doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2018.05.013

# 一种基于卡尔曼滤波的定位解算性能评估新方法

王 勋[1],左启耀[1],洪诗聘[1],陈 亮[2],杨晓昆[3]

(1. 北京自动化控制设备研究所,北京 100074;
2. 中国空间技术研究院,北京 100094;
3. 中国航天科工信息技术研究院,北京 100070)

**摘 要**:对基于卡尔曼滤波的定位解算性能进行评估是提高卫星导航系统性能的有效途径。而传统的评估方法受人为主观性因素影响较大,提出了一种对数最小二乘模糊层次分析(FAHP)方法和模糊综合评价(FCE)方法相结合的性能评估方法。推导了模糊权重向量的唯一性确定条件,并将对数最小二乘 FAHP 方法确定的模糊权重向量去模糊化,使得权重向量可直接利用 FCE 方法进行加权综合,形成优势互补。以基于卡尔曼滤波的定位解算性能评估为实例,通过比较分析表明,所提出的对数最小二乘 FAHP-FCE 评估方法计算得到的权重向量优于基于程度分析的 FAHP 方法和基于先验规则挖掘的 FAHP 方法,使其更适合于对基于卡尔曼滤波的定位解算算法进行性能评估。

**关键词**:定位;卡尔曼滤波;性能评估;模糊层次分析

**中图分类号**:TN967.1 **文献标志码**:A **文章编号**:2095-8110(2018)05-0073-10

# A Novel Evaluation Method of Positioning Resolution Performance Based on Kalman Filtering

WANG Xun[1], ZUO Qi-yao[1], HONG Shi-pin[1], CHEN Liang[2], YANG Xiao-kun[3]

(1. Beijing Institute of Automatic Control Equipment, Beijing 100074, China;
2. China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China;
3. China Aerospace Science and Information Technology Institute, Beijing 100070, China)

**Abstract**: The performance evaluation of positioning resolution based on Kalman Filtering is an effective way to improve the performance of satellite navigation system. As the traditional evaluation methods can be influenced subjectively, the paper proposes an efficacious evaluation method which combines fuzzy logarithmic least square AHP method with fuzzy comprehensive evaluation (FCE) method. The uniqueness determination conditions of fuzzy weights are deduced and the fuzzy weight vector determined by fuzzy logarithmic least square analytic hierarchy process (AHP) method is defuzzified. In this way, the unique and defuzzificated weights are available to synthesis for FCE method directly. Taking the performance evaluation of positioning resolution based on Kalman Filtering for a numerical example, based on some simulations carried out, we draw the conclusion that, the weight vector achieved by the proposed fuzzy logarithmic least square AHP-FCE method is superior to that by the fuzzy AHP method based on either extent analysis method (EAM) or apriori rule mining (ARM) when applied to performance evaluation of the positioning

**收稿日期**:2018-01-25;**修订日期**:2018-02-29
**基金项目**:国家自然科学基金青年基金(41601483)
**作者简介**:王勋(1990-),男,硕士,主要从事卫星导航方面的研究。E-mail:wangxun7990@126.com

resolution based on Kalman Filtering.

**Key words**: Positioning; Kalman filtering; Performance evaluation; Fuzzy AHP

## 0 引言

卫星导航定位解算普遍采用卡尔曼滤波方法,在定位解算算法投入应用之前,对算法性能进行评估,为设计和确定满足卫星导航系统性能要求的系统参数提供了依据。同时,为卫星导航系统提供了一个算法验证平台,益于系统参数优化、功能设计与改进,节约了测试成本,缩短了系统的开发周期。因此,对基于卡尔曼滤波的定位解算性能进行评估,成为提高卫星导航系统性能的前提条件和必备依据。

目前,基于卡尔曼滤波的卫星导航系统定位解算性能的评估方法很少有人研究,但国内外学者已经提出诸多应用于其他系统的评估方法[1-4],其中模糊层次分析(Fuzzy Analytic Hierarchy Process, FAHP)方法是一种基于模糊数学理论的评估方法,自提出至今,已受到国内外学者的广泛关注。荷兰学者 Van Laarhove 和 Pedrycz[5]最先将三角模糊数引入判断矩阵的构建,减小了主观因素影响,并将 FAHP 方法作进一步改进,利用对数最小二乘法(Logarithmic Least Squares Method, LLSM)从三角模糊判断矩阵中获得权重向量;Younesi 等将 LLSM 方法应用于模糊分析网络方法中,求解三角模糊评判矩阵的权重[6],提出了一种基于程度分析法(Extent Analysis Method, EAM)的 FAHP 方法,将程度分析理论应用于模糊层次分析法中,并通过计算一个三角模糊数大于其他三角模糊数的可能性程度来获得权重向量;Kemal Kılıç 拓展了程度分析方法,并利用重心去模糊化和中间数去模糊化对权重进行了排序[7]。Teng Y 等提出了基于先验规则挖掘(Apriori Rule Mining, ARM)的 FAHP 方法,利用先验算法计算评估因素间的相关性,而后采用 FAHP 方法将相关性和其他主客观因素融合,减弱了相关性强的因素的双重作用[8]。在以上模糊评估方法中,对数最小二乘的 FAHP 方法能够有效解决模糊的、难以量化的问题,且只需给出模糊判断矩阵而无需给出精确的判断矩阵,其利用严密的数学方法弱化主观成分,使权重更符合客观实际,相对于其他方法更为精确、客观。而基于卡尔曼滤波的卫星导航系统定位解算性能的影响因素众多,且各因素存在相关性,其性能评估是一个多级别、多层次的处理过程,涉及对多源数据和信息进行探测、互联、相关、估计和综合,往往难以给出精确判断矩阵。为此,可利用基于对数最小二乘的 FAHP 方法对定位解算方法进行评价权重向量求解,但仍需寻求综合评价方法进一步对系统进行综合评价。

模糊综合评价(Fuzzy Comprehensive Evaluate, FCE)方法是一种根据模糊数学隶属度理论把定性评价转化为定量综合评价的方法。它具有结果清晰、综合判断能力强的特点,但对于指标因素多、因素相关性强的系统,FCE 方法存在确定的指标权重客观性差、评判等级分辨率低等问题。若将基于对数最小二乘的 FAHP 方法和 FCE 方法结合,前者用来确定权重向量,后者利用隶属度函数对指标模型进行评判得到模糊关系矩阵,再应用加权平均型模糊算子将权重向量和模糊关系矩阵合成,便可得到算法性能的综合评定结果。但是,基于对数最小二乘的 FAHP 方法求解的权重向量存在多值性,且权重向量为三角模糊数权重向量,而 FCE 方法需要唯一、确定的权重,不能直接利用 FCE 方法对各指标性能进行加权综合。针对此问题,本文推导并建立了权重唯一的确定条件来消除冗余解,进一步,作去模糊化处理确定权重向量,这是本文提出的基于对数最小二乘 FAHP-FCE 评估方法得以实现的关键。

## 1 传统的性能评估方法

### 1.1 基于对数最小二乘的 FAHP 方法

基于对数最小二乘的 FAHP 方法[9]利用三角模糊数构建模糊判断矩阵,并采用对数最小二乘法从模糊判断矩阵中求解模糊权重向量。该方法认为,对于三角模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$,应存在一个归一化的三角模糊权重向量

$$\widetilde{\boldsymbol{W}}=(\widetilde{w}_1,\cdots,\widetilde{w}_n)=((w_1^L,w_1^M,w_1^U),\cdots,(w_n^L,w_n^M,w_n^U))^{\mathrm{T}}$$

满足如下条件:

$$\tilde{a}_{ijk}=(l_{ijk},m_{ijk},u_{ijk})\approx\frac{\widetilde{w}_i}{\widetilde{w}_j}\approx\left(\frac{w_i^L}{w_j^U},\frac{w_i^M}{w_j^M},\frac{w_i^U}{w_j^L}\right)$$

$$i,j=1,2,\cdots,n;i\neq j,k=1,2,\cdots,d_{ij} \quad (1)$$

为了求解模糊权重向量 $\widetilde{\boldsymbol{W}}$,利用对数最小二乘法构建如下模型:

$$\operatorname{Min} J=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}((\ln w_i^L-\ln w_j^U-\ln l_{ijk})^2+$$

$$(\ln w_i^M-\ln w_j^M-\ln m_{ijk})^2+(\ln w_i^U-\ln w_j^L-\ln u_{ijk})^2)\tag{2}$$

分别令 $\frac{\partial J}{\partial w_i^L}=0$，$\frac{\partial J}{\partial w_i^M}=0$，$\frac{\partial J}{\partial w_i^U}=0$，最终整理可得方程组：

$$\boldsymbol{Am}=\boldsymbol{b}\tag{3}$$

$$\boldsymbol{Fs}=\boldsymbol{h}\tag{4}$$

其中：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\sum\limits_{j=1,j\neq1}^{n}d_{1j} & -d_{12} & \cdots & -d_{1n}\\ -d_{21} & \sum\limits_{j=1,j\neq2}^{n}d_{2j} & \cdots & -d_{2n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -d_{n1} & -d_{n2} & \cdots & \sum\limits_{j=1,j\neq n}^{n}d_{nj}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{m}=[m_1,m_2,\cdots,m_n]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{b}=[\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}(\ln m_{1jk}),\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}(\ln m_{2jk}),\cdots,\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}(\ln m_{njk})]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{N} & \boldsymbol{D}\end{bmatrix};\boldsymbol{s}=[l_1,l_2,\cdots,l_n,u_1,u_2,\cdots,u_n]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{h}=[\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}(\ln l_{1jk}),\cdots,\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}(\ln l_{njk}),\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}(\ln u_{1jk}),\cdots,\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{d_{ij}}(\ln u_{njk})]^{\mathrm{T}}$$

$l_i=\ln w_i^L$，$m_i=\ln w_i^M$，$u_i=\ln w_i^U$；矩阵 $\boldsymbol{D}$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的对角线元素构成的矩阵，而矩阵 $\boldsymbol{N}$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的非对角线元素构成的矩阵。

显然，通过求解式(3)和式(4)可以得到 $(l_i, m_i, u_i)$，进而得到归一化的模糊权重向量为

$$\tilde{w}_i=\left(\frac{\exp(l_i)}{\sum_{i=1}^{n}\exp(u_i)},\frac{\exp(m_i)}{\sum_{i=1}^{n}\exp(m_i)},\frac{\exp(u_i)}{\sum_{i=1}^{n}\exp(l_i)}\right)\tag{5}$$

然而易得，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩 $rank(\boldsymbol{A})<n$，矩阵 $\boldsymbol{F}$ 的秩 $rank(\boldsymbol{F})<2n$，即矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 都不是满秩矩阵，因此式(3)和式(4)的解不是唯一的。根据矩阵论的相关知识，如果方程组是相容的，即：

$$\boldsymbol{AA}^{+}\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\tag{6}$$

$$\boldsymbol{FF}^{+}\boldsymbol{h}=\boldsymbol{h}\tag{7}$$

则式(3)和式(4)的通解可以分别表示为：

$$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{b}+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{A})\boldsymbol{y}\tag{8}$$

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{F}^{+}\boldsymbol{h}+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{F}^{+}\boldsymbol{F})\boldsymbol{z}\tag{9}$$

其中，$\boldsymbol{A}^{+}$ 和 $\boldsymbol{F}^{+}$ 分别为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 的伪逆；$\boldsymbol{y}$ 为 $n$ 维任意列向量，$\boldsymbol{z}$ 为 $2n$ 维任意列向量。

### 1.2 基于 FCE 的定位解算算法性能评估方法

FCE 方法是利用模糊线性变换原理和最大隶属度原则，建立模糊评判模型，并采用一定的模糊算子进行综合评价的方法。模糊评判模型有 3 个基本要素：因素集 $\boldsymbol{U}=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$，评价集 $\boldsymbol{V}=\{v_1,v_2,\cdots,v_m\}$ 和模糊变换。其中，模糊变换即模糊映射：

$$f:\boldsymbol{U}\rightarrow F(\boldsymbol{V})$$

$$u_i\mapsto f(u_i)=(r_{i1},r_{i2},\cdots,r_{im})\in F(\boldsymbol{V})\tag{10}$$

由映射 $f$ 可诱导出一个模糊评判矩阵

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}f(u_1)\\ f(u_2)\\ \vdots\\ f(u_n)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m}\\ r_{n1} & r_{22} & \cdots & r_{11}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm}\end{bmatrix}\tag{11}$$

若确定了归一化权重向量 $\boldsymbol{W}$，可再由 $\boldsymbol{R}$ 诱导一个模糊变换：

$$T_R:F(\boldsymbol{U})\rightarrow F(\boldsymbol{V})$$

$$\boldsymbol{W}\mapsto T_R(\boldsymbol{W})=\boldsymbol{W}\circ\boldsymbol{R}\tag{12}$$

进一步，为兼顾各元素的权重，使评价结果充分体现被评价对象的整体特征，引入 $\boldsymbol{M}(\oplus,\cdot)$ 模糊算子，构成综合评价集 $\boldsymbol{B}$

$$\boldsymbol{B}\{b_j\}:b_j=\sum_{i=1}^{n}W_i r_{ij},\quad j=1,2,\cdots,m\tag{13}$$

式中，$W_i$ 构成正规化权重向量 $\boldsymbol{W}$，即有 $\boldsymbol{W}=\{W_1,W_2,\cdots,W_n\}$。

值得指出的是，在确定模糊评价集 $\boldsymbol{B}$ 时，若系统影响因素相互关联，仅由一级模型进行评判会比较粗糙，不能很好地反映算法性能本质，需要引入二级甚至多级模糊综合评判方法。

## 2 一种对数最小二乘 FAHP-FCE 评估新方法

通过分析基于对数最小二乘的 FAHP 方法和 FCE 方法的特点，前者可以求解较为精确、评判分辨率较高的权重向量，后者能够利用隶属度函数对指标模型进行评判得到模糊关系矩阵，将权重向量和模糊关系矩阵合成，从而得到算法性能的综合评定结果。但是，基于对数最小二乘的 FAHP 方法确定的权重向量不唯一，且为三角模糊数形式，不能直接用 FCE 方法对各评估因素进行加权综合运算。下面分别针对基于对数最小二乘的 FAHP 方法求解的权重向量不唯一、模糊的问题，作深入研究，使

得权重向量可直接用 FCE 方法进一步作综合评判。

## 2.1 对数最小二乘 FAHP 方法

### 2.1.1 权重的唯一性确定条件

为了解决基于对数最小二乘的 FAHP 方法确定的权重向量不唯一的问题，考虑当三角模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ 满足何种条件时，基于对数最小二乘的 FAHP 方法得到的模糊权重向量是唯一的。首先给出定理 1 及其证明：

定理 1：若三角模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ 满足条件：$d_{ij} \geqslant 1(i,j=1,2,\cdots,n)$，则利用基于对数最小二乘的 FAHP 方法从模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ 中计算得到的归一化模糊权重向量是唯一存在的。

证明：任取矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中的一行，记为第 $r$ 行，将矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的其余 $(n-1)$ 行分别加到第 $r$ 行上，可将第 $r$ 行的全部元素变为 0；任取矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中的一列，记为第 $s$ 列，将矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的其余 $(n-1)$ 列分别加到第 $s$ 列上，可将第 $s$ 列的全部元素变为 0。此时，将矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 $r$ 行和第 $s$ 列移除得到 $(n-1)$ 阶矩阵，记为 $\boldsymbol{B}$，显然矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和矩阵 $\boldsymbol{A}$ 具有相同的秩。

由于三角模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ 满足条件：$d_{ij} \geqslant 1(i,j=1,2,\cdots,n)$，故对于矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的每一行都有：

$$\left|\sum_{j=1,j\neq i}^{n} d_{ij}\right| > \sum_{j=1,j\neq i,j\neq s}^{n} |-d_{ij}|,\quad i=1,2,\cdots,n;i\neq r \tag{14}$$

即矩阵 $\boldsymbol{B}$ 为严格按行对角占优矩阵，故矩阵 $\boldsymbol{B}$ 为满秩矩阵，因此矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的秩同为 $(n-1)$，同理可得矩阵 $\boldsymbol{F}$ 的秩为 $(2n-1)$。此时，式(3)和式(4)的通解具有以下形式[10]：

$$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{y}_1 \tag{15}$$

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{F}^{+}\boldsymbol{h}+\boldsymbol{z}_1 \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{y}_1=[p_2,p_2,\cdots,p_2]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{z}_1=[p_1,p_1,\cdots,p_1]^{\mathrm{T}}$，$p_1$ 和 $p_2$ 为任意实数。

设 $\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{b}=[m'_1,m'_2,\cdots,m'_n]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{F}^{+}\boldsymbol{h}=[l'_1,l'_2,\cdots,l'_n,u'_1,u'_2,\cdots,u'_n]^{\mathrm{T}}$，则可得模糊判断矩阵的权重向量为：

$$\widetilde{\boldsymbol{w}}'_i=(c_1\exp(l'_i),c_2\exp(m'_i),c_1\exp(u'_i)) \tag{17}$$

其中，$c_1=\exp(p_1)$，$c_2=\exp(p_2)$。将权重向量进行归一化处理得

$$\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{w}}_i&=\left(\frac{c_1\exp(l'_i)}{\sum_{i=1}^{n}c_1\exp(u'_i)},\frac{c_2\exp(m'_i)}{\sum_{i=1}^{n}c_2\exp(m'_i)},\frac{c_1\exp(u'_i)}{\sum_{i=1}^{n}c_1\exp(l'_i)}\right)\\&=\left(\frac{\exp(l'_i)}{\sum_{i=1}^{n}\exp(u'_i)},\frac{\exp(m'_i)}{\sum_{i=1}^{n}\exp(m'_i)},\frac{\exp(u'_i)}{\sum_{i=1}^{n}\exp(l'_i)}\right)\end{aligned} \tag{18}$$

由式(18)可见，归一化的模糊权重向量 $\widetilde{\boldsymbol{w}}_i$ 仅与矩阵 $\boldsymbol{A}^{+}$ 和 $\boldsymbol{F}^{+}$ 有关，而与向量 $\boldsymbol{y}_1$ 和 $\boldsymbol{z}_1$ 无关。因此，当三角模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ 满足条件：$d_{ij} \geqslant 1(i,j=1,2,\cdots,n)$ 时，基于对数最小二乘的 FAHP 方法计算得到的归一化权重向量是唯一确定的。证明完毕。

根据定理 1 可得：将基于对数最小二乘的 FAHP 方法应用于系统评估时，只要保证至少有一位专家对任意两指标重要性作出判断，则利用式(18)即可得到唯一的归一化模糊权重向量。

### 2.1.2 权重的去模糊化处理

当三角模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ 满足 $d_{ij} \geqslant 1(i,j=1,2,\cdots,n)$ 时，基于对数最小二乘的 FAHP 方法能够得到唯一的模糊权重向量，而 FCE 方法需要利用确定的权重向量进行加权综合，所以需要进一步对归一化模糊权重向量作模糊化处理。CFCS 方法不包含主观因素，且计算量相对较小。这里，采用 CFCS 方法[11]进行去模糊化处理。具体算法如下：

首先，计算三角模糊权重 $\widetilde{\boldsymbol{W}}$ 中的 $u$ 分量最大值 $u_{\max}$ 和 $l$ 分量的最小值 $l_{\min}$，并计算二者之差：

$$\begin{cases}u_{\max}=\max\limits_{i\in(1,\cdots,n)} w_i^U\\ l_{\min}=\min\limits_{i\in(1,\cdots,n)} w_i^L\\ \Delta_{\min}^{\max}=u_{\max}-l_{\min}\end{cases} \tag{19}$$

对三角模糊权重分量 $\widetilde{\boldsymbol{w}}_i$ 按式(20)进行处理，得到新的三角模糊数 $\widetilde{\boldsymbol{x}}_i=(x_i^L,x_i^M,x_i^U)$：

$$\begin{cases}x_i^L=(w_i^L-l_{\min})/\Delta_{\min}^{\max}\\ x_i^M=(w_i^M-l_{\min})/\Delta_{\min}^{\max}\\ x_i^U=(w_i^U-l_{\min})/\Delta_{\min}^{\max}\end{cases} \tag{20}$$

然后，分别计算三角模糊数 $\widetilde{\boldsymbol{x}}_i$ 的左值 $x_i^{ls}$ 和右值 $x_i^{rs}$：

$$\begin{cases}x_i^{ls}=x_i^M/(1+x_i^M-x_i^L)\\ x_i^{rs}=x_i^U/(1+x_i^U-x_i^M)\end{cases} \tag{21}$$

并由此可得三角模糊数 $\widetilde{\boldsymbol{x}}_i$ 去模糊化后的单一数值 $x_i^{\mathrm{crisp}}$

$$x_i^{\mathrm{crisp}}=\frac{[x_i^{ls}(1-x_i^{ls})+x_i^{rs}x_i^{rs}]}{[1-x_i^{ls}+x_i^{rs}]} \tag{22}$$

最后，根据式(23)计算权重向量 $\widetilde{\boldsymbol{w}}_i$ 去模糊化后的数值 $w_i^{\mathrm{crisp}}$

$$w_i^{\mathrm{crisp}}=l_{\min}+x_i^{\mathrm{crisp}}\Delta_{\min}^{\max} \tag{23}$$

再进行归一化处理，最终可得去模糊化后的归一化权重向量为

$$\boldsymbol{W}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}w_i^{\mathrm{crisp}}}(w_1^{\mathrm{crisp}},w_2^{\mathrm{crisp}},\cdots,w_n^{\mathrm{crisp}}) \tag{24}$$

## 2.2　评估方法原理及实现步骤

上述工作，一方面通过设定模糊判断矩阵的限制条件，保证了权重向量的唯一性；另一方面采用 CFCS 方法进行去模糊化处理，从而确定了唯一的非模糊权重。至此，即可利用 FCE 方法对算法性能进行综合定量评估。图 1 所示为所提出的对数最小二乘 FAHP-FCE 评估方法的原理。

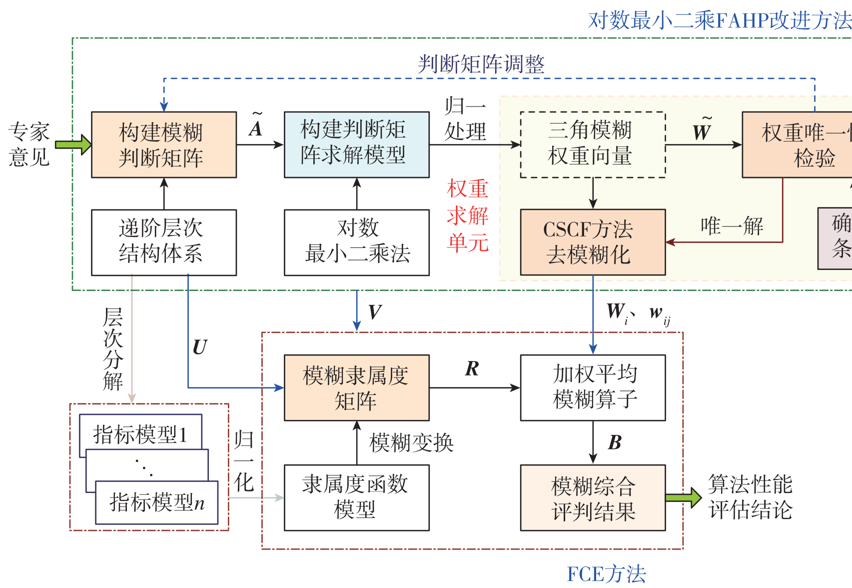


图 1　对数最小二乘 FAHP-FCE 评估方法

Fig. 1　The proposed fuzzy logarithmic least square AHP-FCE evaluation method

图 1 中，评估方法由对数最小二乘 FAHP 方法和 FCE 方法两部分构成。前者通过构建递阶层次结构体系和模糊判断矩阵，并采用对数最小二乘法构建模糊权重向量解算模型，经解算、归一化后得到模糊权重向量。继而利用 2.1 节中所述的方法，对模糊权重向量进行去模糊处理，得到唯一的子目标权重集 $\boldsymbol{W}_i$ 和指标权重集 $\boldsymbol{w}_{ij}$。在此基础上，依据评估标准和指标模型计算值构建隶属函数模型，经模糊变换后得到隶属度矩阵 $\boldsymbol{R}$，再应用加权平均模糊算子将权重集 $\boldsymbol{W}_i$、$\boldsymbol{w}_{ij}$ 和隶属度矩阵 $\boldsymbol{R}$ 合成，进而得到模糊综合评判结果。

根据上述分析，对数最小二乘 FAHP-FCE 评估新方法的执行步骤可归结如下：

Step1：构造递阶层次结构体系

根据系统所包含的因素及相关关系，分解出关键性评判准则，并构建评判子目标、指标和评估等级论域集，从而构成多层次指标体系结构。设系统评估子目标和评价等级论域集分别为 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$：

$$\boldsymbol{U}=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\},\boldsymbol{V}=\{V_1,V_2,\cdots,V_n\} \tag{24}$$

式中，$u_i$ 为第一层（最高层）中的第 $i$ 个子目标，它由第二层中的 $p$ 个指标决定，即有 $u_i=\{u_{i1},u_{i2},\cdots,u_{ip}\},i=1,2,\cdots,m$。

Step2：确定权重分配集

利用对数最小二乘 FAHP 方法，确定出各子目标和指标的权重分配集。步骤归结如下：

1）利用对数最小二乘法构建模糊权重向量求解式(2)，依据三角模糊权重向量的唯一化确定条件，通过求解式(3)和式(4)，计算得到矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{h}$。

2）计算矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{F}$ 的伪逆 $\boldsymbol{A}^+$ 和 $\boldsymbol{F}^+$，并计算 $\boldsymbol{A}^+\boldsymbol{b}$ 和 $\boldsymbol{F}^+\boldsymbol{h}$，然后根据式(18)得到归一化的模糊权重向量。

3）利用 CFCS 方法对模糊权重向量进行去模糊化处理，得到非模糊的归一化权重向量。

按上述步骤，可分别得到子目标和指标的权重分配集：

$$\boldsymbol{W}=\{W_1,W_2,\cdots,W_m\}\text{ 和 }\boldsymbol{W}_i=\{w_{i1},w_{i2},\cdots,w_{ip}\} \tag{25}$$

式中，$\boldsymbol{W}_i$ 和 $\boldsymbol{w}_{ij}$ 满足：

$$0\leqslant \boldsymbol{W}_i、\boldsymbol{w}_{ij}\leqslant 1,\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{W}_i=\sum_{j=1}^{p}\boldsymbol{w}_{ij}=1 \tag{26}$$

Step3：构造隶属度矩阵

通过若干次蒙特卡罗仿真，得到归一化的指标模型值，将其代入一元线性隶属度函数[12]，确定出

子目标集 $u_i$ 中每一指标关于评价集 $\boldsymbol{V}$ 的隶属度，从而导出子目标层次的隶属子集 $\boldsymbol{R}_i$ 为

$$\boldsymbol{R}_i=\begin{bmatrix} r_{i11} & r_{i12} & \cdots & r_{i1n} \\ r_{i21} & r_{i22} & \cdots & r_{i2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{im1} & r_{im2} & \cdots & r_{imn} \end{bmatrix} \tag{27}$$

由于系统通常存在复杂的不确定因素，因素间还分属不同的层次，需要由低到高逐层确定权重并进行综合评价，同时还需要保持评价的整体性与一致性，因而需要在一级模糊综合评判的基础上，进一步引入二级模糊综合评判，以得到二级综合评判结果。

Step4：选择加权平均模糊算子进行综合评判

构造一级模糊评估集为

$$\boldsymbol{B}_i=\boldsymbol{W}_i\circ\boldsymbol{R}_i=[w_{i1},w_{i2},\cdots,w_{ip}]\circ\begin{bmatrix} r_{i11} & r_{i12} & \cdots & r_{i1n} \\ r_{i21} & r_{i22} & \cdots & r_{i2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{im1} & r_{im2} & \cdots & r_{imn} \end{bmatrix}$$
$$=[b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{in}] \tag{28}$$

其中，“$\circ$”为加权平均型模糊算子；$\boldsymbol{W}_i$ 为子目标权重集；$\boldsymbol{R}_i$ 为子目标层次的隶属子集。

为了进一步得到高层次的综合评价，必须进行二级模糊综合计算，建立如下二级模糊综合评估模型：

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{W}\circ\boldsymbol{R}_i=\boldsymbol{W}\circ\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{B}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{B}_m \end{bmatrix}=\boldsymbol{W}\circ\begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_1\circ\boldsymbol{R}_1 \\ \boldsymbol{W}_2\circ\boldsymbol{R}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{W}_m\circ\boldsymbol{R}_m \end{bmatrix}$$
$$=[b_1,b_2,\cdots,b_n] \tag{29}$$

这样，在一级模糊评判的基础上，将一级模糊综合评价所得到的归一化评价结果合成矩阵 $\boldsymbol{R}$，作为因素集 $\boldsymbol{U}$ 到评价集 $\boldsymbol{V}$ 的隶属度矩阵，再根据式(29)计算评价向量，由此逐层评判即完成多级综合评价。

## 3 性能评估结果与分析

全天时、全天候条件下，卫星导航系统的定位测速精度和可靠性在一定程度上取决于定位解算算法的性能，以弹载卫星导航系统为对象，利用本文方法对其定位解算算法的性能进行评估。将本文所提出的对数最小二乘FAHP-FCE评估新方法与具有代表性的两类方法进行对比研究，即文献[13]中所述的基于程度分析的 FAHP 方法和基于 ARM 的 FAHP 方法[14]。

### 3.1 性能评估数据来源

邀请 3 位专家利用三角模糊数对各指标之间的相对重要性作出判断，得到三角模糊评判矩阵；对9个指标模型进行 150 次蒙特卡罗仿真，将归一化指标值代入隶属函数得到隶属度矩阵。

### 3.2 层次结构评估指标体系建立

根据各指标模块间的相对重要性及相互关系，构建定位解算算法性能模糊综合评价递阶层次指标体系。

图 2 所示为评估指标的递阶层次结构，层次结构包含目标层(A)、准则层(B)和措施层(C)三层。其中，准则层具体分为定位解算算法复杂度评估(B1)、定位效果评估(B2)和算法稳定性评估(B3)等 3 个一级评估准则，这 3 个准则下分别包含若干个二级指标。算法复杂度准则涉及的二级性能评估指标有时间复杂度(C1)、空间复杂度(C2)；定位效果准则涉及的指标有定位绝对误差(C3)、定位相对误差(C4)、定位速度(C5)以及定位有效性(C6)；算法稳定性准则包括算法收敛性(C7)、容错能力(C8)和鲁棒性(C9)。这些具体指标模型及量化结果共同构成二级性能评估措施层(C)。值得提出的是，由于措施层(C)具有相对独立的数学模型和量化结果输出，因此，构建的递阶层次结构评估指标体系模型能够更加确切地描述定位解算算法性能评估结果。

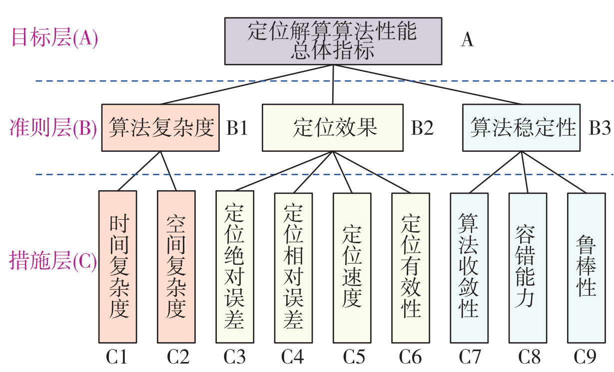


**图 2 定位解算算法评估指标递阶层次结构图**

**Fig. 2 Hierarchical structure for the performance evaluation of positioning resolution**

### 3.3　指标权重计算

邀请 3 位专家利用三角模糊数对各指标之间的相对重要性作出判断，且对于任意两指标之间的重要性进行比较，至少有一位专家给出判断，得到准则层和指标层的模糊判断矩阵，分别如表 1～表 4 所示。

**表 1　主指标(A)的模糊判断矩阵**

**Tab. 1　Fuzzy comparison matrix of the main index(A)**

| | B1 | B2 | B3 |
|---|---|---|---|
| B1 | (1, 1, 1) | (3/7, 1/2, 3/5)<br>(2/3, 1, 2) | (3/11,1/3,3/7)<br>(2/9, 1/4, 2/7)<br>(3/7, 1/2, 3/5) |
| B2 | (5/3, 2, 7/3)<br>(1/2, 1, 3/2) | (1, 1, 1) | (2/7, 1/3, 2/5)<br>(3/2, 2, 5/2)<br>(3/4, 1, 3/2) |
| B3 | (7/3, 3, 11/3)<br>(7/2, 4, 9/2)<br>(5/3, 2, 7/3) | (5/2, 3, 7/2)<br>(2/5, 1/2, 2/3)<br>(2/3, 1, 4/3) | (1, 1, 1) |

**表 2　算法复杂度(B1)的模糊判断矩阵**

**Tab. 2　Fuzzy comparison matrix of the algorithm complexity(B1)**

| | C1 | C2 |
|---|---|---|
| C1 | (1, 1, 1) | (3/4, 1, 3/2)<br>(3/2, 2, 5/2)<br>(4/5, 1, 5/3) |
| C2 | (2/3, 1, 4/3)<br>(2/5, 1/2, 2/3)<br>(3/5, 1, 5/4) | (1, 1, 1) |

**表 3　定位效果(B2)的模糊判断矩阵**

**Tab. 3　Fuzzy comparison matrix of the positioning effect(B2)**

| | C3 | C4 | C5 | C6 |
|---|---|---|---|---|
| C3 | (1, 1, 1) | (1/3, 1, 5/3)<br>(3/2, 2, 5/2) | (3/8, 1/2, 3/4)<br>(2/5, 1/2, 2/3)<br>(3/5, 1, 3) | (2/5, 1/2, 2/3)<br>(3/7, 1/2, 3/5) |
| C4 | (3/5, 1, 3)<br>(2/5, 1/2, 2/3) | (1, 1, 1) | (3/8, 1/2, 3/4) | (2/5, 1/2, 2/3)<br>(3/5, 1, 3) |
| C5 | (4/3, 2, 8/3)<br>(3/2, 2, 5/2)<br>(1/3, 1, 5/3) | (4/3, 2, 8/3) | (1, 1, 1) | (1/3, 1, 5/3)<br>(3/2, 2, 5/2)<br>(1/2, 1, 3/2) |
| C6 | (3/2, 2, 5/2)<br>(5/3, 2, 7/3) | (3/2, 2, 5/2)<br>(1/3, 1, 5/3) | (3/5, 1, 3)<br>(2/5, 1/2, 2/3)<br>(2/3, 1, 2) | (1, 1, 1) |

**表 4　算法稳定性(B3)的模糊判断矩阵**

**Tab. 4　Fuzzy comparison matrix of the algorithm stability(B3)**

| | C7 | C8 | C9 |
|---|---|---|---|
| C7 | (1, 1, 1) | (1/3, 1, 5/3)<br>(3/2, 2, 5/2) | (3/7, 1/2, 3/5)<br>(2/5, 1/2, 2/3)<br>(3/5, 1, 3) |
| C8 | (3/5, 1, 3)<br>(2/5, 1/2, 2/3) | (1, 1, 1) | (3/8, 1/2, 3/4) |
| C9 | (5/3, 2, 7/3)<br>(3/2, 2, 5/2)<br>(1/3, 1, 5/3) | (4/3, 2, 8/3) | (1, 1, 1) |

分别利用基于程度分析的 FAHP 方法、基于 ARM 的 FAHP 方法和基于对数最小二乘的 FAHP 方法计算各模糊判断矩阵的权重向量，权重向量的计算结果如表 5～表 8 所示。

**表 5　主指标(A)的子指标权重($W_1-W_3$)**

**Tab. 5　Weight vectors($W_1-W_3$) of the main index(A)**

| 子指标 | EAM | ARM | FAHP-FCE |
|---|---|---|---|
| B1 | 0.1144 | 0.4210 | 0.2221 |
| B2 | 0.7043 | 0.2218 | 0.4672 |
| B3 | 0.1813 | 0.3572 | 0.3107 |

**表 6　算法复杂度(B1)的子指标权重($W_{11}-W_{12}$)**

**Tab. 6　Weight vectors ($W_{11}-W_{12}$) of the algorithm complexity (B1)**

| 子指标 | EAM | ARM | FAHP-FCE |
|---|---|---|---|
| C1 | 0.6375 | 0.5277 | 0.5313 |
| C2 | 0.3625 | 0.4723 | 0.4687 |

**表 7　定位效果(B2)的子指标权重($W_{21}-W_{24}$)**

**Tab. 7　Weight vectors ($W_{21}-W_{24}$) of the positioning effect (B2)**

| 子指标 | EAM | ARM | FAHP-FCE |
|---|---|---|---|
| C3 | 0.1432 | 0.1228 | 0.2459 |
| C4 | 0.0 | 0.0380 | 0.0948 |
| C5 | 0.3035 | 0.2832 | 0.3334 |
| C6 | 0.5533 | 0.5560 | 0.3259 |

**表 8　算法稳定性(B3)的子指标权重($W_{31}-W_{33}$)**

**Tab. 8　Weight vectors ($W_{31}-W_{33}$) of the algorithm stability (B3)**

| 子指标 | EAM | ARM | FAHP-FCE |
|---|---|---|---|
| C7 | 0.2311 | 0.2901 | 0.3086 |
| C8 | 0.2157 | 0.1977 | 0.2252 |
| C9 | 0.5532 | 0.5122 | 0.4662 |

由表 5 可以看出，利用基于程度分析的 FAHP 方法得到的子指标 B2 和 B1 的权重分别为 0.7043 和 0.1144，二者之比约为 6.156；利用基于对数最小二乘的 FAHP 方法得到的子指标 B2 和 B1 的权重分别为 0.4672 和 0.2221，二者之比约为 2.103。而由表 3 可得，专家对子指标 B2 和子指标 B1 之间的相对重要性判断为(1/2，1，3/2)和(5/3，2，7/3)，对比这两种方法计算得到的子指标 B2 和 B1 的权重之比，可见基于对数最小二乘的 FAHP 方法得到的权重分配结果更能代表各子指标之间的相对重要性。而基于 ARM 方法得到的主指标 B1、B2 和 B3 的权重分别为 0.4210、0.2218 和 0.3572，该方法得出的定位效果(B2)和稳定性权重(B3)均大于算法复杂度(B1)，与实际不符合，这是由于样本较少且典型性的规则被最小支持度限制筛掉。

事实上从表 5～表 8 中可以看出，前两种方法计算得到的各子指标权重明显偏大或偏小，即该方法计算得到的权重结果并不能代表子指标之间的相对重要性，而基于对数最小二乘的 FAHP 方法得到的权重结果则相对更加合理。

另外，由表 7 可以看出，利用基于程度分析的 FAHP 方法计算得到的子指标 C4 的权重为 0，即在进行指标综合时子指标 C4 的作用将被忽略掉，这显然是不合理的。而基于对数最小二乘的 FAHP 方法却不存在这种问题。

通过以上两方面的比较分析，基于对数最小二乘的 FAHP 方法的权重计算结果优于基于程度分析的 FAHP 方法和基于 ARM 的 FAHP 方法。

### 3.4 模糊隶属度矩阵计算结果

对定位解算算法进行 150 次蒙特卡罗仿真实验，并根据评估指标模型和评价标准确定的隶属度函数，求解隶属度矩阵的结果归纳如下：

1)B1 的隶属子集为(其中矩阵元素 $r_{ijk}$ 表示第 $i$ 个子目标的第 $j$ 个指标隶属于第 $k$ 个评判等级的程度)

$$\boldsymbol{R}_1=\begin{bmatrix} r_{111} & r_{112} & r_{113} & r_{114} & r_{115} \\ r_{121} & r_{122} & r_{123} & r_{124} & r_{125} \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 0.76 & 0.24 & 0 & 0 & 0 \\ 0.611 & 0.246 & 0.143 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2)B2 的隶属子集为

$$\boldsymbol{R}_2=\begin{bmatrix} r_{211} & r_{212} & r_{213} & r_{214} & r_{215} \\ r_{221} & r_{222} & r_{223} & r_{224} & r_{225} \\ r_{231} & r_{232} & r_{233} & r_{234} & r_{235} \\ r_{241} & r_{242} & r_{243} & r_{244} & r_{245} \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.55 & 0.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0.633 & 0.287 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0.55 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3)B3 的隶属子集为

$$\boldsymbol{R}_3=\begin{bmatrix} r_{311} & r_{312} & r_{313} & r_{314} & r_{315} \\ r_{321} & r_{322} & r_{323} & r_{324} & r_{325} \\ r_{331} & r_{332} & r_{333} & r_{334} & r_{335} \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 0.55 & 0.13 & 0.22 & 0 & 0 \\ 0.92 & 0.08 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3.5 定位解算算法综合评判结果

建立量化评估区间赋值表如表 9 所示。

**表 9 评语集量化区间赋值表**

**Tab. 9 Quantitative interval distribution of evaluation**

| 归属评价集 | 很好 | 较好 | 中等 | 较差 | 很差 |
|---|---|---|---|---|---|
| 量化区间 | [90,100] | [80,90] | [60,80] | [50,60] | [50,0] |

依据对数最小二乘的 FAHP 方法和基于程度分析的 FAHP 方法得到的准则层权重向量，可计算得到一级模糊评估集 $\boldsymbol{B}_i$ 如下：

1)B1 的一级模糊评估集为：

$$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{W}_1\cdot\boldsymbol{R}_1=[w_{11}\quad w_{12}]\cdot\begin{bmatrix} r_{111} & r_{112} & r_{113} & r_{114} & r_{115} \\ r_{121} & r_{122} & r_{123} & r_{124} & r_{125} \end{bmatrix}$$
$$=[0.5313\quad 0.4687]\cdot\begin{bmatrix} 0.76 & 0.24 & 0 & 0 & 0 \\ 0.611 & 0.246 & 0.143 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$=[0.6902\quad 0.2428\quad 0.0670\quad 0\quad 0]$$

2)B2 的一级模糊评估集为：

$$\boldsymbol{B}_2=\boldsymbol{W}_2\cdot\boldsymbol{R}_2=[w_{21}\quad w_{22}\quad w_{23}\quad w_{24}]\cdot\begin{bmatrix} r_{211} & r_{212} & r_{213} & r_{214} & r_{215} \\ r_{221} & r_{222} & r_{223} & r_{224} & r_{225} \\ r_{231} & r_{232} & r_{233} & r_{234} & r_{235} \\ r_{241} & r_{242} & r_{243} & r_{244} & r_{245} \end{bmatrix}$$
$$=[0.2459\quad 0.0948\quad 0.3334\quad 0.3259]\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.55 & 0.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0.633 & 0.287 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0.55 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$=[0.6557\quad 0.3176\quad 0.0267\quad 0\quad 0]$$

3)B3 的一级模糊评估集为

$$\boldsymbol{B}_3=\boldsymbol{W}_3\cdot\boldsymbol{R}_3=[w_{31}\quad w_{32}\quad w_{33}]\cdot\begin{bmatrix}r_{311} & r_{312} & r_{313} & r_{314} & r_{315}\\ r_{321} & r_{322} & r_{323} & r_{324} & r_{325}\\ r_{331} & r_{332} & r_{333} & r_{334} & r_{335}\end{bmatrix}$$
$$=[0.3086\quad 0.2252\quad 0.4662]\cdot\begin{bmatrix}0.55 & 0.13 & 0.22 & 0 & 0\\ 0.92 & 0.08 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=[0.3769\quad 0.5243\quad 0.0679\quad 0\quad 0]$$

将一级模糊评价结果构成二级单因素评判矩阵，得到综合评价向量为

$$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{W}_1\quad \boldsymbol{W}_2\quad \boldsymbol{W}_3]\cdot[\boldsymbol{R}_1\quad \boldsymbol{R}_2\quad \boldsymbol{R}_3]^{\mathrm{T}}$$
$$=[0.2221\quad 0.4672\quad 0.3107]\cdot\begin{bmatrix}0.6902 & 0.2428 & 0.0670 & 0 & 0\\ 0.6557 & 0.3176 & 0.0267 & 0 & 0\\ 0.3769 & 0.5243 & 0.0679 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=[0.5767\quad 0.3652\quad 0.0484\quad 0\quad 0]$$

从综合评价向量可以看出，定位解算算法性能属于评价集的隶属度为 0.5767，0.3652，0.0484，0，0，根据最大隶属度原则，定位解算算法性能隶属于很好。

同样，根据各子集的隶属度和相应权重向量，逐层向上加权，不难得到基于程度分析的 FAHP 方法和基于 ARM 的 FAHP 方法的综合评估结果，并将最终评价结果与提出的对数最小二乘 FAHP-FCE 方法的结果进行对比，如表 10 所示。

**表 10　三种评估方法结果对比**

**Tab. 10　The comprehensive evaluation results obtained by three methods**

| 评估方法 | EAM | ARM | FAHP-FCE |
|---|---|---|---|
| 评价集隶属度 $[b_1,b_2,\cdots,b_5]$ | [0.5911，0.4154，0.0375，0，0] | [0.5445，0.4050，0.057，0，0] | [0.5767，0.3652，0.0484，0，0] |
| 评价等级 | 很好 | 很好 | 很好 |

从表 10 可以看出，三种方法得到的隶属度差别不大，这是由于三种方法使用相同的指标隶属度集，使得权重系数对加权后的结果影响较小。实际上，基于程度分析的 FAHP 方法是比较 $\widetilde{S}_i$ 和 $\widetilde{S}_j$ 的重要性之差，而不是它们的重要性之比，由此计算出的权重并不能代表各因素之间的相对重要性，所以计算得到的权重向量并不是最优的。此外，在进行指标综合时，某些指标的影响被忽略，会造成一定的偏差，而基于 ARM 的 FAHP 方法会筛掉典型性的规则，也会引起偏差。因而，基于对数最小二乘的 FAHP 方法的权重计算结果优于其他两种方法，利用该方法得到的算法性能评估结果更合理可信。

## 4　结论

本文通过对基于对数最小二乘的 FAHP 方法和 FCE 方法的深入分析，结合基于卡尔曼滤波的定位解算算法性能评估的特点，提出了一种基于对数最小二乘的 FAHP-FCE 评估方法。以弹载卫星导航系统的定位解算算法性能评估为实例，并分别与具有代表性、前沿性的两类方法进行对比，得出以下结论：

1)基于对数最小二乘的 FAHP-FCE 方法有效利用了 FAHP 方法和 FCE 方法均善于处理模糊、不精确问题的优点，在定性分析与定量分析之间建立了联系。同时，模糊评估方法具有较强的综合评判能力，利用 FAHP 方法确定精确的指标权重，形成优势互补，使模糊评估更具科学性。

2)传统的对数最小二乘的 FAHP-FCE 方法应用于性能评估时存在权重不唯一性和模糊性问题。而基于对数最小二乘的 FAHP-FCE 方法，通过给出模糊判断矩阵的限制性条件，即满足至少有一位专家给出任意两指标之间的重要性评判，保证了归一化模糊权重向量的唯一性；此外，利用 CSCF 方法对模糊权重向量进行去模糊化处理，从而得到可供 FCE 方法直接综合运算的非模糊权重值。

3)尽管三种方法得到的评价隶属度差异较小，但由于基于程度分析法的 FAHP 方法计算得到的权重向量并不是最优的，且在进行程度比较时，出现了指标权重为 0 的情况，这导致了综合评判结果的偏差；而基于 ARM 的 FAHP 方法会筛掉典型性的规则，也会引入偏差。通过对比，基于对数最小二乘的 FAHP-FCE 方法求解的权重更符合客观实际。

因此，本文提出的基于对数最小二乘的 FAHP-FCE 方法得到的算法性能评估结果相对更准确、可靠。

## 参考文献

[1] Wu Q, Chen X, Ren H, et al. A hybrid evaluation model for flight performance based on bacterial foraging and Elman network[J]. Aerospace Science and Technology, 2016, 55: 392-399.

[2] Li Y, Zhao S, Wu J. A general evaluation criterion

for the coverage performance of LEO constellations [J]. Aerospace Science and Technology, 2016, 48: 94-101.

[3] Srinivas R, Nithyananadan L, Rao P V V S, et al. Real-time validation of Indian Remote Sensing Satellite data down link chain performance and evaluation of online data analysis with BER measurement [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 41: 116-121.

[4] Hu W, Liu G, Tu Y. Wastewater treatment evaluation for enterprises based on fuzzy-AHP comprehensive evaluation: a case study in industrial park in Taihu Basin, China[J]. SpringerPlus, 2016, 5(1): 1-15.

[5] Van Laarhoven P J M, Pedrycz W. A fuzzy extension of Saaty's priority theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1983, 11(1-3): 229-241.

[6] Younesi M, Roghanian E. A framework for sustainable product design: a hybrid fuzzy approach based on quality function deployment for environment [J]. Journal of Cleaner Production, 2015, 108: 385-394.

[7] Ahmed F, Kilic K. Comparison of fuzzy extent analysis technique and its extensions with original eigen vector approach[C]// Proceedings of 18th International Conference on Enterprise Information Systems (ICEIS 2016). Rome, Italy, 2016.

[8] Teng Y, Zhang L, Tian Y, et al. A novel FAHP based book recommendation method by fusing apriori rule mining[C]// Proceedings of 10th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering(ISKE). IEEE, 2015.

[9] Chang D Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 95(3): 649-655.

[10] Kwiesielewicz M. The logarithmic least squares and the generalized pseudoinverse in estimating ratios[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 93 (3): 611-619.

[11] Opricovic S, Tzeng G H. Defuzzification within a multicriteria decision model[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2003, 11(5): 635-652.

[12] 方世建，蔡茵炎．基于模糊综合评价模型的创业投融资体系研究——以安徽省创业孵化基地为例[J]. 北京航空航天大学学报(社会科学版)，2017，30(1)：88-94.

[13] Chang D Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 95(3): 649-655.

[14] Teng Y, Zhang L, Tian Y, et al. A novel FAHP based book recommendation method by fusing apriori rule mining[C]// Proceedings of 10th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering(ISKE). IEEE, 2015.