doi:10. 19306/j. cnki. 2095-8110. 2018. 06. 004

# 一种基于外推信息的惯导/陆基单站导航修正方案

王 勋1,左启耀1,陈 亮2,马 超1,任 鹏1

(1. 北京自动化控制设备研究所,北京 100074;2. 中国空间技术研究院,北京 100094)

摘 要:提出了一种基于外推信息的陆基单站测距信息惯导修正方案,该方案一方面利用陆基测 距系统融合捷联惯导系统(SINS)的导航信息进行惯导误差修正,充分发挥惯导系统和陆基导航系 统各自的优点,进行系统间的取长补短,有效地减小导航误差;另一方面将陆基/SINS修正结果送 入状态估计器求解法向速度,解算实时载体轨迹的待修正量,进而执行载体速度和方向修正,进一 步提高了导弹命中精度。

**关键词**:陆基单站;惯导系统;修正方案;状态估计 **中图分类号**:TP391 **文献标志码**:A

**文章编号:**2095-8110(2018)06-0025-11

# A SINS/Single Land-Based Station Navigation Correction Scheme Based on Extrapolation Information

WANG Xun<sup>1</sup>, ZUO Qi-yao<sup>1</sup>, CHEN Liang<sup>2</sup>, MA Chao<sup>1</sup>, REN Peng<sup>1</sup>

Beijing Institute of Automatic Control Equipment, Beijing 100074, China;
 China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: An inertial navigation correction scheme by using single land-based station distance measurement based upon the extrapolation information is proposed. On the one hand, the error correction of inertial navigation is carried out by using land-based distance measurement system and navigation information from SINS, giving full play to the advantages of the inertial navigation and the land-based distance measurement system. In this way, the system error can be reduced effectively and the precision of the system is improved. On the other hand, the corrected results from the SINS/land-based station navigation correction system are sent to the state estimator to solve the normal velocity and the amount of the real-time carrier trajectory to be corrected. And then the velocity and direction corrections of motion carrier can be performed to further improve the hitting accuracy.

Key words: Single land-based station; Inertial navigation system; Correction scheme; State estimation

0 引言

作为一种传统的导航方式,陆基导航早在20世

纪 50、60 年代已运用于军民用航空领域,如罗兰系统、塔康系统等,具有不受时间、天候限制,测量定位精度不随时间漂移,定位数据更新率高,接收设

**基金项目**:国家自然科学基金青年基金(41601483)

作者简介:王勋(1990-),男,硕士,主要从事导航定位方面的研究。E-mail: wangxun7990@126.com

收稿日期:2018-06-31;修订日期:2018-08-09

备简单、价格低廉,可靠性高等诸多优点<sup>[1]</sup>。而随 着全球定位系统(Global Positioning System,GPS) 技术的成功应用,陆基导航技术发展曾几乎停滞。

近年来,各国对 GPS 拒止环境下导航技术的需 求日益增加,陆基导航以其极高的可靠性、抗干扰性 能,而被一些国内外学者重启研究工作。Mauricio A 等[2]提出了基于陆基网络群的导航方法,该方法 定位精度高、连续性好,但算法复杂,对导航终端 硬件资源要求高,且至少需要4个陆基站同时运 行,成本较高。Li等<sup>[3]</sup>用数学布站的方法将陆基 导航测量值引入到弹道末段,但该方法仅在主动 段使用陆基导航信息,在自由段进行弹道递推,其 导航误差受制于弹道模型的准确性。Zhu 等<sup>[4]</sup>通 过观测不同时刻的陆基单站测量结果, 经数据平 滑等预处理后,求出惯导定位和测速的修正参数, 该方法仅利用一个陆基站,修护成本低,但陆基信 号覆盖区域有限,导弹飞出覆盖区域后,存在导航 误差低或陆基信号缺失的问题,且布站固定,战时 陆基站容易被摧毁。

为此,本文利用陆基单站测距信息修正惯导, 在载体发射前根据目标坐标等信息预先装订方案 轨迹信息,或者在发射后对载体进行实时外推,将 此外推轨迹与预先装订的方案轨迹进行比较,计算 出轨迹偏差,根据偏差控制弹上的修正机构进行距 离或方向修正。此外,某些载体(以弹道导弹为例) 的落点精度主要取决于主动段关机点的速度误 差<sup>[5]</sup>,载体纵向误差系数远大于横向误差系数,即 主动段关机后同样大小的速度误差引起的纵向误 差较横向误差大,且由于主动段过载主要在射面 内,导致关机时射面内的速度误差较大,所以载体 的纵向落点偏差一般大于横向偏差。这时可结合 陆基单站测距信息,进一步减小纵向落点偏差,提 高载体速度和方向修正精度。

# 1 陆基测距原理

陆基单站系统测距原理是根据电磁波恒速直 线传播的特点,采用询问-应答方式,通过测定电磁 波发射点到接收点的传播时间进行测距。在陆基 导航系统中,测距机安装在载体上,应答站设置在 地面固定位置。如图1所示,其测距工作原理为:载 体上的测距机发出成对的问询脉冲,应答站接收到 脉冲后,经过一个固定的时延 t。后,发出成对的应 答脉冲。应答信号测距机接收到后,将发出问询信 号和收到应答信号之间所经过的时间 *t*<sub>u</sub> 减去固定 时延 *t*<sub>s</sub>,便可算出载体和应答站的距离 *r*。



图 1 测距原理示意图



根据定位原理,距离计算公式如下:

$$r = \frac{1}{2} (t_{\rm u} - t_{\rm s})c \tag{1}$$

式中, *t*<sub>u</sub> 为载体上的测量设备测得的发射和接收信号之间的时间间隔; *t*<sub>s</sub> 为地面应答器的固定延时; *c* 为光速。

# 2 基于主动段样条滤波算法的轨迹信息获 取方法

主动段运动模型是确定载体(如弹道导弹)轨 迹外推参数的关键<sup>[6]</sup>。由于主动段受力情况十分复 杂,主动段的推力和控制力通常不能精确已知,变 质量过程也很难准确描述,导致载体的运动模型非 常复杂,难以建立精确的运动模型。

对载体主动段建模需考虑影响轨迹的主要因素:重力、推力、关机时间、质量变化率、攻角、气动 阻力、自旋以及地球自转偏向力等。这些因素均体 现在载体的运动方程中:

$$\sum F(t) = m(t)a(t) \tag{2}$$

式中,  $\sum F(t)$  为作用于载体的合力; m(t)、 a(t) 分别为载体的实时质量和加速度。

给定初始条件,结合已知载体的作用力,求解 方程式(2)能够得到载体在飞行过程中任意时刻的 位置、速度、加速度等信息。而实际上很难获得上 述几个参数的完全解,所以在实际建模中必须进行 一定的折衷,采用更加简单有效的方法。考虑到载 体轨迹在时序上是相关的,其轨道是满足一定光滑 特性的空间曲线,可表示为时间的函数 *f*(*t*)。此 外,参数化的目标是用一组形式简单且容易计算的

函数来高精度的逼近 f(t),将轨迹估计问题转化 为这些函数的参数估计问题,能够达到简化计算和 提高精度的目的。

载体主动段内轨迹可由3次样条函数表示[9], 为了避免状态耦合导致的滤波计算量大、估计精度 下降以及实时性差等问题,考虑利用解耦滤波器在 一定范围内进行状态解耦,并可以根据解耦模型进 行滤波估计。

# 3 单站测距信息修正惯导方法

修正方法仅利用一个地面站在不同时刻的测 量结果,经数据平滑等预处理后,求出惯导定位的 修正系数:建立精确的定位模型,解算出每段时间 间隔的惯导修正系数,对惯导进行修正<sup>[9]</sup>。该方案 实现简单,但需要连续观测,实时性较差。且对于 高动态载体,连续测量时间过短会增加观测量的相 关性,引起观测系数矩阵发生奇异,从而导致估计 错误或发散。而考虑到惯导随时间的漂移主要集 中在距离通道,所以从修正距离通道出发,利用地 面站跟踪测量的测距数据,精确求出惯导在任一时 刻  $t_i$  的 位 置  $(X_i, Y_i, Z_i)$  的 修 正 值  $(\delta X_i, \delta Y_i,$  $\delta Z_i$ ).

#### 3.1 建立测距误差方程

设地面站 P 的精确坐标为  $(X_P, Y_P, Z_P)$ , 惯 导在 $t_i$ 时刻的测定结果为 $(X_i, Y_i, Z_i)$ ; $t_i$ 时刻陆 基导航系统对载体的测距结果为R;。陆基导航设 备测量的地面站与目标之间的距离与实际距离的 误差 V,,可表示为:

$$V_{j} = \sqrt{(\hat{X}_{j} - X_{P})^{2} + (\hat{Y}_{j} - Y_{P})^{2} + (\hat{Z}_{j} - Z_{P})^{2} - R_{j}}$$
(3)

式中,  $(\hat{X}_i, \hat{Y}_i, \hat{Z}_i)$  为搭载  $M_i$  在 $t_i$  时刻的准 确坐标, R, 为观测距离经钟差、传播误差等修正后 的距离。

现设 $t_0$ 时刻,惯导测定的搭载 $M_0$ 坐标为( $X_0$ ,  $Y_0, Z_0$ ), 其修正值为 ( $\delta X_0, \delta Y_0, \delta Z_0$ ), 则  $t_0$  时刻的 真实坐标  $(\hat{X}_0, \hat{Y}_0, \hat{Z}_0)$  可表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{0} \\ \hat{Y}_{0} \\ \hat{Z}_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{0} + \delta X_{0} \\ Y_{0} + \delta Y_{0} \\ Z_{0} + \delta Z_{0} \end{bmatrix}$$
(4)

设 $t_i$ 时刻,惯导测定的搭载 $M_i$ 坐标为( $X_i$ ,  $Y_i, Z_i$ ),则 $(X_i, Y_i, Z_i)$ 可表示为

$$\begin{bmatrix} X_{j} \\ Y_{j} \\ Z_{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{0} + \Delta X_{j} \\ Y_{0} + \Delta Y_{j} \\ Z_{0} + \Delta Z_{j} \end{bmatrix}$$
(5)

式中,  $(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i)$ 为惯导自  $t_0$  时刻测定 的坐标增量,而由于惯导的瞬时测量精度高,故可 认为  $(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i)$  是准确的,因此可将  $(\hat{X}_i, \hat{X}_i)$  $\hat{Y}_i$ , $\hat{Z}_i$ ) 表达为:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{j} \\ \hat{Y}_{j} \\ \hat{Z}_{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{0} + \Delta X_{j} + \delta X_{0} \\ Y_{0} + \Delta Y_{j} + \delta Y_{0} \\ Z_{0} + \Delta Z_{j} + \delta Z_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{j} + \delta X_{0} \\ Y_{j} + \delta Y_{0} \\ Z_{j} + \delta Z_{0} \end{bmatrix}$$
(6)

由此可知,观测方程的所有修正参数均为  $(\delta X_0, \delta Y_0, \delta Z_0)$ ,所以式(3)写为  $V_i =$ 

$$\sqrt{[(X_{j}+\delta X_{0})-X_{P}]^{2}+[(Y_{j}+\delta Y_{0})-Y_{P}]^{2}+[(Z_{j}+\delta Z_{0})-Z_{P}]^{2}}-R$$
(7)
将式(7)进行泰勒级数展开,线性化后可得
$$V_{j} = l_{j}\delta X_{0} + m_{j}\delta Y_{0} + n_{j}\delta Z_{0} + R_{j}^{0} - R_{j}$$
(8)
式中:
$$R_{j}^{0} = \sqrt{(X_{j}-X_{P})^{2}+(Y_{j}-Y_{P})^{2}+(Z_{j}-Z_{P})^{2}},$$

$$j = 0, 1, 2, ..., n$$

将式(8)写成:  $V_i = l_i \, \delta X_0 + m_i \, \delta Y_0 + n_i \, \delta Z_0 - L_i$ (9) 式中,  $L_i = R_i - R_i^\circ$ 。 式(9)即为测距观测的误差方程。

#### 3.2 误差修正参数解算

j

根据误差方程式(9),可采用最小二乘法解算 修正参数 ( $\delta X_0, \delta Y_0, \delta Z_0$ )。 设观测时刻为  $t_0, t_1$ ,  $\dots, t_n, \pm n+1$ 个采样时刻,可组成n+1个观测误 差方程,表示为矩阵形式为:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\,\delta\mathbf{X} - \mathbf{L} \tag{10}$$

$$oldsymbol{V} = egin{bmatrix} V = egin{bmatrix} V_0 \,, V_1 \,, \cdots \,, V_n \, egin{array}{c} ^{\mathrm{T}} \,, \delta oldsymbol{X} = egin{bmatrix} \delta X_0 \,, \delta Y_0 \,, \delta Z_0 \, egin{array}{c} ^{\mathrm{T}} \,, \ \end{array} \ egin{bmatrix} L = egin{bmatrix} L_0 \,, L_1 \,, \cdots \,, L_n \, egin{array}{c} ^{\mathrm{T}} \,, oldsymbol{A} = egin{bmatrix} l_0 \,& m_0 \,& n_0 \ l_1 \,& m_1 \,& n_1 \ dots & dots & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_1 \,& m_1 \,& n_1 \ dots & dots & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \,& dots \ \end{array} \ egin{array}{c} l_n \,& m_n \,& n_n \ dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ & dots \ & dots \ \end{array} \ egin{bmatrix} l_n \,& dots \ & dots \ &$$

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{X}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}=0 \tag{11}$$

求解法方程式(11),可得  
$$\delta \mathbf{X} = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{L}$$
 (12)

式中,  $l_i = (X_i - X_P)/R_i^0$ ,  $m_i = (Y_i - Y_P)/R_i^0$ ,  $n_i = (Z_i - Z_P)/R_i^0$ 

式(12)的计算结果即为惯导修正参数的结果。

### 3.3 实时偏差求解与补偿

载体在主动段关机后转入自由飞行段,自由飞 行段所处空间的大气非常稀薄,载体所受的空气动 力近似为零,此时载体自由飞行段轨迹可看作椭圆 轨道<sup>[8]</sup>。设载体所处的位置 M 与目标 T 的地心矢 径分别为 $\mathbf{r}_{M}$ 、 $\mathbf{r}_{T}$ , 矢径间地心角为  $\beta$ ,则经过载体 位置 M 与目标 T 的椭圆轨道簇如图 2 所示。根据 等射程线原理,若位置 M 点的速度矢量的端点在双 曲线 AB 上,载体即可命中目标 T,椭圆轨迹方程 可描述为:





$$\boldsymbol{r}_{M} = \frac{P}{1 - e\cos\xi_{M}}, \boldsymbol{r}_{T} = \frac{P}{1 - e\cos(\xi_{M} + \beta)} \quad (13)$$

式中, P 为椭圆的半通径, e 为椭圆的偏心率,  $\xi_M$  为轨迹上某点的远地点角,  $P \downarrow e \downarrow \xi_M$  均为待定参数;  $\beta$  为矢径 $r_M \downarrow r_T$  之间的地心角。

利用等射程线的特性,沿着等射程线的方向改 变速度不会引起载体射程的改变,但等射程线法线 方向速度的变化将会改变载体射程。结合单站测 距系统、惯导信息及方案轨迹信息,可考虑采用距 离测量信息精确估计载体等射程线法线方向的速 度,以达到减小载体纵向射程的目的。

### 4 基于外推信息的惯导/单站测距修正方案

#### 4.1 修正方案原理及实现步骤

4.1.1 方案原理

为了准确地估算飞行轨迹,以便依据轨迹偏差 量对其实施轨迹修正,结合轨迹运动模型,应用主 动段样条滤波算法,对地面测控站测量得到的一段 飞行轨迹参数进行滤波,进而外推轨迹实时参数。 陆基测距系统融合 SINS 导航信息进行误差修正, 修正结果送入状态估计器求解法向速度,进而得到 实时轨迹的待修正量,从而执行载体速度和方向修 正。图 3 所示为所提出的基于外推信息的惯导/单 站测距修正方案框图。





Fig. 3 The diagram of land-based/SINS correction scheme based on extrapolation information

图 3 中,方案由轨迹探测解算模块、陆基单站测 距系统和补偿模块3个部分构成。轨迹探测解算模 块载入目标坐标信息,构建主动段运动样条模型, 采用解耦滤波器在一定的精度范围内进行状态解 耦,利用地面测控信息,并通过递推滤波解算轨迹 参数;陆基单站测距系统在工作区域内,一方面结 合修正 SINS 模块提供的位置精度阈值选择切换可 用陆基站,另一方面为 SINS 修正模块提供站点位 置信息和一维测距数据,同时,SINS 输出姿态信息 进一步反馈修正陆基窄波束天线指向,以提高陆基 信号收发信干比。补偿模块利用陆基单站测量地 面站至载体的距离 $\rho$ ,并融合修正后的惯导信息  $\omega_{e,v}$ ,  $v_{e,v}$ , 进行多观测器的状态估计, 得到相对精 确的径向速度 $V_1$ ,进而得出等射程线法向速度 $V_4$ , 并结合探测解算递推的轨迹偏差完成纵向速度误 差和方向的修正。

4.1.2 实现步骤

根据上述分析,基于外推信息的陆基单站/惯导测距修正方案的执行步骤可归结如下:

Step1:轨迹信息递推解算

利用主动段样条滤波算法模型,在某一确定的 时间间隔内,载体主动段加速度的变化率为常数的 假定,采用分段多项式表示载体主动段运动。设定 状态变量为位置、速度和加速度,使用解耦模型解 耦后,对其进行单通道独立滤波,并且在状态向量 中引入调节项,以保证其具有优越的机动跟踪性 能。以*x*方向为例,样条滤波的状态方程为:

$$\boldsymbol{X}_{k+1}^{x} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{X}_{k}^{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{S}_{k}^{x} + \boldsymbol{V}_{k}^{x}$$
(14)

式中,状态向量  $X_{k}^{x} = \begin{bmatrix} x_{k} & x_{k} \end{bmatrix}^{T}$ , F 为状态转移矩阵,  $S_{k}^{x}$  为三阶磨光函数矩阵, B 为时间序列构成的系数矩阵,  $V_{k}^{x}$  为 x 方向状态噪声,其方差记为  $Q_{k}^{x}$ 。

同样,样条滤波需要的地面测控站测量得到的 观测方程为:

$$\mathbf{Z}_{k}^{x} = \mathbf{H}\mathbf{X}_{k}^{x} + \mathbf{W}_{k}^{x} \tag{15}$$

式中, $Z_k^*$ 为位置观测值,H为量测矩阵, $W_k^*$ 为 量测噪声。

Step2:陆基单站测距信息惯导修正

利用无线电精确单站测距信息,对一定区域内的载体进行惯导误差修正,推导出单站测距误差方程,并用最小二乘法解算出惯导修正数据。现设一段时间内的相对距离误差观测值为向量  $V = [V_0, V_1, \dots, V_n]^T$ ,其中, $V_j, j = 0, 1, \dots, n$ 为测量的地

面站与目标之间的距离与实际距离的误差序列,则 n+1个观测误差方程构成如下向量形式:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \,\delta \mathbf{X} - \mathbf{L}$$
(16)  

$$\vec{\mathbf{x}} \, \mathbf{\dot{\mathbf{+}}} :$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_0 \,, V_1 \,, \cdots \,, V_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\delta \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \delta X_0 \,, \delta Y_0 \,, \delta Z_0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_0 \,, L_1 \,, \cdots \,, L_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l_0 \, m_0 \, n_0 \\ l_1 \, m_1 \, n_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{n+1} \, m_{n+1} \, n_{n+1} \end{bmatrix}$$

令三维矩阵  $B = A^{T}A$ ,根据最小二乘理论可 知, $B^{-1}$ 矩阵非奇异是保证数据有效收敛的必要条 件<sup>[10]</sup>。此外,工程中的测距误差、修正时间间隔及 载体与地面站的相对方位均会影响算法求解的收 敛性。由此,采用合理的修正时间间隔、合理的布 局方案及高精度的测距设备是算法收敛的前提,利 用陆基单站测距信息辅助修正惯导,以达到补偿惯 导误差的目的。

Step3:惯导修正参数辅助径向速度求解

利用陆基单站测距系统测量得到的地面站至载体的距离信息,融合搭载惯导系统输出的导航 信息得到的径向速度。而为了计算方便,将测距 信息与导航解算转至同一发射系下,发射系下惯 导修正后输出位置 **P**<sub>s</sub> 和速度 **V**<sub>s</sub>,而加速度转换为:

$$\boldsymbol{r}_{I} = \boldsymbol{C}_{g}^{I} \boldsymbol{r}_{g} \tag{17}$$

式中,**r**<sub>1</sub>为发射惯性系下地心至载体的位置矢径,**r**<sub>s</sub>为发射坐标系下地心至载体的位置矢径,**C**<sup>1</sup><sub>s</sub>为发射坐标系到发射惯性系的方向余弦矩阵。对式(17)两边求导数为:

$$\dot{\boldsymbol{r}}_{I} = \dot{\boldsymbol{C}}_{g}^{I} \boldsymbol{r}_{g} + \boldsymbol{C}_{g}^{I} \dot{\boldsymbol{r}}_{g}$$

$$\vec{\boldsymbol{\chi}} \oplus :$$

$$\dot{\boldsymbol{C}}_{g}^{I} = \boldsymbol{C}_{g}^{I} [\boldsymbol{\omega}_{e} \times]$$

$$[\boldsymbol{\omega}_{e} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\omega}_{ex} & \boldsymbol{\omega}_{ey} \\ \boldsymbol{\omega}_{ex} & 0 & -\boldsymbol{\omega}_{ex} \\ -\boldsymbol{\omega}_{ey} & \boldsymbol{\omega}_{ex} & 0 \end{bmatrix}$$

$$(18)$$

将式(18)两边求一阶导数,并转至发射坐标系 下可得加速度为

 $\ddot{\boldsymbol{r}}_{g} = \boldsymbol{C}_{I}^{g} \ddot{\boldsymbol{r}}_{I} - 2[\boldsymbol{\omega}_{e} \times] \boldsymbol{v}_{g} - [\boldsymbol{\omega}_{e} \times]^{2} \boldsymbol{r}_{g} \qquad (19)$ 

利用单站测距信息得到的地面站距载体的距离,融合惯导系统输出的导航信息进行多观测器的状态估计,可以得到高精度的径向速度 V<sub>L</sub>。

Step4:等射程线法向速度估计

根据图 3 所示的椭圆轨迹簇,则轨迹方程可以 描述为<sup>[14-15]</sup>

$$e = \frac{1 - P/r_M}{\cos\xi_M} \tag{20}$$

将式(20)代入式(13)可得

$$r_{T} = \frac{P}{1 - (1 - P/r_{M})(\cos\beta - \sin\beta\tan\xi_{M})} \quad (21)$$

$$\mathbb{X} \ \xi_{M} = \arctan\left|\frac{PV_{M}\sin\theta_{M}}{(P/r_{M} - 1)K}\right| \ .$$

式中, K 为动量矩矢量的模, 且有  $K = r_M V_M \cdot \cos\theta_H$ 。

整理可得:

$$P = \frac{r_T (1 - \cos\beta)}{1 - \frac{r_T}{r_M} (\cos\beta - \sin\beta\tan\theta_H)}$$
(22)

又椭圆的半通径 P 为

$$P = K^2 / fM \tag{23}$$

式中, *f* 为万有引力常数, *M* 为地球质量。 由式(22)和式(23)不难得到等射程线方程为:

$$V_{M}r_{M}\cos\theta_{H} = \sqrt{\frac{r_{T}(1-\cos\beta)fM}{1-\frac{r_{T}}{r_{M}}(\cos\beta-\sin\beta\tan\theta_{H})}}$$
(24)

将式(24)极坐标转到轨道直角坐标系,令

$$\begin{cases} u = V_M \cos \theta_H \\ v = V_M \sin \theta_H \end{cases}$$
(25)

利用式(25)的转换关系可以得到当地坐标系 下等射程线方程为:

$$r_{M}u = \sqrt{\frac{r_{T}(1 - \cos\beta)fM}{1 - \frac{r_{T}}{r_{m}}(\cos\beta - \sin\beta)}}$$
(26)

整理可得:

$$r_M^2 u^2 \left(1 - \frac{r_T}{r_M} (\cos\beta - \sin\beta \frac{v}{u})\right) = r_T (1 - \cos\beta) \cdot fM$$
(27)

式(27)两边同时对 u 求导数,可得:

$$2r_M u - 2r_T u \cos\beta + r_T v \sin\beta + r_T u \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}u} \sin\beta = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}u} = 2\mathrm{cot}\beta - \mathrm{tan}\theta_H \frac{r_M}{r_T}\mathrm{csc}\beta \tag{29}$$

$$\eta = -1/\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}u}\right) \tag{30}$$

则等射程线法线方向单位矢量转到发射坐标 系中可表示为:

$$\boldsymbol{I}_{dg}^{0} = \boldsymbol{C}_{d}^{g} \cdot \begin{vmatrix} \cos(\arctan(\eta)) \\ \sin(\arctan(\eta)) \\ 0 \end{vmatrix}$$
(31)

Step5:实时修正量求解与偏差补偿

设等射程线法向速度为径向速度  $V_L$  与其正交 速度  $V_L^{\perp}$  在等射程线法线方向的投影之和,则速度  $V_L^{\perp}$  方向的单位矢量为:

$$\mathbf{V}_{L}^{\perp} = \frac{\mathbf{I}_{dg}^{0} - (\mathbf{I}_{dg}^{0} \cdot \mathbf{V}_{L}^{0}) \cdot \mathbf{V}_{L}^{0}}{\mathbf{I}_{dg}^{0} - (\mathbf{I}_{dg}^{0} \cdot \mathbf{V}_{L}^{0}) \cdot \mathbf{V}_{L}^{0}}$$
(32)

根据惯导修正后输出的速度V计算 $V_L^{\perp_0}$ 方向需要补偿的速度分量 $V_L^{\perp}$ 为:

$$\boldsymbol{V}_{L}^{\perp} = (\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}_{L}^{\perp 0}) \cdot \boldsymbol{V}_{L}^{\perp 0}$$
(33)

等射程线法线方法的速度 V<sub>d</sub> 为:

$$\boldsymbol{V}_{d} = ((\boldsymbol{V}_{L} + \boldsymbol{V}_{L}^{\perp}) \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{I}_{d}^{0}) \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{I}_{d}^{0}$$
(34)

利用速度增量的计算公式计算发射惯性系下的速度增量 V,,将此增量转换到发射坐标系为

$$\boldsymbol{V}_{rg} = \boldsymbol{C}_{1}^{g} \cdot (\boldsymbol{V}_{r} - \boldsymbol{V}_{e}) \tag{35}$$

式中, *V*。为牵连速度, *C*,为发射惯性系到发射 坐标系的方向余弦矩阵。

将速度增量投影至等射程线法线方向为

$$\boldsymbol{V}_{rgd} = (\boldsymbol{V}_{rg} \cdot \boldsymbol{I}_{dg}^{0}) \cdot \boldsymbol{I}_{dg}^{0}$$
(36)

利用单站测距信息融合惯导修正信息,估计等 射程线法线方向的速度和该方向的速度增量,便可 利用此增量进行一步修正,以修正纵向落点偏差, 达到提高命中精度的目的。

#### 5 仿真验证

为了验证基于外推信息的惯导/陆基单站测距 修正方案,设计了修正方案的仿真平台,并对其进 行仿真验证。利用该平台,通过与纯惯导系统进行 导航性能对比,首先在定位精度、快速性等方面对 修正方案的导航性能进行研究,依次从陆基/惯导 位置修正精度、速度偏差及速度修正精度等3个方 面进行分析与验证。

# 5.1 仿真条件设定

(1)惯性元件仿真参数

 初始对准误差:方位失准角误差为 10′(3σ), 水平调平误差为 2′(3σ);

• 陀螺仪:常值漂移误差为 0.03(°)/h(3σ),各
 个方向安装偏差均为 15"(3σ),驱动白噪声均方差为
 0.02(°)/h;

• 加速度计:零偏稳定性 5×10<sup>-5</sup>g(3σ),标度因 数稳定性: $5 \times 10^{-5}$ (3 $\sigma$ ),驱动白噪声均方差为  $10^{-5}g$ 。

 数据输出频率:惯性器件的数据输出频率 为 100Hz。

(2)陆基系统仿真参数

• 测距系统:测距接收机标准偏差为 20.0m (1σ),测距应答站标准差为 20.0m(1σ);总体均方 差为 28.3m(1o);

• 数据输出频率:陆基导航器件的数据更新率 为 15Hz:

(3)地面测控站仿真参数

地面测控站坐标为(117.5°E,39.3°N),雷达测 量距离标准差为 10.0m(1o),测量仰角和方位角噪 声标准差为 1.0°(1σ),采样时间为 1.0s, 雷达探测 时间段为载体发射后 2s~160s。

## 5.2 仿真验证平台设计

首先设计载体仿真轨迹,如图4和表1所示。 载体发射点坐标为(116.0°E,40.0°N),向正东发 射,发射仰角为 90°(垂直发射),射程为 2217.0km, 轨迹顶点高度为 371.4km,飞行时间为 501.0s。前 20s 为垂直上升段,60s 主动段转弯结束,160s 发动 机关机,501.0s 载体落地,落地坐标为(141.2°E, 40.0°N)。陆基单站测距系统工作段设定在载体上 升段,工作时间为发射后 62s~160s,即 SINS/陆基 组合修正工作段,一维测距关机点速度修正时刻为 关机点,即160s。SINS系统单独工作时的位置误 差如图5所示。

表1 模拟的轨迹参数 Tab. 1 The simulation parameters of first-

stage ballistic missile

参数类型	数值
比冲/(m/s)	250.949
燃料质量燃烧率(M/s)	0.0099707
发射仰角/(°)	90
发射方位角/(°)	0(正东为零)
地球半径/km	6378.245
关机点时间/s	160
重力加速度/(m/s <sup>2</sup> )	9.8066(WGS84)



C

-10

-20

-30 0 20 40 60 80

图 5 所示为组合导航工作时段单独 SINS 的位 置误差,在初始设定的加速度计、陀螺仪误差模型 和初始对准误差的条件下,由于惯性元件(加速度 计、陀螺仪)的误差以及惯导系统自身的误差发散 特性,SINS单独工作时,位置误差有随时间的增加 而逐渐积累的趋势。根据仿真数据,在上升段 x 方 向位置误差约为 28m, y 方向位置误差约为 55m, z 方向位置误差约为 30m。

t/s

图 5 单独 SINS 位置误差

Fig. 5 The position errors of SINS

100 120

140 160

图 6 和图 7 所示分别为轨迹、地面站相对布局 图和轨迹、地球相对位置关系图,载体发射点坐标 为(116.0°E, 40.0°N), 地面站坐标为(117.5°E, 39.3°N),载体真实轨迹、组合滤波生成轨迹和纯 SINS 解算轨迹基本重合,红色标记轨迹为 62s~ 150s 的组合导航轨迹。该投影图能够直观地反映 出组合导航前后轨迹对比效果和载体相对于地面 站A的实时相对位置。



图 6 轨迹和地面站相对布局图

Fig. 6 The relative layout of the missile trajectory and single land-based station



#### 5.3 仿真结果及分析

5.3.1 样条滤波轨迹信息结果与分析

在主动段,其3个坐标方向的运动轨迹是满足 一定光滑特性的空间曲线,3个方向的加加速度大 小变化很小,几乎是一个常数,x方向大小为  $-0.069(m/s^2)/s,y$ 方向大小为 $0.15(m/s^2)/s,z$ 方向大小为 $0.21(m/s^2)/s$ 。因而可以用样条函数 分别描述载体主动段在3个方向上的运动,相对能 比较真实地反映实际运动。图8~图10所示为基 于样条滤波算法的x,y,z这3个方向滤波位置误 差变化曲线图。

从图 8~图 10 可以看出,主动段样条滤波算法 精度较高,这是由于样条滤波算法是一种基于动态 多项式模型的算法,多项式随轨迹特性变化,且轨 迹平稳时服从严格的均加加速运动,模型的保持特 性提高了随机误差的抑制能力。此外,这种算法抛 弃了参数回归思想,通过递推滤波解算轨迹,极大 地降低了计算负担,消除了解算的滞后性,从而使 轨迹解算具有较高的实时、动态性能。



5.3.2 单站测距信息修正捷联惯导结果与分析

在陆基工作区域内,根据修正 SINS 模块提供的位置精度阈值选择切换可用陆基站,并利用其提供的站点位置信息和一维测距数据,分别得到单站测距信息修正捷联惯导的导航参数结果。图 11~ 图 13所示为修正方案 *x*、*y*、*z* 这 3 个方向的位置误 差结果,图 14~图 16 所示为修正方案位置误差与 纯捷联惯导系统输出位置误差的对比曲线。



图 11 修正方案 *x* 方向位置误差





图 12 修正方案 y 方向位置误差

Fig. 12 The position error of the correction scheme in y direction



scheme in *z* direction

从图 11~图 13 可以看出,修正方案计算的位置误差均在 14m 以内,而由于惯导系统自身的误差 发散特性,SINS 单独工作时位置误差有随时间逐 渐积累的趋势。其中 *x* 方向和 *y* 方向误差较大,*x*  方向误差发散至 500m,y 方向误差发散至 800m,z 方向误差发散至 300m。而图 11~图 13 中修正方 案输出的位置误差相对较小,x、y 方向误差最大值 分别为 6.0m、6.0m,z 方向的误差最大值为 13.0m, 且在修正后期由于惯导误差积累以及信息权值无法 准确预测,所以修正系统的误差仍存在较大波动,但 整体较纯惯导系统有了较大的提高。



Fig. 14 The contrast of position error in x direction



Fig. 15 The contrast of position error in y direction





惯导/单站测距修正系统要求陆基系统提供伪 距等直接量测数据以及由信号解码得到的地面站 点信息,涉及搭载接收机内部搜索回路的参数设置 和输出,技术实现比较复杂。由于陆基导航系统误 差源较多,而建模过程中难以对伪距误差实现精确 补偿。对于高动态载体,其加速度、姿态等参数在 短时间内变化剧烈,导航系统需要很高的数据更新 率,而由于搭载接收机数据输出速率的限制,使得 导航系统数据更新率尚难以满足实时性的要求。 因此,提高搭载接收机的更新速率,完善组合系统 对搜索回路的辅助是惯导/单站测距修正系统在工 程应用的关键。

5.3.3 实时偏差求解与补偿结果与分析

测距系统的测距误差取高斯正态分布模型,其 误差的方差为 2m(1 $\sigma$ ),用蒙特卡罗方法分别对修 正方案和纯惯导两种情况进行 50 次仿真,利用陆基 单站测量地面站至载体的距离 $\rho$ ,并融合惯导信息  $\boldsymbol{\omega}_{e}$ 、 $\boldsymbol{p}_{g}$ 、 $\boldsymbol{V}_{g}$ 进行多观测器的状态估计后,进而得到 径向速度估计误差如图 17 所示;进一步,结合相对 精确的径向速度  $\boldsymbol{V}_{L}$ ,从而得出等射程线法向速度  $\boldsymbol{V}_{d}$ ,并依据探测解算递推的轨迹偏差完成纵向速度 误差和方向的修正过程,得到如表 2 所示的修正方 案与纯惯导估计精度对比。



图 17 径向速度估计误差

Fig. 17 The estimation error of radial velocity

#### 表 2 修正方案与纯惯导精度对比

 Tab. 2
 The precision comparison between the correction scheme and the pure SINS

精度(3σ)	$\Delta L/m$	$\Delta V_{dx}/(\mathrm{m/s})$
修正方案系统	281.65	0.29
纯惯导系统	80.47	0.08

从图 17 可以看出,采用惯导信息和测距信息融合后,可以得到较高精度的径向速度估计,精度在±0.20m/s以内。而从表 2 可以看出,融合惯导信

息和测距信息后,等射程线法线方向的速度精度可 提高约 3.5 倍,则对应的落点纵向误差将减小至原 来的 2/7。由此可见,提出的基于陆基单站的测距 信息,通过测量发射点至载体的距离,并结合惯导 输出导航信息,可以有效提高径向速度估计精度, 从而减小纵向误差,提高载体的纵向精度。此外, 这种方法对地面站布局无特殊要求,甚至可以将单 个基站安装于载车上随车机动。

#### 6 结论

本文根据一段飞行轨迹测量数据,通过融合 单个陆基无线电测距信息和样条滤波轨迹外推预 测信息,对一定区域内的载体进行惯导误差修正, 并融合惯导修正后信息进行多状态观测估计,解 算出影响载体纵向误差的等射程线法向速度,再 度结合外推预测轨迹偏差完成纵向速度误差和方 向的修正过程,在实现惯导修正的同时,进一步提 高了载体的纵向精度。该修正方案的优点总结 如下:

1)通过融合样条滤波预测信息,减小了载体高 动态特性引起的短时方位系数矩阵奇异,提高了单 站测距信息修正惯导数据的实时性。

2)利用修正后的 SINS 导航信息参与状态估计 器求解法向速度,可以实时解算得到更为精确的轨 迹参数待修正量,通过执行载体速度和方向修正补 偿后,载体的纵向误差减小至纯惯导时的 2/7。

3)利用 SINS 修正后的姿态信息调整陆基窄波 束天线指向,保证了陆基单站的测距精度,陆基地 面站无需特殊布站,甚至可将基站安置于载车上, 随车机动,且不影响修正精度。

#### 参考文献

- [1] 马航帅,王丹,孙晓敏.区域导航陆基无线电导航系统自动选台和定位算法研究[J].航空电子技术,2015(1):29-34.
- [2] Falletti, Emanuela. Satellite and terrestrial radio positioning techniques[M]. Oxford: Elsevier LTD, 2011.
- [3] 李刚,晏文武,李航.基于自由段弹道的陆基导航数 学布站方法[J]. 雷达科学与技术,2016,14(3): 301-304.
- [4] 朱学勇,柴俊栓.利用陆基无线电测距信息修正惯导 技术研究[J].现代电子技术,2009,32(13):152-154.
- [5] Tian K, Zhang F. Multi-target tracking algorithm of boost-phase ballistic missile defense[J]. Journal of

Systems Engineering & Electronics, 2013, 24(1): 90-100.

- [6] Ahmeda W M. Robust hybrid control for ballistic missile longitudinal autopilot[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(6):777-778.
- [7] Ren Z, Gao C, Ding S. 3D profile filter algorithm based on parallel generalized B-spline approximating Gaussian[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014(1):1-7.
- [8] 杨志红,徐宝华,姚德清.基于高斯伪谱法的吸气式 高超声速飞行器爬升弹道优化研究[J].导航定位与 授时,2018,5(3):35-40.
- [9] 葛云鹏,杨军,袁博,等.基于层次评估理论的弹道 导弹末段突防制导律研究[J].导航定位与授时, 2016,3(4):42-46.
- [10] Lan Q, Li S, Yang J, et al. Finite-time control for soft landing on an asteroid based on homogeneous system technique [C]// 2013 32<sup>nd</sup> Chinese Control

Conference (CCC). IEEE, 2013:673-678.

- [11] Zheng X B, Dong J X, Meng L J, et al. A new method to estimate initial positioning error based on telemetry-tracking deviation data[C]// Proceedings of 2010 International Symposium on Inertial Technology and Navigation. 2010.
- [12] Liu G, Xu B, Jiao X, et al. Changing law of launching pitching angular velocity of rotating missile[J]. Chinese Journal of Aeronautics(English Edition), 2014, 27(5): 1171-1179.
- [13] rabhakar N, Kumar I D, Tata S K, et al. A simplified guidance for target missiles used in ballistic missile defence evaluation[J]. Journal of the Institution of Engineers, 2013, 94(1):31-36.
- [14] Wei S, Xiao L. Research on ballistic missile laser SIMU error propagation mechanism [J]. Journal of Systems Engineering & Electronics, 2008, 19(2): 356-362.