

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2018.05.010

基于分数阶傅里叶变换的 GNSS 接收机抗线性调频干扰技术研究

席 闯, 常 青, 李 舸 争, 王 昊

(北京航空航天大学, 北京 100191)

摘 要:研究了分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)抗线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)干扰技术,提出了一种基于 FRFT 域幅度一阶矩的逐精度求取最佳变换阶次的方法,并针对连续 LFM 干扰提出了一种求取最佳变换阶次的策略。同时针对全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)中的 LFM 干扰,对信号的预处理、阈值的自适应选取做了研究与分析,给出了相应的处理方法。仿真结果表明,该方法能够减少抗连续 LFM 干扰时求取最佳变换阶次的计算量,而且可以有效抑制 GNSS 接收机中的 LFM 干扰。

关键词:全球导航卫星系统;分数阶傅里叶变换;连续线性调频干扰;干扰抑制

中图分类号:TN973.3

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2018)05-0054-07

Research on LFM Interference Suppression Technology Based on Fractional Fourier Transform in GNSS Receiver

XI Chuang, CHANG Qing, LI Ge-zheng, WANG Hao

(BeiHang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The linear frequency modulation (LFM) interference suppression technology based on the fractional Fourier transform (FRFT) is studied and a method of calculating the optimal transformation order of transformation by progressive grade of precision based on the first-order moment of the amplitude in the FRFT domain is proposed in this paper. At the same time, for the continuous LFM interference, a strategy of calculating the optimal transformation order of FRFT is proposed. In addition, for the LFM interference in GNSS receiver, signal preprocessing and adaptive threshold selection are studied and analyzed, and corresponding solutions are presented. The simulation results show that the method proposed in this paper can effectively reduce the calculation amount of getting the optimal transformation order of continuous LFM interference and suppress the LFM interference in GNSS receiver efficiently.

Key words: GNSS; FRFT; Continuous LFM interference; Interference suppression

收稿日期:2018-07-08;修订日期:2018-08-15

基金项目:国家自然科学基金(61471021)

作者简介:席闯(1995-),男,硕士,主要从事通信抗干扰、卫星导航方面的研究。E-mail:xichuang_2016@163.com

通信作者:常青(1962-),男,教授,主要从事卫星导航、空天地信息网络、移动通信的研究。E-mail:changq@263.net

0 引言

全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 信号采用直接序列扩频 (Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS) 通信技术, 受益于编码增益以及扩频增益, 本身具备一定的抗干扰能力, 但是当外部干扰大于直扩系统的干扰容限时, 系统的性能会急剧下降^[1]。目前, 基于阵列天线的空时自适应处理算法能达到较好的干扰抑制效果, 但是需要阵列天线等相关设备, 具有一定的设备局限性。基于单天线的抗窄带干扰技术已经比较成熟, 但抗宽带干扰一直是个难点, 因此近年来研究宽带的非平稳干扰对扩频系统的影响也越来越受到人们的重视。线性调频 (Linear Frequency Modulation, LFM) 干扰是一种实际中常见且较为典型的宽带非平稳干扰, 在实际中对卫星导航系统的性能有着较大的危害, 所以对单天线抗 LFM 干扰的研究具有较高的研究价值。

单天线抗 LFM 干扰的方法总的可以分为两类。一类方法通过对 LFM 干扰的参数估计, 在时域消去 LFM 干扰, 但是此类方法受参数估计精度的影响较大^[2]。另一类方法在变换域对信号做滤波处理。文献^[3]利用短时傅里叶变换对 LFM 干扰进行抑制, 但受限于 Heisenberg 测不准原理, 难以在时域和频域取得较好的平衡。分数阶傅里叶变换 (Fractional Fourier Transform, FRFT) 是一种较为有效的处理 LFM 干扰的手段, 其抗干扰的思想是在最佳变换阶次下, LFM 信号会在 FRFT 域内呈现能量聚集现象, 而有用信号呈分散状态, 利用这种特性将干扰与信号进行分离。目前 FRFT 抗 LFM 干扰的研究, 主要集中于单周期的 LFM 干扰抑制。但是在实际应用中, 数据段内经常包含多个周期的连续 LFM 干扰, 处理起来计算量很大。本文研究了连续多周期的 LFM 干扰, 提出了利用 FRFT 域内的幅度一阶矩逐精度计算最佳变换阶次, 同时也在处理连续 LFM 干扰时提出了利用前一段数据的最佳变换阶次辅助计算, 通过仿真验证了算法的正确性, 并且验证了此算法可以减少求取最佳变换阶次的计算量。同时, 针对 GNSS 接收机中的 LFM 干扰, 对信号的预处理与阈值的自适应选取做了研究, 提出了对应的处理方法, 介绍了 GNSS 中抗 LFM 干扰的流程, 最后通过仿真验证了算法抗 LFM 干扰的有效性, 并测试了算法抗 LFM 干扰的性能指标。

本文第 1 节首先介绍了 FRFT 的定义与性质。第 2 节介绍了关于信号预处理、计算最佳变换阶次、阈值的自适应选取的原理与实现。第 3 节给出了相关的仿真结果, 并对仿真结果进行分析, 得出了相关结论。第 4 节对本文所做的工作做了总结, 并对下一步研究的工作重点进行了介绍, 同时对抗干扰技术的发展进行了讨论与展望。

1 FRFT 定义及性质

FRFT 由 Namias 在 1980 年首先给出具体的数学定义^[4]。FRFT 是一种分数阶化的傅里叶变换, 所以 FRFT 也被认为是一种广义的傅里叶变换^[5]。FRFT 可以理解为时频面上的坐标轴的旋转, 如图 1 所示。当旋转角度 α 为 0° 时, 经 FRFT 后与原来信号相同; 当旋转角度 α 为 90° 时, 经 FRFT 后是信号的频域信息; 当旋转角度 α 不为 90° 的整倍数时, 则相当于在分数阶化的时频域对信号进行分解, 此时既包含信号的时域信息, 也包含信号的频域信息, 所以 FRFT 被认为是一种时频分析的方法。当 α 从 0° 旋转到 180° , 便是一个完整的从时域到频域, 再从频域返回时域的过程。

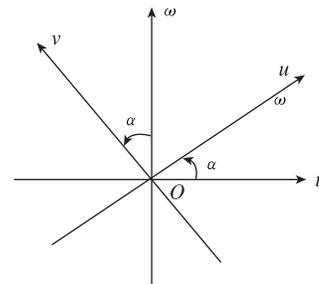


图 1 分数阶傅里叶变换的时频平面示意图

Fig. 1 The time-frequency plane schematic diagram of FRFT

连续 FRFT 的公式为

$$X_p(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{K}_p(u, t) x(t) dt \quad (1)$$

其中, p 为 FRFT 的变换阶次, 与旋转角度 α 的关系为 $\alpha = p\pi/2$, u 对应着 FRFT 域, $\tilde{K}_p(u, t)$ 为 FRFT 的变换核函数。

$$\tilde{K}_p(u, t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \exp\left(j\frac{t^2+u^2}{2}\cot\alpha - jtucs\alpha\right), & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), & \alpha = (2n\pm 1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

对 $X_p(u)$ 做 $-p$ 阶的 FRFT 即可得到时域信号,因此 FRFT 的逆变换形式为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_p(u) \tilde{K}_{-p}(u, t) du \quad (3)$$

在实际的信号处理中,大多数都是对数字离散信号进行处理,一般采取 Ozaktas 的采样型 DFRFT 算法^[6],如式(4)所示。

$$X_p(k) = \sqrt{\frac{1-j \cot \alpha}{N}} \exp\left(j \frac{\pi k^2 \cot \alpha}{N}\right) \cdot \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp\left(-j \frac{2\pi k n \csc \alpha}{N} + j \frac{\pi n^2 \cot \alpha}{N}\right) x(n) \quad (4)$$

从变换核函数的形式上分析,可以发现当 $\alpha \neq n\pi$ 时,变换核函数为一组调频率为 $\cot \alpha$ 的 LFM 信号^[7]。对 LFM 信号做 FRFT 处理时,如果某组变换核函数的调频率与 LFM 信号匹配,则相应变换阶次的 FRFT 域内则会形成一个冲击函数。地面收到的 GNSS 信号十分微弱,且淹没在接收机噪声之中,不会在任何变换阶次下形成能量聚集现象,所以可以利用此特性来抑制 LFM 干扰,一般处理流程如图 2 所示。



图 2 FRFT 滤波一般流程图

Fig. 2 General flow chart of FRFT filtering

2 FRFT 抗 LFM 干扰算法

2.1 信号的预处理

LFM 信号的表示形式为 $LFM = A \exp(j2\pi f_0 t + j\pi f_m t^2)$, 实际中接收到的信号为实信号,为 $A \cos(2\pi f_0 t + \pi f_m t^2)$ 或 $A \sin(2\pi f_0 t + \pi f_m t^2)$ 的形式。文献[8]中指出,实信号可以分解为 2 个复信号之和,如式(5)所示,分解的 2 个复信号的调频率分别为 f_m 和 $-f_m$, 具有不同的最佳变换阶次,如果在搜索到的最佳变换阶次下观察 FRFT 域,只有一个复信号能量被聚集了起来,另一个复信号的能量分散,如图 3 所示。如果用 Hilbert 变换对实信号进行处理,得到的解析信号在 FRFT 域有着较好的能量聚集效果,如图 4 所示,有利于在 FRFT 域内对信号做滤波处理。因此,先对实信号做 Hilbert 变换作为信号的预处理,FRFT 域滤波后变换回时域,最后取信号的实部作为输出。

$$\cos(2\pi f_0 t + \pi f_m t^2) = \exp(j(2\pi f_0 t + \pi f_m t^2))/2 + \exp(j(-2\pi f_0 t - \pi f_m t^2))/2 \quad (5)$$

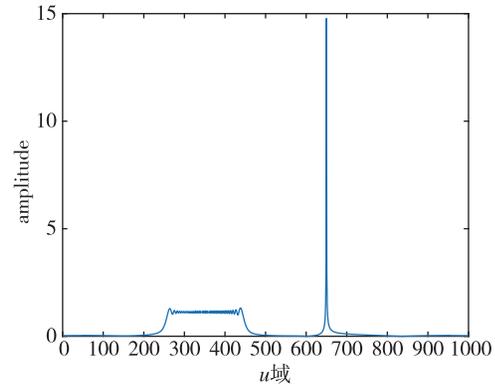


图 3 某 LFM 实信号的 FRFT 域

Fig. 3 The FRFT-domain of a real LFM signal

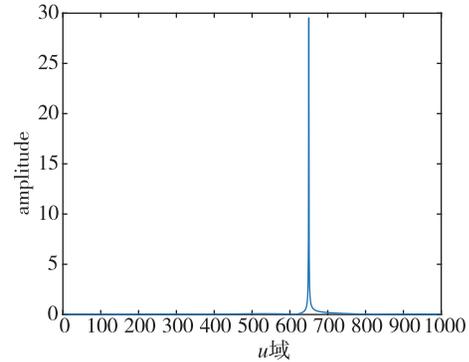


图 4 某 LFM 实信号 Hilbert 变换后的 FRFT 域

Fig. 4 The FRFT-domain of a real LFM signal after Hilbert transform

2.2 基于幅度一阶矩的逐精度计算最佳变换阶次

使用 FRFT 抑制 LFM 干扰,计算最佳变换阶次是个很重要的环节。由于 FRFT 域内存在较多局部最优解,为了保证收敛到全局最优解,大多数文献中还是采用 FRFT 域二维平面步进式搜索峰值的方法,但这种方法计算量较大,因此有的文献中使用两级搜索峰值的方法以减少计算量^[9]。文献[10]中提出了一种将混沌优化算法和多步拟牛顿法结合起来求解最佳变换阶次的方法,但是需要求解 FRFT 的一阶导数信息,实现起来较为复杂。文献[11]中提出了一种利用幅度一阶矩步进搜索最佳变换阶次的方法。幅度一阶矩的定义如式(6)所示,当其最小时,意味着对应阶次的 FRFT 域内能量最为集中,可以认定此阶次为最佳变换阶次。

$$\overline{X_p(u)} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N |X_p(u)| \quad (6)$$

通过对 LFM 信号的 FRFT 域内特性进行分析,如图 5 所示,幅度一阶矩的最小值对应阶次两侧并不是单调递减,存在一些局部最小值,但总体下降趋势不变。针对这一特点,本文提出了一种基于幅度一阶矩的逐精度求取最佳变换阶次的方法,步骤如下:

1) 在 $[0, 2]$ 的区间内,阶次 p 以 0.1 为步长做 FRFT,记录每个阶次的 FRFT 域内的幅度一阶矩值,搜索最小值所对应的阶次 p ,记录为 p_1 。

2) 在 $[p_1 - 0.1, p_1 + 0.1]$ 区间内(若 p_1 为 0 或 2,则分别是 $[0, 0.1]$ 和 $[1.9, 2]$),阶次 p 以 0.01 为步长做 FRFT,记录每个阶次的 FRFT 域内的幅度一阶矩值,搜索最小值所对应的阶次 p ,记录为 p_2 。

3) 根据所需精度需求,按照步骤 2) 的方法不断提高搜索精度,直至满足精度需求。

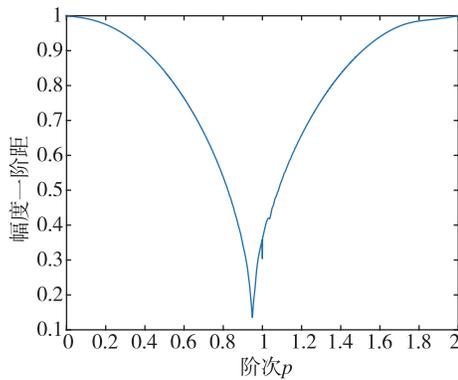


图 5 某 LFM 信号各阶次 p 的幅度一阶矩

Fig. 5 The first-order moment of the amplitude of order p for an LFM signal

2.3 连续 LFM 干扰的最佳变换阶次的计算策略

目前针对 FRFT 抗 LFM 干扰的研究主要基于单个扫频周期的 LFM 干扰,而对于干扰信号,一般会有着一定的时间连续性。对信号处理时,每次会处理一定长度的数据,对每段数据处理前都要计算最佳变换阶次,计算量非常大。对于持续多周期的 LFM 干扰信号,每段数据的理论最佳变换阶次为 $p = -\pi \arccot(f_m N / f_s^2) / 2$,因此只要每次选取的数据点数相同且 LFM 干扰的调频率不发生变化,则理论上的最佳变换阶次相同。基于此,本文提出了一种利用上段数据的最佳变换阶次对此次需要处理的数据做检测的策略,如若满足某条件可认定

为最佳变换阶次不变,否则再按照 2.2 节中的方法计算最佳变换阶次。在实际仿真中发现,由于其他信号分量和计算精度的影响,每段数据的最佳变换阶次并不完全相同,会在较小的区间内波动,在本文的仿真中,使用了 ± 0.001 的不确定度。算法流程如下:

1) 对第一段数据使用 2.2 节所提出的算法搜索最佳变换阶次,记录为 p 。

2) 对下一段数据处理时,首先对这段数据做 $[p - 0.1, p - 0.01, p - 0.002, p - 0.001, p, p + 0.001, p + 0.002, p + 0.01, p + 0.1]$ 9 个阶次的 FRFT,记录下每个阶次的幅度一阶矩。

3) 如果 p 阶次的幅度一阶矩小于其他 8 个阶次,则认定 p 为这段数据的最佳变换阶次。如果 $p \pm 0.001$ 阶次的幅度一阶矩小于其他 8 个阶次,则将 $p \pm 0.001$ 确定为最佳变换阶次。如果 $p, p \pm 0.001$ 都不满足上述条件,则使用 2.2 节中的方法对这段数据求取最佳变换阶次。

4) 将 p 值更新为当前这段数据的最佳变换阶次。

5) 重复 2)~4) 步操作,直至将所有数据段处理完成。

此方法在处理连续周期 LFM 干扰时,可以有效减少对多段数据处理时的计算量,而且当干扰的调频率发生变化时,可以及时检测发现,并计算对应的最佳变换阶次。

2.4 自适应阈值的选取

FRFT 抗 LFM 干扰时,FRFT 域的阈值选取对算法性能有着很大的影响。目前对阈值的设置方法,可以分为基于统计方法的门限设置方法,如 N -sigma 法^[12]、K 谱线法^[13]、权值泄露法^[14],同时也有利用 FRFT 域内峰值所在位置的窄带带通滤波器实现干扰抑制^[15],但滤波器带宽较难自适应选取。在实际仿真中发现,GNSS 接收机抗 LFM 干扰时,由于 GNSS 中一般采用较高的采样率,经过 2.1 节中描述的信号预处理后,FRFT 域内能量集中于右半区域,如图 6 所示。经仿真测试,采用右半区域的值作为阈值计算样本,采用 N -sigma 算法可以达到较好的效果。在本文仿真中, N 取 4,一般经过 3 次迭代滤波后即可实现较好的滤波效果。

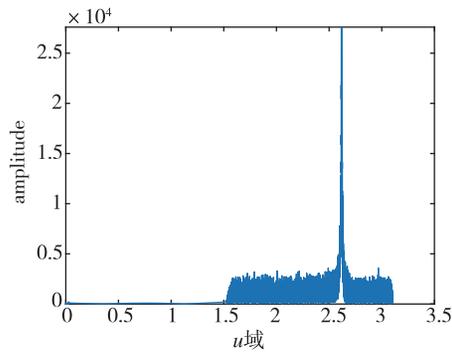


图6 最佳变换阶次下的FRFT域

Fig. 6 The FRFT-domain under the optimal transformation order

3 仿真结果

为了验证算法性能,设计了3个仿真实验。实验一和实验二分别为了验证在连续 LFM 干扰的调频率不发生变化和发生变化的情况下,算法能否求出正确的最佳变换阶次,并对处理所耗时间进行对比,验证运算量是否得到减少。实验三是为了测试抗 LFM 干扰算法在 GNSS 接收机中的性能。

(1) 仿真一

本次仿真中,采用 BD2 B1 频点作为仿真频点。采样率为 62MHz,中频为 40.098MHz,扩频码速率为 2.046MHz,信号带宽为 4.092MHz, LFM 干扰为周期为 1ms 的 LFM 锯齿波信号, LFM 干扰调频率为 4.092GHz/s,干信比为 50dB,仿真数据长度为 10ms,单次处理 1ms 的数据。

对仿真数据进行处理时,计算最佳变换阶次分别采用三种方法仿真(仿真中最佳变换阶次精度取到 0.001)。方法一为对每段数据处理前都使用两级搜索峰值的方法,方法二为对每段数据处理前都使用 2.2 节中介绍的基于幅度一阶矩的逐精度计算最佳变换阶次的方法,方法三为使用 2.2 节中的基于幅度一阶矩的逐精度计算最佳变换阶次结合 2.3 节中的连续 LFM 干扰的最佳变换阶次的计算策略的方法。并且记录了每种方法计算出的最佳变换阶次,以及所耗时长,如表 1 所示。可以看出本文所提出的方法,可以准确计算出最佳变换阶次,而且在连续 LFM 干扰存在时可以有效减少计算量,缩短了计算时间。

最后利用 GNSS 软件接收机对抗干扰前后的数据进行处理,干扰抑制前的捕获效果如图 7 所示,经过抗干扰处理后的数据的捕获效果如图 8 所示。干扰抑制前,捕获失败,经过干扰抑制后,捕获成功,验证了算法可以有效地抑制 LFM 干扰。

表 1 不同方法仿真结果对比(仿真一)

Tab. 1 Comparison of simulation results with different methods (simulation one)

方法	方法一	方法二	方法三
最佳变换阶次	0.958	0.958	0.958
仿真时长/s	554.52	86.96	19.30

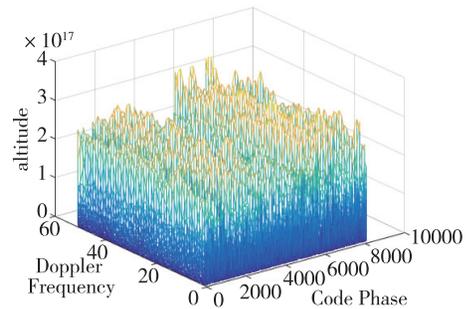


图7 干扰抑制前捕获图

Fig. 7 The capture diagram before interference suppression

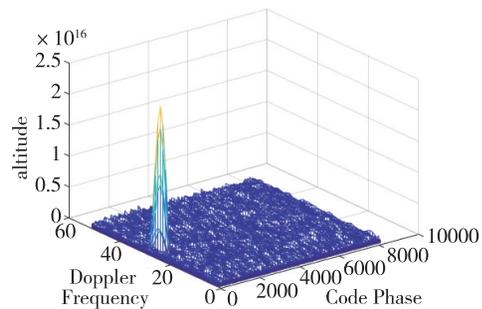


图8 干扰抑制后捕获图

Fig. 8 The capture diagram after interference suppression

(2) 仿真二

本次仿真中,采用 BD2 B1 频点作为仿真频点。采样率为 62MHz,中频为 40.098MHz,扩频码速率为 2.046MHz,信号带宽为 4.092MHz, LFM 干扰为周期为 1ms 的 LFM 锯齿波信号,前 5ms 内 LFM 干扰的调频率为 4.092GHz/s,后 5ms 内 LFM 干扰的调频率为 2.046GHz/s,干信比为 50dB,仿真数据长度为 10ms,单次处理 1ms 的数据。

对仿真数据进行处理时,如仿真一中的处理方式,用三种方法分别对数据进行处理,统计每种方法计算出的最佳变换阶次,以及所耗时长,如表 2 所示。可以看出,本文所提出的方法,不仅可以减少计算量,缩短了计算时间,而且在 LFM 干扰的调频率发生变化时也可以准确计算出最佳变换阶次。

表 2 不同方法仿真结果对比(仿真二)

Tab. 2 Comparison of simulation results with different methods (simulation two)

方法	方法一	方法二	方法三
最佳变换阶次	0.958(前 5ms 数据)	0.958(前 5ms 数据)	0.958(前 5ms 数据)
	0.979(后 5ms 数据)	0.979(后 5ms 数据)	0.979(后 5ms 数据)
仿真时长/s	552.36	87.77	22.74

仿真二中由于 LFM 信号的调频率发生了变化,因此利用本文提出的方法在处理到调频率发生变化的数据段时,便需要重新计算最佳变换阶次,因此时间应该比仿真一长,在仿真结果中也得到了验证。经过软件接收机验证,干扰抑制前的数据捕获失败,干扰抑制后的数据可以捕获成功,验证了算法对 LFM 干扰抑制的有效性。

(3) 仿真三

本次仿真中,采用 BD2 B1 频点作为仿真频点。采样率为 62MHz,中频为 40.098MHz,扩频码速率为 2.046MHz,信号带宽为 4.092MHz, LFM 干扰为周期为 1ms 的 LFM 锯齿波信号, LFM 干扰的调频率为 4.092GHz/s,仿真数据长度为 1s,单次处理 1ms 的数据。将处理后的数据输入软件接收机,记录输出的平均载噪比,如图 9 所示。可以看出,在干信比为 55dB 左右时,经抗干扰处理后的数据输入软件接收机后,输出了较为理想的跟踪载噪比。当干信比达到 66dB 时,依然可以捕获跟踪,但此时跟踪载噪比已损失较大。当干信比继续增大时,便无法正常捕获跟踪到卫星信号。

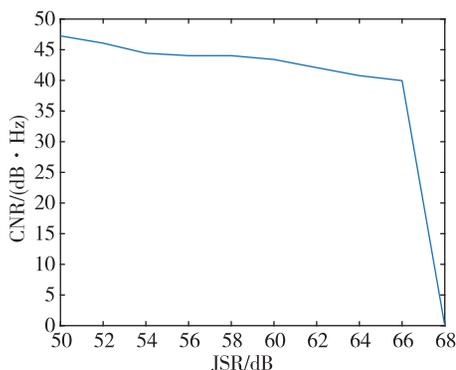


图 9 不同干信比信号下的跟踪载噪比

Fig. 9 The tracking SNR under different JSR

4 结论

1) 本文研究了在 GNSS 接收机中利用 FRFT 抑制 LFM 干扰的算法。针对连续 LFM 干扰,提出了基于幅度一阶矩的逐精度计算最佳变换阶次的方法和利用前段数据的最佳变换阶次辅助计算的策略,经仿真测试可以大大减少抗连续 LFM 干扰时的计算量,节约了运算时间,是传统的两级搜索峰值方法的运算时间的 1/25 左右。

2) 针对 FRFT 抑制 GNSS 接收机中的 LFM 干扰,对信号的预处理与阈值的自适应选取做了研究与介绍,利用软件接收机验证了算法抑制 LFM 干扰的有效性,并且测试了算法的极限性能在 65dB 附近,有着良好的抗 LFM 干扰性能。对 FRFT 抗 LFM 干扰算法的实际应用有着较大的推动作用。

3) 本文主要研究了单个连续 LFM 干扰在调频率不发生变化和发生变化的两种情况下抗干扰算法的实现和验证。由于 FRFT 本身的特点,在多个 LFM 干扰的情况下,处理复杂度和难度都会大大提高,这也是下一步研究工作的重点。

4) 为了进一步提高抗干扰的能力,将 FRFT 抗 LFM 干扰技术与其他抗干扰技术相结合的综合抗干扰技术研究也有着十分重要的意义,也是将来抗干扰技术的发展方向。

参考文献

- [1] 申丽然, 郭黎利, 尹清波. 基于分数阶傅里叶变换的直扩通信快速线性调频干扰抑制[J]. 科学技术与工程, 2014, 14(1):59-65.
- [2] 刘明玲, 刘高辉. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号检测[J]. 电子科技, 2014, 27(10): 133-135.
- [3] Ouyang X, Amin M G. Short-time Fourier transform receiver for nonstationary interference excision in direct sequence spread spectrum communications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 51(4):851-863.
- [4] Namias V. The fractional Fourier transform and its application in quantum mechanics[J]. Geoderma, 1980, 25(3):241-265.
- [5] 陶然, 齐林, 王越. 分数阶 Fourier 变换的原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

- [6] Ozaktas H M, Arikan O, Kutay M A, et al. Digital computation of the fractional Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(9): 2141-2150.
- [7] 黄克武, 陶然, 吴葵, 等. 分数阶傅里叶域与时域联合干扰抑制研究[J]. 中国科学: 技术科学, 2011(10): 1393-1404.
- [8] 聂晶, 张春雷, 卫红凯. 分数阶 Fourier 变换对 LFM 信号估计方法研究[C]// 中国声学学会水声学分会学术会议, 2015.
- [9] 梅检民, 肖云魁, 周斌, 等. 基于 FRFT 的改进多尺度线调频基稀疏信号分解方法[J]. 振动工程学报, 2013, 26(1): 135-142.
- [10] 卫红凯, 王平波, 蔡志明, 等. 分数阶 Fourier 变换极值搜索算法研究[J]. 电子学报, 2010, 38(12): 2949-2952.
- [11] 张永飞, 魏安全, 孙玉琦. DSSS 系统 LFM 干扰抑制技术研究[J]. 电子质量, 2011(7): 1-3.
- [12] 刘立, 张衡阳, 毛玉泉, 等. 变换域通信系统自适应 N-sigma 幅度谱成型算法[J]. 计算机应用, 2016, 36(6): 1492-1495.
- [13] 张玉恒, 张勇. 基于分数阶傅里叶域 K 谱线算法的 LFM 干扰抑制[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(15): 4794-4796.
- [14] 安澄全, 郝冬艳. LFM 信号的分数阶傅里叶域自适应滤波算法研究[J]. 信号处理, 2013, 29(1): 54-59.
- [15] 齐林, 陶然, 周思永, 等. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频信号的自适应时频滤波[J]. 兵工学报, 2003, 24(4): 499-503.