

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2019.03.011

# RSSI 测距在蓝牙室内定位抗差算法中的应用

王 乐, 刘万青, 黄观文, 张菊清

(长安大学地质工程与测绘学院, 西安 710000)

**摘 要:** 蓝牙信号强度在室内环境下易受人员扰动等环境因素影响, 从而影响定位精度。基于 RSSI 测距的蓝牙室内定位原理, 将人员等扰动视为异常误差, 采用胡贝尔、汉佩尔、IGG 和 LEGE 四种抗差算法, 比较分析了不同抗差算法的定位提升效果。试验结果表明, 不管有无人员扰动, 四种抗差算法均可改善定位精度, 其中 IGG 法定位精度最高, 约为 3m, 且有较好的稳定性。

**关键词:** 信号强度; 蓝牙; 室内定位; 人员扰动; 抗差算法

中图分类号: TP391

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号: 2095-8110(2019)03-0082-06



## Application of RSSI Ranging in Robust Algorithm for Indoor Positioning Using Bluetooth

WANG Le, LIU Wan-qing, HUANG Guan-wen, ZHANG Ju-qing

(College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710000, China)

**Abstract:** In indoor environment, Bluetooth signal strength is easily affected by environmental factors such as human disturbance, which affects the positioning accuracy. In this paper, Based on the Bluetooth indoor positioning principle of RSSI ranging, personnel and other disturbances are regarded as abnormal errors, and four kinds of robust algorithms including Huber, Hampel, IGG and LEGE are used to compare and analyze the positioning improvement effects of different algorithms. Regardless of disturbance, the experimental results show that different robust algorithms can effectively improve the positioning accuracy with or without human disturbance, and IGG has the highest positioning accuracy, about 3m, and better stability.

**Key words:** Signal strength; Bluetooth; Indoor positioning; Human disturbance; Robust algorithm

### 0 引言

随着时代进步, 用户对定位服务需求越来越高。目前, 全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)技术应用广泛, 可满足用户室外定位需求。但是, 在室内环境下, 受建筑物

遮挡, 卫星信号衰减极大, 无法进行室内定位<sup>[1]</sup>。而人们处于室内的时间超过 80%。因此, 研究室内定位技术具有较大意义。常用的室内定位技术主要包括超宽带(Ultra Wide Band, UWB)、超声波、射频频率识别(Radio Frequency Identification, RFID)、ZigBee、红外线、WiFi、蓝牙等<sup>[2]</sup>。其中, UWB 和超声

收稿日期: 2019-02-27; 修订日期: 2019-03-19

基金项目: 国家自然科学基金(41774025、41731066)

作者简介: 王乐(1986-), 男, 博士, 工程师, 研究方向为精密定位定轨。E-mail: rexlele@163.com

通信作者: 黄观文(1983-), 男, 博士, 教授, 研究方向为精密定位和钟差解算。E-mail: huang830928@163.com

波技术硬件成本高,RFID 和 ZigBee 技术需要额外设备辅助定位,红外线穿透力较差,WiFi 信号波动较大,蓝牙信号易受干扰<sup>[3]</sup>。由于蓝牙设备具有低功耗和低成本的特点,且部署方案简单,目前已被广泛应用于室内定位,且最新发布的蓝牙 5.1 增加侧向功能,可以为进一步提高定位精度提供更多的观测信息。

目前蓝牙定位技术主要基于接收信号强度指示(Received Signal Strength Indication,RSSI)。基于 RSSI 定位包括测距和非测距两种方法<sup>[4]</sup>。相对于非测距法,测距法算法简单、工作量小。测距法的实质是通过求得在当前环境下信号强度与距离的关系式,由信号强度求出观测距离,根据距离定位的方法求出待定点坐标。蓝牙信号传播过程中,人员扰动、房间障碍物等会对信号产生干扰。因此,部分学者对基于 RSSI 测距的室内定位方法进行了深入研究,提出了相关解决办法。杨文铂等通过构建自适应测距模型以削弱实际环境下由于不确定因素引起的测距误差<sup>[5]</sup>。石为人等建立了空间补偿模型,以削弱待定点与信号发射设备不在同一平面上所带来的测距误差<sup>[6]</sup>。吴君钦等采用高斯滤波的方式对 RSSI 数据进行处理以削弱环境因素引起的 RSSI 扰动影响<sup>[7]</sup>。罗宇锋等在定位方法方面,采用消除高度影响的加权质心定位算法来计算目标点位置<sup>[8]</sup>。

为提高基于 RSSI 测距的蓝牙室内定位的抗差性和可靠性<sup>[9]</sup>,本文基于抗差思想和三边定位原理,将人员扰动等引起的信号强度变化所带来的测距误差视为异常误差,提出了基于 RSSI 测距的蓝牙室内定位抗差算法,建立了相应的抗差模型,并采用了四种不同抗差算法进行定位计算,统计、比较和分析了其定位效果,为蓝牙室内定位抗干扰算法提供了理论和应用参考。

## 1 基于 RSSI 测距的蓝牙室内定位原理

本文采用的基于 RSSI 测距的蓝牙信号传播模型<sup>[10]</sup>可简写为

$$\text{RSSI} = A - 10n \cdot \lg(d) \quad (1)$$

式中,RSSI 表示接收信号强度;A 表示距离蓝牙信号 1m 处的信号强度;n 表示路径损耗因子,即特定环境下的衰减速率,它的大小与天气、湿度等环境有关,可通过经验值或根据实际环境测算以获取环境变量<sup>[11]</sup>;d 表示接收端与蓝牙信号之间的距

离。具体计算方法本文不再赘述。

边长计算公式可写为

$$(x_s - x_i)^2 + (y_s - y_i)^2 = d_i^2 \quad (2)$$

式中, $(x_s, y_s)$  表示待求点坐标; $(x_i, y_i)$  表示第  $i$  个蓝牙发射装置的位置坐标,其中  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $d_i$  表示第  $i$  个蓝牙发射装置与待测点的平面距离。

利用最小二乘原理可解得

$$\hat{\mathbf{Z}} = [\hat{x}_s, \hat{y}_s]^T = (\mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{h} \quad (3)$$

式中, $\hat{\mathbf{Z}}$  表示待求点的坐标估值; $\mathbf{P}$  表示单位矩阵。

其中

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} (x_2 - x_1) & (y_2 - y_1) \\ (x_3 - x_1) & (y_3 - y_1) \\ \vdots & \vdots \\ (x_m - x_1) & (y_m - y_1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{h} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_1^2 - d_2^2 - (x_1^2 + y_1^2) + (x_2^2 + y_2^2) \\ d_1^2 - d_3^2 - (x_1^2 + y_1^2) + (x_3^2 + y_3^2) \\ \vdots \\ d_1^2 - d_m^2 - (x_1^2 + y_1^2) + (x_m^2 + y_m^2) \end{bmatrix}$$

## 2 基于 RSSI 测距的蓝牙室内定位抗差算法

基于 RSSI 测距的蓝牙室内定位时,受人员扰动等影响,蓝牙信号会发生多次折射,造成测量误差。本文将信号强度变化引起的距离观测误差视为一种异常误差,采用常用的几种抗差估计算法,尽量减少粗差影响,得到最佳估值<sup>[12]</sup>。

选权迭代法是通过降低含异常观测值的权以抵制和削弱异常值对定位精度影响的方法,其计算模型如下。

首先,由式(3)得观测值改正数为

$$\mathbf{V} = \mathbf{G}\hat{\mathbf{Z}} - \mathbf{h} \quad (4)$$

然后,确定等价权阵  $\bar{\mathbf{P}}$ ,其常用权函数有胡贝尔法、汉佩尔法和 IGG 法等<sup>[13-17]</sup>。

最后,迭代  $k$  次求解未知参数  $\hat{\mathbf{Z}}^k = (\mathbf{G}^T \bar{\mathbf{P}}^k \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \bar{\mathbf{P}}^k \mathbf{h}$ ,直至  $|\hat{\mathbf{Z}}^k - \hat{\mathbf{Z}}^{k-1}| < \epsilon$ , $\epsilon$  为一个极小的值。

### 2.1 胡贝尔法

胡贝尔法权函数为

$$P = \begin{cases} 1 & |v| \leq c \\ \frac{c}{|v|} & |v| > c \end{cases} \quad (5)$$

$v$  表示标准化处理后的改正数, 有  $v = \frac{v}{\sigma \sqrt{Qv_i v_i}}$ ,  $\sigma = \text{med}|v|/0.6745$ 。式中,  $c = 2\sigma$ 。

由式(5)可以看出, 当改正数  $v$  的绝对值小于等于  $c$  时, 即为经典的最小二乘估计; 当改正数  $v$  的绝对值大于  $c$  时, 即进行降权处理, 改正数越大权重越小。

## 2.2 汉佩尔法

汉佩尔法权函数采用四段式

$$P = \begin{cases} 1 & |v| \leq a \\ \frac{a}{|v|} & a < |v| \leq b \\ \frac{a(c - |v|)}{(c - b)|v|} & b < |v| \leq c \\ 0 & |v| > c \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $a = 1.7\sigma$ ,  $b = 3.4\sigma$ ,  $c = 8.5\sigma$ 。

## 2.3 IGG 法

IGG 法是由中国科学院测量与地球物理研究所周文江教授最初提出的<sup>[12]</sup>, 其权函数公式如下

$$P = \begin{cases} 1 & |v| < 1.5\sigma \\ \frac{1}{|v| + C} & 1.5\sigma \leq |v| < 2.5\sigma \\ 0 & |v| \geq 2.5\sigma \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $C$  表示相对  $|v|$  的一个很小的量。

## 2.4 多维粗差同时定位定值法 (LEGE 法)

除上述抗差算法外, 还可以采用多维粗差同时定位定值法以提高定位精度。

根据最小二乘平差可知<sup>[18]</sup>

$$\begin{matrix} \mathbf{R} & \mathbf{A} & = & \mathbf{V} \\ \text{(m-1, n-1)} & \text{(m-1, 1)} & & \text{(m-1, 1)} \end{matrix} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{R} = \mathbf{G}(\mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P}$ , 表示平差因子;  $\mathbf{A}$  表示真误差,  $\mathbf{V}$  表示改正数向量。

假设  $\mathbf{A}$  中存在  $g$  个粗差, 设  $\mathbf{A}_1$  为粗差值, 则有

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_2 \\ \text{(m-1, g)} & \text{(m-1, n-1-g)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \text{(g, 1)} & \text{(m-1-g, 1)} \end{bmatrix}^T$$

式(8)可写为

$$\mathbf{R}_1 \mathbf{A}_1 + \mathbf{R}_2 \mathbf{A}_2 = \mathbf{V} \quad (9)$$

通常  $\mathbf{R}_1 \mathbf{A}_1$  对改正数  $\mathbf{V}$  的影响远远大于  $\mathbf{R}_2 \mathbf{A}_2$ , 因此有

$$\mathbf{R}_1 \mathbf{A}_1 \approx \mathbf{V} \quad (10)$$

进而可得

$$\mathbf{A}_1 = (\mathbf{R}_1^T \mathbf{R}_1)^{-1} \mathbf{R}_1^T \mathbf{V} \quad (11)$$

利用该值对观测值进行修正后, 再采用最小二

乘法求解最优待估参数。

然而在实际解算过程中, 粗差位置和个数均未知, 因此需要通过逐阶搜索的方法, 从 1 阶开始逐阶搜索至  $r-1$  阶。在逐阶搜索过程中, 若探测到疑似粗差, 则停止搜索。判断的标准为

$$\rho = \frac{\hat{\sigma}_0^{k-1}}{\hat{\sigma}_0^k} > 3 \quad (12)$$

若式(12)成立, 则停止搜索, 可判定存有  $k$  个异常信号, 否则继续搜索。

式中,  $\hat{\sigma}_0^k$  表示对  $k$  个粗差修正后利用最小二乘计算的单位权中误差。

## 3 实验设计与结果分析

为对上述算法进行验证分析, 本文设计了基于 RSSI 测距的蓝牙室内定位抗差试验。选取的试验地点为某大厦走廊内, 设备布设如图 1 所示, 在走廊里安置 10 个蓝牙, 编号分别为 1~10,  $S_1$ 、 $S_2$  和  $S_3$  为待估点, 各点分别采集蓝牙信号 60 次。

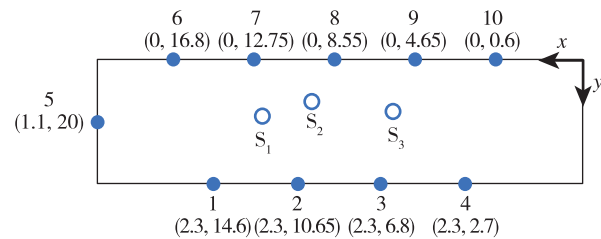


图 1 场景布设情况

Fig. 1 Layout of the scene

本文设计了两种试验方案如下。

方案 1: 无人人员扰动情况下进行数据采集。

方案 2: 试验人员在场所随机走动情况下进行数据采集。

首先, 在设备布设的走廊里每隔 1m 进行蓝牙数据采集, 计算出参数  $A$  和  $n$ 。

然后, 分别采用最小二乘法、胡贝尔法、汉佩尔法、IGG 法和 LEGE 法五种方法对方案 1 和方案 2 的待定点坐标进行计算。

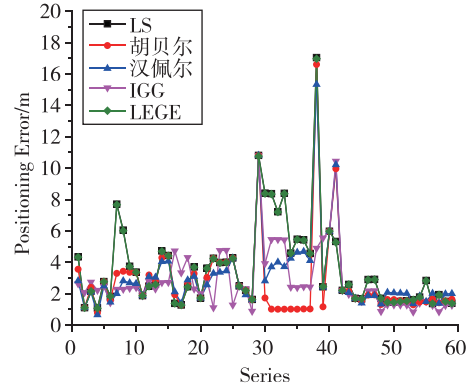
最后, 获得不同方案和方法的定位误差, 并统计平均值、定位中误差和定位误差中误差等。其中平均值为  $\Delta \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{60} \Delta d_i$ , 定位中误差为  $\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{60} \Delta d_i^2}$ ,

定位误差中误差为  $\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{60} (\Delta d_i - \Delta \bar{d})^2}$ 。

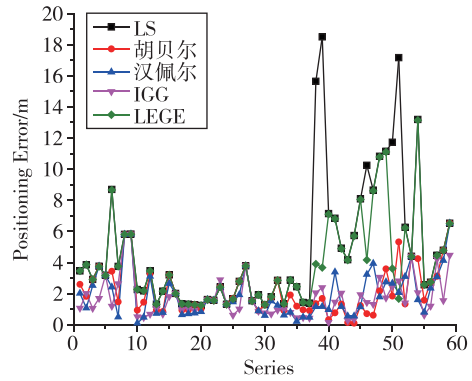
具体统计结果如表 1、图 2 和图 3 所示。

表 1 不同方案和方法定位误差统计  
Tab. 1 Statistics of the positioning errors of different schemes and methods

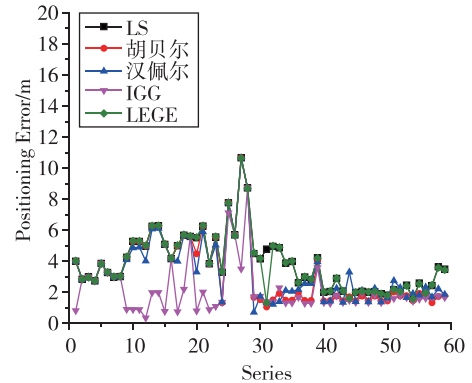
方案	待定点	算法	最大值	最小值	平均值	定位中误差	定位误差中误差
方案 1	S <sub>1</sub>	LS	17	1.1	3.7	4.6	2.8
		胡贝尔	16.6	0.8	2.8	3.8	2.6
		汉佩尔	15.3	0.7	3.1	3.9	2.4
		IGG	10.8	0.8	2.8	3.5	2
		LEGE	17	1.1	3.6	4.6	2.8
	S <sub>2</sub>	LS	18.5	1.2	4.8	6.3	4.2
		胡贝尔	6.5	0.1	2.2	2.6	1.5
		汉佩尔	6.5	0.1	2	2.4	1.5
		IGG	5.8	0.2	1.7	2.1	1.3
		LEGE	13.1	1.2	3.8	4.7	2.7
	S <sub>3</sub>	LS	10.7	1.6	3.9	4.3	1.8
		胡贝尔	10.7	1.1	3.2	3.9	2.1
		汉佩尔	10.7	0.7	3.3	3.8	2
		IGG	8.7	0.4	2.1	2.6	1.5
		LEGE	10.7	1.3	3.9	4.3	1.9
待定点均值	LS	15.4	1.3	4.1	5.1	2.9	
	胡贝尔	11.3	0.6	2.7	3.4	2.1	
	汉佩尔	10.8	0.5	2.8	3.4	2.0	
	IGG	8.5	0.4	2.2	2.7	1.6	
	LEGE	13.6	1.2	3.8	4.5	2.5	
方案 2	S <sub>1</sub>	LS	11.9	1.4	4.6	5	2.1
		胡贝尔	11.9	1.5	4.5	5	2.2
		汉佩尔	10.7	1.3	4.4	4.8	2.1
		IGG	7.1	0.2	2.7	3	1.4
		LEGE	11.8	1.4	4.6	5	2.1
	S <sub>2</sub>	LS	14.3	0.1	6.4	7.6	4.1
		胡贝尔	10.2	0.2	2.1	3	2.2
		汉佩尔	9.2	0.4	3.5	4.2	2.3
		IGG	7.2	0.2	2.8	3.4	2
		LEGE	10.3	0.1	4.5	5.1	2.6
	S <sub>3</sub>	LS	16.5	3.3	9.6	10.2	3.7
		胡贝尔	11.2	2.3	4	4.5	2.1
		汉佩尔	11.1	2	4.5	4.8	1.8
		IGG	6.8	0.9	2.5	2.7	1
		LEGE	13.9	3.3	7	7.5	2.6
待定点均值	LS	14.2	1.6	6.8	7.6	3.3	
	胡贝尔	11.1	1.3	3.5	4.2	2.1	
	汉佩尔	10.3	1.2	4.1	4.6	2.0	
	IGG	7.0	0.4	2.6	3.0	1.5	
	LEGE	12.0	1.6	5.3	5.9	2.4	



(a) S<sub>1</sub> 点的结果



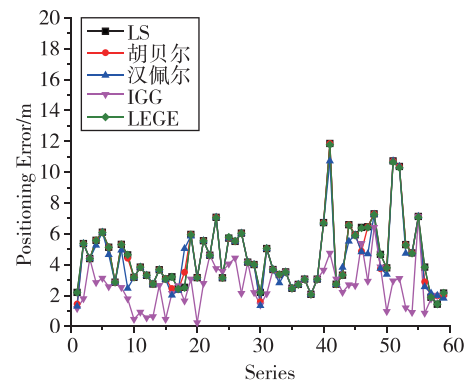
(b) S<sub>2</sub> 点的结果



(c) S<sub>3</sub> 点的结果

图 2 方案 1 定位误差统计

Fig. 2 Statistics of positioning error of Scheme 1



(a) S<sub>1</sub> 点的结果

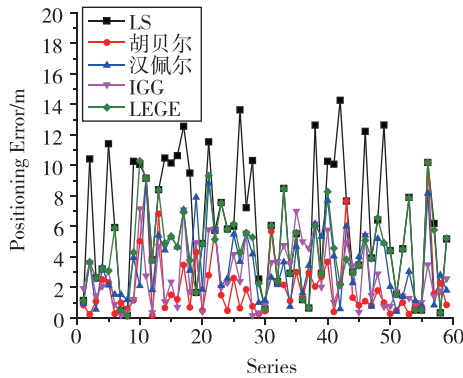
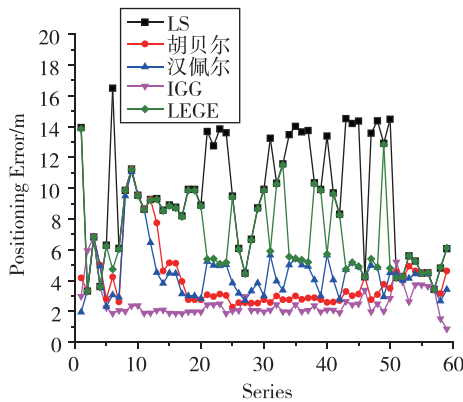
(b)  $S_2$  点的结果(c)  $S_3$  点的结果

图3 方案2定位误差统计

Fig. 3 Statistics of positioning error of Scheme 2

通过表1、图2和图3可知:

1)利用最小二乘方法进行定位,不管有无人员扰动,定位精度均较差。原因为蓝牙信号易受环境干扰,而最小二乘法无抗差性。

2)在无人员扰动情况下,相对于最小二乘法,胡贝尔法、汉佩尔法、IGG法和LEGE法精度分别提高34%、33%、46%和8%。在人员随机扰动情况下,相对于LS法,各抗差法精度分别提高48%、40%、61%和22%。分析原因为抗差算法不同程度地消除了部分异常信号。

3)对比本文采用的抗差方法精度,可知IGG法最优,其次为胡贝尔法,略优于汉佩尔法,LEGE法改善效果相对较差。在有人为干扰情况下,IGG法的平均定位精度约为3m,定位误差中误差优于1.5m。

4)IGG法的定位结果具有较好的稳定性,但是仍然存在部分跳变现象,这可能与蓝牙设备的不稳定性或算法有待进一步优化有一定关系。

## 4 结论

在实际室内环境中,蓝牙信号强度必然会受到人员扰动等影响,从而导致基于RSSI测距的蓝牙室内定位精度受到较大影响。本文采用了常用的胡贝尔法、汉佩尔法、IGG法和LEGE法,比较了四种不同抗差方法的定位效果。试验结果分析表明,抗差算法对蓝牙室内定位精度均有一定的改善效果,其中IGG法定位精度最高、稳定性最好。因此,利用抗差算法进行基于RSSI测距的蓝牙室内定位具有研究和实际应用意义。

## 参考文献

- [1] 裴凌, 刘东辉, 钱久超. 室内定位技术与应用综述[J]. 导航定位与授时, 2017, 4(3): 1-2.  
Pei Ling, Liu Donghui, Qian Jiuchao. A survey of indoor positioning technology and application[J]. Navigation Positioning and Timing, 2017, 4(3): 1-2 (in Chinese).
- [2] 孙瑜, 范平志. 射频识别技术及其在室内定位中的应用[J]. 计算机应用, 2005, 25(5): 1205-1208.  
Sun Yu, Fan Pingzhi. RFID technology and its application in indoor positioning[J]. Journal of Computer Applications, 2005, 25(5): 1205-1208 (in Chinese).
- [3] 臧国东. 基于WiFi的无线指纹定位技术研究与应用[D]. 南京: 南京邮电大学, 2018.  
Zang Guodong. Research and implementation of wireless fingerprint location technology based on WiFi [D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2018 (in Chinese).
- [4] Lessmann S, Baesens B, Mues C, et al. Benchmarking classification models for software defect prediction: A proposed framework and novel findings[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2008, 34(4): 485-496.
- [5] 杨文铂, 刑鹏康, 刘彦华. 一种基于自适应RSSI测距模型的无线传感器网络定位方法[J]. 传感技术学报, 2015, 28(1): 137-141.  
Yang Wenbo, Xing Pengkang, Liu Yanhua. A positioning method of WSN based on self-adapted rssi distance model[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2015, 28(1): 137-141 (in Chinese).
- [6] 石为人, 熊广志, 许磊. 一种用于室内人员定位的RSSI定位算法[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(17): 232-235.  
Shi Weiren, Xiong Guangzhi, Xu Lei. In-building RSSI-

- based user localization algorithm[J]. Computer Engineering and Application, 2010, 46(17): 232-235(in Chinese).
- [7] 吴君钦, 卢陶. 基于 RSSI 测距的无线传感器网络定位算法[J]. 微电子学与计算机, 2014, 31(5): 49-52, 57.  
Wu Junqin, Lu Tao. Localization algorithm for wireless sensor networks based on RSSI[J]. Microelectronics and Computers, 2014, 31(5): 49-52, 57(in Chinese).
- [8] 罗宇锋, 王鹏飞, 陈彦峰. 基于 RSSI 测距的 WiFi 室内定位算法研究[J]. 测控技术, 2017, 36(10): 28-32.  
Luo Yufeng, Wang Pengfei, Chen Yanfeng. Research on WiFi indoor location algorithm based on RSSI ranging[J]. Measurement and Control Technology, 2017, 36(10): 28-32(in Chinese).
- [9] 杨元喜. 自适应动态导航定位(第二版)[M]. 北京: 测绘出版社, 2017.  
Yang Yuanxi. Adaptive dynamic navigation and location (Second Edition) [M]. Beijing: Surveying and Mapping Publishing House, 2017(in Chinese).
- [10] Khoshgoftaar T M, Pandya A S, Lanning D L. Application of neural networks for predicting program faults[J]. Annals of Software Engineering, 1995, 1(1): 141-154.
- [11] 邹继龙. 基于 RSSI 的室内定位算法研究与实现[D]. 沈阳: 东北大学, 2014.  
Zou Jilong. Research and implementation of indoor location algorithm based on RSSI [D]. Shenyang: Northeastern University, 2014(in Chinese).
- [12] 周江文. 经典误差理论与抗差估计[J]. 测绘学报, 1989, 18(2): 115-119.  
Zhou Jiangwen. Classical error theory and robust estimation[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1989, 18(2): 115-119(in Chinese).
- [13] 周江文, 黄幼才, 杨元喜, 等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997.  
Zhou Jiangwen, Huang Youcai, Yang Yuanxi, et al. Robust least square method[M]. Wuhan: Huazhong University of Technology Press, 1997(in Chinese).
- [14] 杨元喜. 自适应抗差最小二乘估计[J]. 测绘学报, 1996, 25(3): 206-211.  
Yang Yuanxi. Adaptive robust least squares estimation [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1996, 25(3): 206-211(in Chinese).
- [15] 李浩军, 唐诗华, 黄杰. 抗差估计中几种选权迭代法常数选取的探讨[J]. 测绘科学, 2006, 31(6): 70-76.  
Li Haojun, Tang Shihua, Huang Jie. Discussion for the selection of constant in selecting weight iteration method in robust estimation[J]. Science of Surveying and Mapping, 2006, 31(6): 70-76(in Chinese).
- [16] 姚宜斌. 基于等价分析法的稳健估计权函数设计[J]. 测绘工程, 2001, 10(2): 29-31, 35.  
Yao Yibin. The design of weight function for robust estimation depending on equivalent analysis method [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2001, 10(2): 29-31, 35(in Chinese).
- [17] 杨元喜, 宋力杰, 徐天河. 大地测量相关观测抗差估计理论[J]. 测绘学报, 2002, 31(2): 95-99.  
Yang Yuanxi, Song Lijie, Xu Tianhe. Theory of robust estimation for geodetic observations [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2002, 31(2): 95-99(in Chinese).
- [18] 於宗涛, 李明峰. 多维粗差的同时定位与定值[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1996, 21(4): 323-329.  
Yu Zongchou, Li Mingfeng. Simultaneous location and determination of multidimensional gross errors [J]. Journal of Wuhan University of Surveying and Mapping Science and Technology, 1996, 21(4): 323-329(in Chinese).