>。此时,机电作动器设计 只考虑机构运动学已不够全面,动力学分析已成为 不可忽视的一项内容。机电作动器动力学分析属 于多刚体动力学分析范畴,常规的算法大多采用牛 顿-欧拉方法、拉格朗日法、罗伯森-维滕伯格方法、 凯恩方法以及休斯敦法<sup>[5]</sup>。由于机电作动器传动 机构刚体数目多、传动链长、连接约束多,用常规算 法建立方程不仅工作量大,而且不便于计算机求解。

本文引入集中质量等效元素法,建立机电作动器的动力学解析模型,并根据工作需求,在 ADAMS 平台进行虚拟样机动力学逆求解仿真<sup>[6]</sup>,开展机电 作动器系统动力学研究。

#### 1 动力学模型

#### 1.1 机电作动器传动机构

机电作动器的传动机构以谐波减速器、行星减速 器和滚珠丝杠为主,滚珠丝杠以其传动刚度高、结构 尺寸紧凑、运动平稳等优点广泛应用于电动伺服领 域<sup>[7]</sup>。图1所示为某机电作动器的传动原理图,传动 机构由齿轮减速器、滚珠丝杠以及连杆机构组成。







#### 1.2 机电作动器动力学模型

集中质量等效元素法在一般系统动力学方法的基础上,引入单元等效和等效系统集成的概念, 实现了有限构件组成的复杂机械系统动力学 建模<sup>[8-10]</sup>。

如图1所示,将模型划分为6个单元,其中3、

4、5、6单元可直接向质心等效。1、2单元属于杆件 单元,如图2所示,根据惯性等效原则,等效单元的 惯性矩阵和原构件单元的惯性矩阵完全相同,将分 布质量的构件凝聚到构件的两端,得到其等效单元 如式(1)、式(3)所示。



#### 图 2 单元等效示意图 Fig. 2 Unit equivalent diagram



$$m_{1}^{*} = (l_{1} - r)A\rho, J_{1}^{*} = \rho(l_{1} - r)\left[I_{z} + \frac{A(l_{1} - r)^{2}}{12}\right] (2)$$

$$m_{2}^{e} = \frac{1}{2} \operatorname{diag} \begin{bmatrix} A\rho l_{2} & A\rho l_{2} & \rho l_{2} (I_{z} - Al_{2}^{2})/6 & \cdots \\ A\rho l_{2} & A\rho l_{2} & \rho l_{2} (I_{z} - Al_{2}^{2})/6 & \end{array}$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{diag} \begin{bmatrix} m_{2} & m_{2} & J_{2} & m_{2} & m_{2} & J_{2} \end{bmatrix} (3)$$

式中: $m_1$ 为输出轴质量; $J_1$ 为输出轴对其质心转动惯量;r为输出轴半径; $m_1^*$ 为摇臂质量; $J_1^*$ 为 摇臂对其质心转动惯量; $l_1$ 为摇臂长度; $m_2$ 为连杆 质量; $l_2$ 为连杆长度; $J_2$ 为连杆端部等效转动惯量; A为连杆、摇臂截面积; $\rho$ 为连杆、摇臂材料密度; $I_z$ 为连杆、摇臂对其截面z轴的惯性积。

单元节点号和系统节点号之间的关联矩阵 N<sub>m</sub> 表达如下

$$\boldsymbol{N}_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(4)

根据关联矩阵,以有限元方法对系统质量阵进 行组装得到等效系统质量 *M*<sup>\*</sup>

$$\boldsymbol{M}^{s} = \operatorname{diag} \begin{bmatrix} J_{1} + J_{1}^{*} - \frac{l_{1} - r}{l_{1}} & m_{1}^{*} r^{2} - \frac{r}{l_{1}} m_{1}^{*} \cdot (l_{1} - r)^{2} \cdots \\ \frac{r}{l_{1}} m_{1}^{*} + \frac{m_{2}}{2} & J_{2} & \frac{m_{2}}{2} + m_{3} & J_{4} & J_{5} & J_{6} \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

系统等效力阵为

$$\boldsymbol{F}^{s} = \operatorname{diag}[\boldsymbol{M}_{\mathrm{R}} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \boldsymbol{M}] \tag{6}$$

设置系统位移坐标  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 8$ ), 机电 作动器系统为单自由度系统,设置系统广义坐标为  $\varphi_1$ 

$$\boldsymbol{u}_{i} = \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ u_{3} \\ u_{4} \\ u_{5} \\ u_{6} \\ u_{7} \\ u_{8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{1} \\ l_{1} \sin \varphi_{1} \\ l_{1} \cos \varphi_{1} \\ \varphi_{2} \\ (l_{1} \sin \varphi_{1} + l_{2} \cos \varphi_{2}) \\ (l_{1} \sin \varphi_{1} + l_{2} \cos \varphi_{2}) \frac{2\pi}{L_{0}} \\ (l_{1} \sin \varphi_{1} + l_{2} \cos \varphi_{2}) \frac{2\pi}{L_{0}} \\ (l_{1} \sin \varphi_{1} + l_{2} \cos \varphi_{2}) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{5}}{z_{4}} \\ (l_{1} \sin \varphi_{1} + l_{2} \cos \varphi_{2}) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{6}}{z_{4}} \end{bmatrix}$$
(7)

式中: $z_i$ 为齿轮齿数(i=4,5,6); $\varphi_2$ 为连杆与 地面惯性坐标系 x 轴夹角; $L_0$ 为滚珠丝杠导程。

将系统位移坐标 u<sub>i</sub> 对系统广义坐标 φ<sub>1</sub> 求一次偏导得到一阶雅克比矩阵,将系统位移坐标 u<sub>i</sub> 对系统广义坐标 φ<sub>1</sub> 求二次偏导得到二阶雅克比矩阵。

$$\boldsymbol{T}_{ia} = \frac{\partial \boldsymbol{u}_{i}}{\partial \varphi_{1}} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ l_{1}c_{1} & & & \\ -l_{1}s_{1} & & \\ \frac{-l_{1}s_{1}}{l_{2}c_{2}} & & \\ l_{1}c_{1} + l_{1}\frac{s_{1}s_{2}}{c_{2}} & & \\ \left(l_{1}c_{1} + l_{1}\frac{s_{1}s_{2}}{c_{2}}\right)\frac{2\pi}{L_{0}} & \\ \left(l_{1}c_{1} + l_{1}\frac{s_{1}s_{2}}{c_{2}}\right)\frac{2\pi}{L_{0}}\frac{z_{5}}{z_{4}} & \\ \left(l_{1}c_{1} + l_{1}\frac{s_{1}s_{2}}{c_{2}}\right)\frac{2\pi}{L_{0}}\frac{z_{6}}{z_{4}} \end{bmatrix}$$
(8)

$$\boldsymbol{T}_{iab} = \frac{\partial^{2} \boldsymbol{u}_{i}}{\partial \varphi_{1} \partial \varphi_{1}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -l_{1}s_{1} \\ -l_{1}c_{1} \\ -l_{1}c_{1} \\ -l_{1}c_{2} \\ -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{c_{2}^{3}} \\ -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{5}}{z_{4}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{5}}{z_{4}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{5}}{z_{4}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{5}}{z_{4}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{5}}{z_{4}} \\ \left( -l_{1}s_{1} + l_{1} \frac{c_{1}s_{2}}{c_{2}} - \frac{l_{1}^{2}s_{1}^{2}}{l_{2}c_{2}^{3}} \right) \frac{2\pi}{L_{0}} \frac{z_{5}}{z_{4}} \\ \end{array} \right)$$

式中: $c_1 = \cos\varphi_1$ , $c_2 = \cos\varphi_2$ , $s_1 = \sin\varphi_1$ , $s_2 = \sin\varphi_2$ 。 将系统等效质量阵  $M^s$ 、系统等效力矩阵  $F^s$ 、一 阶雅克比矩阵  $T_{ia}$ 、二阶雅克比矩阵  $T_{iab}$  代入一般系 统动力学方程得机电作动器系统动力学方程。

 $[\mathbf{T}_{ia}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{M}^{\mathrm{s}}][\mathbf{T}_{ia}]\ddot{\varphi}_{1} + [\mathbf{T}_{ia}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{M}^{\mathrm{s}}][\mathbf{T}_{iab}]\ddot{\varphi}_{1}^{2} = [\mathbf{T}_{ia}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{F}^{\mathrm{s}}]$ (10)

系统动力学方程求解有正、逆两种方式,逆解 方式是已知系统的运动轨迹、加速度、位移等运动 学参量,求系统的载荷变化情况。本文在 ADAMS 中采用逆方式求解方式,输入系统驱动位移,分析 系统载荷动力学响应。

#### 2 ADAMS 平台动力学仿真

基于 UG 和 ADAMS 协同仿真,建立机电作动 器仿真实体模型如图 3 所示。模型中将机电作动器 壳体简化为大地,忽略杆件连接中的销轴,以转动 副替代。在 ADAMS 中按照表 1 所示对各个部件



添加材料属性,然后分别对部件添加约束条件,主 要包括电机齿轮与惰轮间齿轮副、惰轮与丝杠齿轮 间齿轮副、丝杠丝杆与丝杠螺母间螺旋副、丝杠螺 母与连杆间圆柱副、连杆与输出轴间转动副、输出 轴与大地间转动副以及相应的固定副。根据工作 要求在输出轴施加静态力矩负载和惯性负载。

表 1 部件材料属性表 Tab. 1 Part material property sheet

	部件	材料	质量/kg
1	输出轴	Ti合金	2.12
2	连杆	Ti合金	0.15
3	丝杠螺母	GCr15	0.6
4	丝杠丝杆	GCr15	0.42
5	电机齿轮	34CrNi3Mo	0.08
6	惰轮	34CrNi3Mo	0.13
7	丝杠齿轮	34CrNi3Mo	0.15
8	外部转动惯量		_

#### 2.1 30°大行程位移信号仿真分析

30°位移信号是机电作动器输出轴最大行程位 移信号,为连续的+30°,0,-30°,0。当30°位移信 号仿真时,改变机电作动器惯性负载工况,系统外 部转动惯量分别为0kg•m<sup>2</sup>、1kg•m<sup>2</sup>、2kg•m<sup>2</sup>、 4kg•m<sup>2</sup>。分析外部转动惯量对机电作动器伺服电 机及减速部件滚珠丝杠的受载影响。在对30°极限 位移信号进行仿真分析后,得到电机驱动力矩曲线 如图4所示。在0.15s和0.45s时,输出轴分别转 到+30°和-30°最大行程,电机驱动力矩在这2个 时刻达到极值。



Fig. 4 Motor drive torque curve

提取图中系统外部转动惯量对应电机最大驱 动力矩如表 2 所示。随着系统外部转动惯量由 0 增 大至 4kg•m<sup>2</sup>,电机最大驱动力矩逐渐增大,动载 系数  $K_v$ 由 1 增大到 1.34。此时系统结构设计只考 虑静载已不满足要求,电机负载应考虑由系统外部 转动惯量和自身传动机构转动惯量动载效应产生 的附加载荷。

表 2 电机最大驱动力矩

Tab. 2	Maximum	$\mathbf{of}$	motor	drive	torque
--------	---------	---------------	-------	-------	--------

系统转动惯量/ (kg・m <sup>2</sup> )	电机最大驱动力矩/ (N・mm)	动载系数 K <sub>v</sub>
0	7437	1
1	8250	1.11
2	9312.5	1.25
4	10186.5	1.34

丝杠轴向推力曲线如图 5 所示。



在 0.6s 的仿真周期内,丝杠轴向推力随着输出 轴角度呈非线性变化,在 0.15s 和 0.45s 时达到极 值。丝杠轴向力同样随着系统外部转动惯量增大 而明显增大,当系统转动惯量为 4kg•m<sup>2</sup>时,丝杠 轴向力为 31676N,动载系数为 1.55,如表 3 所示。 丝杠负载应考虑由系统转动惯量及动载效应产生 的附加载荷。

#### 表 3 丝杠最大轴向推力

Tab. 3 Maximum of screw axial thrust

系统转动惯量/ (kg・m <sup>2</sup> )	丝杠轴向最大推力/ N	动载系数 K <sub>v</sub>
0	20322	1
1	23160	1.13
2	26945	1.33
4	31676	1.55

#### 2.2 8Hz 频率特性仿真分析

在进行 8Hz 频率特性仿真分析时,电机齿轮驱 动函数为幅值为 A,频率为 8Hz 的正弦函数。通过 改变驱动正弦函数幅值 A,改变机电作动器系统加 速度,得到不同系统加速度对应电机驱动力矩曲线 如图 6 所示。



提取不同驱动函数幅值 A 工况对应电机最大 驱动力矩如表 4 所示。当将系统转动惯量为 0 时, 可认为无动载效应,动载系数为 1;电机最大驱动力 矩随着驱动正弦函数幅值的增大而增大,动载系数 K、由 1 增大到 1.23。分析表明,随着系统工作高 速化,此时系统结构设计只考虑静载已不满足要 求,电机负载应考虑由系统加速度动载效应产生的 附加载荷。

表 4 电机最大驱动力矩 Tab. 4 Maximum of motor drive torque

正弦函数幅值	系统转动惯量/ (kg•m <sup>2</sup> )	电机驱动力矩/ (N・mm)	动载系数 <i>K</i> <sub>v</sub>
2°	0	5929	1
2°	2.3	6249	1.05
3°	2.3	6569.6	1.1
4°	2.3	7211.9	1.23

#### 3 结论

1)通过引入规范化的动力学建模方法一集中 质量等效元素法,分别建立机电作动器系统等效质 量、系统等效力系,然后根据系统位移坐标与广义 坐标之间的雅克比关系,得到一阶和二阶雅克比矩 阵,据此建立了机电作动器系统动力学方程。此种 建模方法步骤规范,可操作性强,且易于计算机 求解。

2)结合机电作动器系统动力学方程,在 ADAMS 平台进行动力学逆求解,得到 30°大行程位移信号和 8Hz 频率信号两种工况下系统载荷响应曲线。随 着负载转动惯量增加,电机动载系数达到 1.34,丝 杠动载系数达到 1.55;外部负载不变时,随着驱动 信号幅值增加,电机动载最大系数为 1.23,表明随 着机电作动器系统外部惯性负载及系统运动速度 的提高,由外部惯性负载及自身传动机构产生的动 载效应明显,为机电作动器传动机构优化设计提供 了理论依据。

#### 参考文献

- [1] 郭宏,邢伟.机电作动系统发展[J].航空学报, 2007,28(3):620-627.
- [2] 沈引中.大功率电动舵机设计研究[D].南京:南京 航空航天大学,2012.
- [3] 全炜倬,方明霞.超音速飞行器翼-身组合体的颤振 研究[J].噪声与振动控制,2010,30(6):1-4.
- [4] 姜见龙,李文伟,张金铎,等.大功率电动舵机系统 仿真技术应用研究[J].导航定位与授时,2016,3
   (3):25-31.
- [5] Betsch P, Steinmann P. Constrained integration of rigid body dynamics[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2012, 191(3-5):467-488.
- [6] 郭会珍, 谭长均, 陈俊锋. 基于 ADAMS 的行星轮系 动力学仿真[J]. 机械传动, 2013, 37(5): 86-89.
- [7] 张佼龙,周军,周凤岐.滚珠丝杠舵机应用问题研究 [J]. 机械与电子,2011(10):15-19.
- [8] 车仁炜,陆念力.多刚体系统动力学建模的一种新 方法[J].汽轮机技术,2003,45(6):364-365.
- [9] 陆念力,兰朋,金奕山.弹性连杆机构动力分析的一 种新方法[J].中国工程机械学报,2003,1(1):6-10.
- [10] 车仁炜,吕广明,陆念力.液压挖掘机工作装置的动力学分析及仿真[J].机械传动,2005,29(2):25-27.