

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2019.06.012

# 基于偏置比例导引的垂直攻击滑模制导律

穆忠伟, 吴 剑, 韩秀枫

(南昌航空大学信息工程学院, 南昌 330063)

**摘要:** 为了提高空地导弹毁伤效果, 需要对地面固定目标采用大角度乃至垂直打击方式。针对这一需求, 设计了一种基于偏置比例导引的垂直攻击滑模制导律。首先在传统的比例导引制导律的基础上增加了一个角度约束偏置项, 并结合滑模变结构理论使其滑模变结构化。然后运用自适应滑模趋近律, 并采用准滑动模态控制削弱了抖振的影响。仿真结果表明: 此制导律控制落角能力较强, 同时具有较高的命中精度。整个攻击过程中的弹目视线角速度变化较小, 最后以垂直落角攻击目标。

**关键词:** 垂直攻击; 偏置比例导引; 滑模变结构

中图分类号: V271.4

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



文章编号: 2095-8110(2019)06-0076-06

## A Variable Structure Guidance Law for Vertical Attack Based on Bias Proportional Navigation

MU Zhong-wei, WU Jian, HAN Xiu-feng

(College of Information Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

**Abstract:** In order to increase the damage effect of air-to-ground missile and attack against fixed targets by large angle or even vertical angle on the ground, a variable structure guidance law for vertical attack based on bias proportional navigation is proposed. First, an angular constraint bias term is added to the traditional proportional guidance law. Then, the bias term is structured by sliding mode where the sliding mode variable structure theory and quasi-sliding mode control are used to weaken the flutter phenomena effect. The simulation results show that the proposed guidance law has a strong ability to control the impact angle and a higher accuracy of hit. During the whole attack, the projective angular velocity changes slightly, and finally attacks the target with a vertical impact angle.

**Key words:** Vertical attack; Bias proportional navigation; Sliding mode variable structure

### 0 引言

导弹自第二次世界大战问世以来, 受到各国普遍重视, 得到很快发展。导弹的使用, 增大了战争的突然性和破坏性, 扩大了战争的规模和范围, 且

加快了战争进程, 从而改变了过去常规战争的时空观念, 给现代战争的战略战术带来巨大而深远的影响<sup>[1]</sup>。随着精确制导武器的不断改进, 除了命中精度这项基本要求外, 还需要在命中时刻具有垂直攻击角度, 以提高战斗部的毁伤效能。

收稿日期: 2018-11-21; 修订日期: 2018-12-12

基金项目: 航空科学基金项目(2016ZC56003)

作者简介: 穆忠伟(1990-), 男, 硕士研究生, 主要从事导航制导与控制方面的研究。E-mail: 1614372332@qq.com

自从 Kim 和 Grider 首次在机动弹头再入制导的研究中引入落角约束问题以来,一些学者根据不同的应用背景及不同的理论方法提出了多种具有终端角度约束的制导律,主要包括最优制导律、滑模变结构制导律、改进的比例制导律以及其他类型的制导律<sup>[2-4]</sup>,并取得了丰富的成果。文献[5]设计了带终端角度约束的变结构制导律,在目标不机动和随机机动的情况下都能满足攻击角度的要求,同时给出了制导律的收敛性证明;文献[6]介绍了一种新导引律的设计方法,改善了弹道特性和制导系统的鲁棒性,但仍无法提供对终端状态的保证;文献[7]针对导弹以一定角度攻击特定目标的问题,提出了基于多项式函数的落角约束制导律方法;文献[8]针对导弹要求限制末端攻击角度的作战要求,基于滑模变结构控制理论,面向机动目标,设计了一种满足脱靶量及攻击角度约束的制导律;文献[9]对弹目相对运动作线性近似后,基于二次型最优控制理论给出了俯冲击顶制导律,但其缺点是需要估计剩余时间,以及求解比较复杂的微分方程两边的边值问题;文献[10]针对远距离拦截高速、大机动目标的拦截弧度长的问题,在满足攻击角度的约束条件下,通过引入分段线性和指数两种形式的阻尼,使得导弹在拦截高速高加速目标时,对目标机动的敏感度随弹目距离变化,从而达到能量管理的目的;文献[11]针对临近空间高超声速巡航飞行器拦截所面临的制导策略,提出了采用高抛弹道拦截的设计方法。

本文针对空地导弹攻击地面固定目标的问题,在传统的比例导引律的基础上,增加了一个角度偏置项,并结合滑模变结构的控制理论,设计了一种新型垂直攻击目标的制导律。该制导律克服了终端角度无法约束的问题,并详细地对比了其与传统比例制导律在攻击地面目标时的不同,验证了本文中所设计制导律的优越性能。

## 1 弹目相对运动建模与分析

图1所示为二维平面内导弹攻击运动目标的几何关系图。图1中: $Oxy$ 为导弹运动纵向平面; $M$ 为导弹,在发射坐标系中的坐标为 $(x_m, y_m)$ ;  $V$ 为导弹速度,速度方向与水平面夹角 $\theta$ 即弹道倾角, $r$ 和 $\dot{r}$ 分别为弹目相对距离与相对速度,速度方向与弹目线夹角 $\eta$ ;  $T$ 为目标,在发射坐标系中的坐标为 $(x_t, y_t)$ ;  $a_n$ 为法向加速度,同时也是导引系统的控制输

入(导引指令),垂直于 $V$ ;  $q$ 为弹目视线角。假定导弹匀速运动,目标静止,导弹运动的加速度垂直于其速度方向,不改变速度大小,只改变速度方向<sup>[8-9]</sup>,  $t_0$ 为初始时刻,  $t_f$ 为终端时刻。

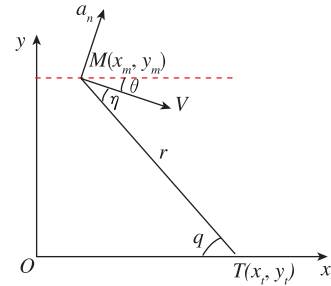


图1 导弹-目标相对运动关系

Fig. 1 Missile-target relativemotion relation

根据导弹与目标的相对关系得出了相对运动方程为

$$\begin{cases} \dot{r} = -V \cos \eta \\ r \dot{q} = -V \sin \eta \\ q = \theta + \eta \\ \dot{\theta} = \frac{a_n}{V} \\ q = \arctan \left[ \frac{y_t - y_m}{x_t - x_m} \right] \\ r^2 = \sqrt{(x_t - x_m)^2 + (y_t - y_m)^2} \end{cases} \quad (1)$$

## 2 导引律设计

### 2.1 导引律推导

由于末制导段多采用响应速度较快的过载驾驶员仪,常以法向加速度指令作为指令信号,因此假定导弹采用具有如下结构的偏置比例导引的制导律形式为

$$a_n = KV \dot{q} + u \quad (2)$$

式中,  $K \geq 2$ ,  $u$ 为偏置项。

对式(1)第二项求导可得

$$\dot{r} \dot{q} + r \ddot{q} = -V \cos(q - \theta) (\dot{q} - \dot{\theta}) \quad (3)$$

进而可得

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{r} \dot{q} + r \ddot{q}}{V \cos(q - \theta)} + \dot{q} \quad (4)$$

取  $u = \dot{\theta}$  为制导律式(2)的角度约束项,由式(4)可得

$$u = \frac{\dot{r} \dot{q} + r \ddot{q}}{V \cos(q - \theta)} + \dot{q} \quad (5)$$

## 2.2 自适应垂直攻击结构项的设计

在导引律的设计中,要保证视线角速度 $\dot{q}$ 趋于0,使最终能以固定的角度攻击目标。为了达到这个目的,结合滑模变结构理论,由于滑动模态可以按需要设计且与对象参数及扰动无关,一方面使变结构制导律对不确定因素的干扰具有较强的鲁棒性;另一方面将落点所需姿态纳入滑动模态即可推导出满足落角约束的变结构导引律。

要保证导弹最终以期望角度攻击目标,并以零化视线角速度完成攻击任务,令

$$x_1 = q(t) - q_f \quad (6)$$

$$x_2 = \dot{q}(t) \quad (7)$$

式(6)中, $q_f$ 为落点处的期望视线角度。若使状态 $x_1$ 趋于0,则可实现以期望的攻击角度接近目标的任务;若使状态 $x_2$ 趋于0,则能够以保持固定的角度攻击目标,提高了击中目标的性能。

式(6)、式(7)的终端约束条件为

$$\begin{cases} x_1(t_f) = 0 \\ x_2(t_f) = 0 \end{cases}$$

首先需要选择设计一个滑模切换平面,以迫使系统在一定特性下沿规定的状态轨迹做小幅度、高频率的上下运动,即滑模运动。为了在制导过程中使状态 $x_1$ 和 $x_2$ 逐渐趋于0,同时满足零化脱靶量和末端落角的要求,故设计切换函数<sup>[14]</sup>为

$$S = x_2 + \lambda V x_1 / r \quad (8)$$

其中, $\lambda$ 为大于0的常数。当 $S=0$ 时,系统处于滑模运动状态,此时 $x_1 = x_2 = 0$ ,导弹可以按照期望落角命中目标。

当系统在有限时间内到达切换平面后进入滑动模态,系统要满足可达性条件

$$\dot{s}s \leq 0 \quad (9)$$

可达性条件保证了系统运动在有限时间内到达切换平面,但对这段时间内具体的状态轨迹没有约束。为了改善这段运动的动态品质,通过设计趋近律来加以控制。选取具有自适应特性的指数趋近律

$$\dot{s} = -\frac{\omega}{r} |s| - \frac{\epsilon}{r} \text{sgn } s \quad (10)$$

式中: $\omega > 0, \epsilon > 0$ 。

趋近律表达式的自适应性<sup>[15]</sup>主要在于切换函数向切换面的运动速率随弹目距离 $r$ 的变化调整。在末制导初始阶段,弹目距离 $r$ 较大时,系统趋近速度较慢;而当弹目距离 $r$ 趋近于0时,系统的趋近速度迅速上升,保证了 $\dot{q}$ 不会发散,从而提高了命中精

度。理想的滑动模态在现实中是不存在的,一般的滑动模态都会伴有一定的抖振。为了削弱抖振现象,应该在增大 $\omega$ 的同时减小 $\epsilon$ 。

现将式(8)求导可得

$$\dot{S} = \dot{x}_2 + \lambda V \dot{x}_1 / r - \lambda V x_1 / r^2$$

进而

$$S = \ddot{q} + \lambda V \dot{q} / r - \lambda V (q - q_f) / r^2 \quad (11)$$

将式(10)与式(11)联合求得

$$-\frac{\omega}{r} |s| - \frac{\epsilon}{r} \text{sgn } s = \ddot{q} + \lambda V \dot{q} / r - \lambda V (q - q_f) / r^2$$

进而可得

$$\ddot{q} = -\frac{\omega}{r} |s| - \frac{\epsilon}{r} \text{sgn } s - \lambda V \dot{q} / r - \lambda V (q - q_f) / r^2 \quad (12)$$

将式(12)代入式(5)中可得

$$u = \frac{\ddot{q} + r \left( -\frac{\omega}{r} |s| - \frac{\epsilon}{r} \text{sgn } s - \frac{\lambda V \dot{q}}{r} - \frac{\lambda V (q - q_f)}{r^2} \right)}{V \cos(q - \theta)} + \dot{q}$$

进而可得

$$u = \frac{\ddot{q} + \left( -\omega |s| - \epsilon \text{sgn } s - \lambda V \dot{q} - \frac{\lambda V (q - q_f)}{r} \right)}{V \cos(q - \theta)} + \dot{q} \quad (13)$$

将式(13)代入可得

$$a_n = KV \dot{q} + \frac{\ddot{q} + \left( -\omega |s| - \epsilon \text{sgn } s - \lambda V \dot{q} - \frac{\lambda V (q - q_f)}{r} \right)}{V \cos(q - \theta)} + \dot{q} \quad (14)$$

## 2.3 稳定性分析

应用Lyapunov方法对系统稳定性进行分析。选择Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2} s^2 > 0 \quad (15)$$

则有

$$\dot{V} = s \dot{s} = -k \frac{|s|}{r} s^2 - \frac{\epsilon}{r} s \text{sgn}(s) < 0 \quad (16)$$

即得系统在Lyapunov意义下是渐近稳定的。

## 2.4 基于连续切换的滑模控制变结构制导律

在滑动模态控制系统中,如果控制结构的切换具有理想的开关特性,则能在切换面上形成理想的滑动模态,这是一种光滑的运动,渐近收敛于原点。

但在实际工程应用中,由于存在时间上的延迟和空间上的滞后等原因,使得滑动模态呈现抖振形式,即在光滑的滑动模态上叠加有抖振。抖振问题是影响滑动模态控制的主要问题。

为了削弱抖振,需要引入继电特性连续化的方法代替符号函数  $\text{sgn}(s)$ ,实现准滑模动态控制,即在边界层外采用正常的滑模控制,在边界层内采用连续状态反馈控制<sup>[16-18]</sup>,旨在避免或削弱抖振影响

$$\gamma(s) = \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (17)$$

其中,  $\delta$  是很小的正常数。将式(17)代入导引律式(14)中得

$$a_n = KV\dot{q} + \frac{\ddot{r}q + \left( -\omega |r| s - \epsilon \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} - \lambda V\dot{q} - \frac{\lambda V(q - q_t)}{r} \right)}{V \cos(q - \theta)} + \dot{q} \quad (18)$$

可见式(18)基于偏置比例导引的滑模制导律主要由两项组成,第一项为与视线角速度成正比的比例导引项;第二项为根据落角约束确定的滑模变的偏置项。

### 3 仿真分析

以空对地导弹模拟垂直攻击地面静止目标为例进行仿真。设导弹初始位置为(0,3000);导弹速度  $V=300\text{m/s}$ ;初始弹道倾角  $\theta_0=0^\circ$ ;最大法向过载为  $\pm 10g$ ;目标位置为(3000,0),要求垂直攻击该目标(即  $q_t = -90^\circ$ );滑模变结构参数取值分别为:  $\delta=0.01, \epsilon=0.9, \lambda=1.5, \omega=0.01$ ;仿真步长取  $0.01\text{s}$ 。其中比例制导律为  $u = a_m = 10\dot{r}q$ 。将本文所提出的方法与传统的比例导引律进行比较,仿真结果如图 2~图 5 所示,分别为弹道轨迹曲线、弹道倾角曲线、法向加速度曲线和视线角曲线。

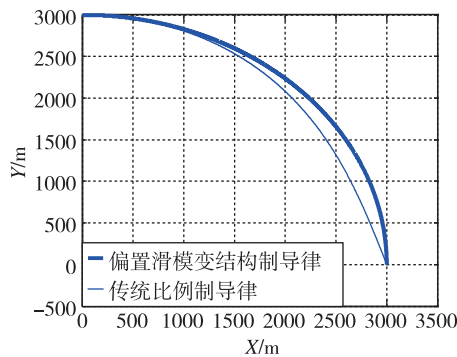


图 2 两种制导律的弹道轨迹曲线

Fig. 2 Trajectories of two guidance laws

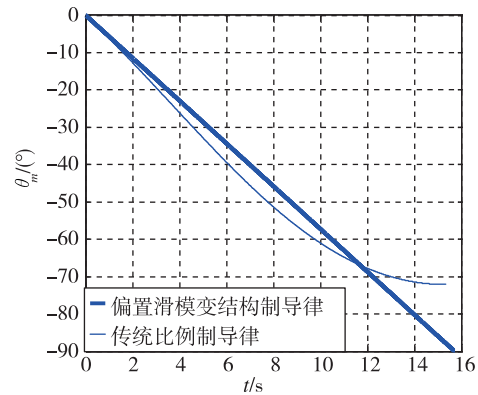


图 3 两种制导律的弹道倾角曲线

Fig. 3 Trajectory inclination angle curves of two guidance laws

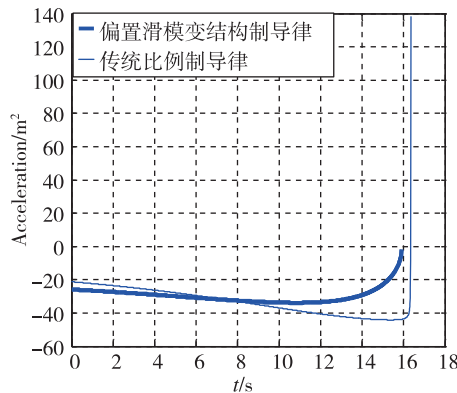


图 4 两种制导律的加速度曲线

Fig. 4 Acceleration curves of two guidance laws

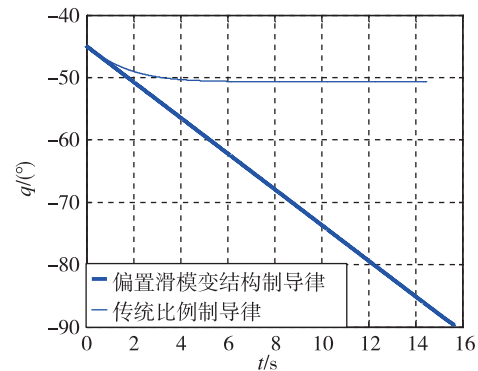


图 5 两种制导律的视线角曲线

Fig. 5 Line of sight of two guidance laws

由表1可以看出,偏置滑模结构制导时间是15.7100,大于比例导引的制导时间15.3300,故带偏置比例导引滑模制导律的制导时间比传统比例导引律的制导时间稍长。这是由于传统比例导引的弹道曲线较低,而偏置滑模结构导引的弹道曲线较高(如图2所示)的缘故。但是这对导弹进行低空突防是非常有利的,尤其是在实际情况中,较高的弹道可以为导弹提供更快的攻击速度,增大毁伤效果。从仿真结果可知,变结构制导律脱靶量更小,具有更高的制导律精度。

表1 两种导引律制导效果的比较

Tab. 1 Comparisons of guidance performance of the two guidance laws

制导方法	飞行时间/s	脱靶量/m	落角偏差/ $^{\circ}$
比例导引	15.3300	1.0427	17.8966
偏置滑模导引	15.7100	0.8607	0.2852

由图4可以看出,在导弹制导过程中,两种方法的加速度都在增大,但偏置变结构制导律的最大过载比传统比例导引律的最大过载要小得多。随后二者过载都开始减小,偏置变结构制导律的过载最后趋向于0,然而传统比例制导律的过载变小,后又再次增大,所以前者的过载趋于零变化,降低了对导弹执行机构的要求,更易于应用在实战中。

结合表1与图3可知,偏置比例的滑模制导律的落角偏差是0.2852,而传统比例导引的落角偏差是17.8966。从中可以看出,偏置比例滑模的方法要比传统导引攻击的角度更加接近 $90^{\circ}$ ,几乎以垂直的方式攻击地面目标,提高了攻击目标的毁伤效果;而传统比例导引偏差过大,无法以 $90^{\circ}$ 角攻击目标。

#### 4 结束语

本文通过建立纵向平面内弹目相对运动学模型,在传统比例导引律的基础上,利用落角和脱靶量的约束条件,结合滑模变结构理论设计了一个落角约束偏置项,推导得到了满足垂直攻击落角的导弹制导律,并与传统比例导引律进行了对比仿真。通过选取合理的制导律参数,可以使导弹的法向过载在攻击目标的过程中逐渐趋向于0,这是传统比例制导律所不能达到的,并通过仿真验证了该制导律的有效性和优越性。

#### 参考文献

- [1] 钱杏芳,林瑞雄,赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京:北京理工大学出版社,2008.  
Qian Xingfang, Lin Ruixiong, Zhao Yanan. Missile flight mechanics[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2008(in Chinese).
- [2] Kim M, Grider K V. Terminal guidance for impact attitude angle constrained flight trajectories[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973(6): 852-859.
- [3] Ratnoo A, Ghose D. State-dependent Riccati-equation-based guidance law for impact-angle-constrained trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(1): 320-326.
- [4] Taub I, Shima T. Intercept angle missile guidance under time varying acceleration bounds[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(3): 686-699.
- [5] Kim B, Lee J, Han H, et al. Homing guidance with terminal angular constraint against nonmaneuvering and maneuvering targets[C]// Guidance, Navigation, and Control Conference, 1997: 3474.
- [6] Gurfil P. Zero-miss-distance guidance law based on line-of-sight rate measurement only[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(7): 819-832.
- [7] 马爽,杨军,袁博. 基于多项式函数求解的落角约束制导律[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(5): 39-43.  
Ma Shuang, Yang Jun, Yuan Bo. Impact angle constraint guidance law proposed by polynomial function [J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(5): 39-43(in Chinese).
- [8] 王健,崔文昊,史震,等. 攻击角度约束下打击机动目标的制导律[J]. 导航定位与授时, 2016, 3(5): 51-55.  
Wang Jian, Cui Wenhao, Shi Zhen, et al. Guidance law with attack angle constraints for maneuvering targets[J]. Navigation Positioning and Timing, 2016, 3(5): 51-55(in Chinese).
- [9] Ryoo C K, Cho H, Tahk M J. Time-to-go weighted optimal guidance with impact angle constraints[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(3): 483-492.
- [10] 敦晓彪,李君龙,蔡婧竹. 拦截高速机动目标的最优制导律[J]. 国防科技大学学报, 2018, 40(1): 176-182.

- Dun Xiaobiao, Li Junlong, Cai Jingzhu. Optimal guidance law for intercepting high speed maneuvering targets[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2018, 40(1): 176-182(in Chinese).
- [11] 杨佳, 尉建利, 闫杰. 采用高抛弹道的反临拦截器制导律设计[J]. 计算机测量与控制, 2018, 26(8): 114-118.  
Yang Jia, Wei Jianli, Yan Jie. Guidance law for near space target interceptor using parabolic trajectory[J]. Computer Measurement and Control, 2018, 26(8): 114-118(in Chinese).
- [12] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4): 1230-1246.
- [13] Kim K S, Kim Y. Design of generalized conceptual guidance law using aim angle[J]. Control Engineering Practice, 2004, 12(3): 291-298.
- [14] 张旭, 雷虎民, 肖增博, 等. 一种变结构垂直俯冲攻击制导律[J]. 光电与控制, 2011, 18(9): 1-5.  
Zhang Xu, Lei Humin, Xiao Zengbo, et al. A variable structure guidance law for vertical diving attack[J]. Electronics Optics and Control, 2011, 18(9): 1-5(in Chinese).
- [15] 杨云刚, 刘钧圣, 杨敏, 等. 滑模变结构导引律在防空反导技术中的应用[J]. 指挥控制与仿真, 2018, 40(4): 101-103.
- Yang Yungang, Liu Junsheng, Yang Min, et al. Application of sliding mode variable structure guidance law in air defense and antimissile technology[J]. Command Control and Simulation, 2018, 40(4): 101-103(in Chinese).
- [16] 高峰, 唐胜景, 师娇, 等. 一种改进的自适应滑模变结构导引律[J]. 弹道学报, 2013, 25(3): 18-23.  
Gao Feng, Tang Shengjing, Shi Jiao, et al. An improved adaptive sliding mode navigation guidance law with variable structure[J]. Journal of Ballistics, 2013, 25(3): 18-23(in Chinese).
- [17] 陈昌旭, 李洋, 祁琪, 等. 基于滑模变结构的导弹制导律设计[J]. 兵器装备工程学报, 2016, 37(12): 56-59.  
Chen Changxu, Li Yang, Qi Qi, et al. Missile guidance law design based on sliding mode[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2016, 37(12): 56-59(in Chinese).
- [18] 许诚, 罗航, 韩冰. 基于零控脱靶量的滑模变结构末制导律设计[J]. 电光与控制, 2014, 21(6): 56-59.  
Xu Cheng, Luo Hang, Han Bing. Zero effort miss based terminal guidance law design using sliding mode approach[J]. Electronics Optics and Control, 2014, 21(6): 56-59(in Chinese).