

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.01.007

# 基于新息异常检测的改进抗差自适应卡尔曼滤波算法

葛宝爽<sup>1</sup>, 张 海<sup>1</sup>, 唐志坤<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;  
2. 国家空域管理中心, 北京 100094)

**摘要:**在工程应用中,量测异常及量测噪声统计特性的时变是引起标准卡尔曼滤波振荡甚至发散的主要原因。经典抗差 Sage-Husa 自适应滤波方案,对量测中的孤立型异常有所抵抗,并可在在线估计量测噪声统计特性改善滤波效果,但当连续型异常值出现时,其滤波效果不佳。针对现有抗差 Sage-Husa 自适应滤波方案的不足,提出了新的改进滤波方法。在改进算法中,当检测到量测异常时采用模值更大的先验预测方差阵代替原算法中的后验估计方差阵,在估计量测噪声方差时起到放大作用,以降低异常量测权重,提高滤波精度;采用 IGG 方案构造了新的权函数,可在抑制异常影响的同时调节估计方差阵,以免连续异常时新息持续置零引起的滤波发散;采用标准卡尔曼滤波新息辅助异常检测的双重检测策略,避免了因量测噪声方差阵的调节引起检测阈值变化而导致的漏检率增高。仿真实验表明,与常规抗差自适应滤波算法相比,该方案可更加有效地抑制量测异常值的影响。

**关键词:**异常值检测; Sage-Husa 滤波; 噪声方差估计; 抗差自适应卡尔曼滤波

中图分类号: TP701

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号: 2095-8110(2020)01-0048-07



## Improved Robust Adaptive Kalman Filter with Innovation-based Outliers Diagnosis

GE Bao-shuang<sup>1</sup>, ZHANG Hai<sup>1</sup>, TANG Zhi-kun<sup>2</sup>

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;  
2. National Airspace Management Center, Beijing 100094, China)

**Abstract:** In engineering applications, the main reasons for the oscillation or divergence of the standard Kalman filter are that the statistical property of the measurement noise varies over time and the outliers in measurements. The traditional robust Sage-Husa adaptive filter can improve the filtering performance by estimating the measurement noise covariance and restraining the isolated outliers. However, it is not the case when continuous outliers occur. To solve these problems, an improved optimal filter is designed. When the measurement outliers are detected, the measurement noise covariance is estimated by a replacement of a posteriori covariance with a priori covariance whose greater modulus can increase the estimated covariance and reduce the weights of outliers. A novel weighted function allowing to simultaneously restraining the outliers and tune the a posteriori covariance is designed using IGG function, which avoids the filtering divergence caused

收稿日期: 2019-08-05; 修订日期: 2019-09-25

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC0821102, 2016YFB0502004); 北京市科技计划项目(Z171100000517006)

作者简介: 葛宝爽(1993-), 男, 博士研究生, 主要从事自适应滤波及组合导航方面的研究。

E-mail: gebaoshuang@buaa.edu.cn

by adjusting the innovation to zero continuously. Considering the measurement noise covariance tuning will bring about a change to the threshold and cause the rises of misdetection rate, a dual outlier detection assisted by the innovation from the standard Kalman filter is used. Compared with the common robust adaptive filter, the simulation results show that the proposed scheme can mitigate the measurement outliers effectively.

**Key words:** Outliers diagnosis; Sage-Husa filter; Noise covariance estimation; Robust adaptive Kalman filter

## 0 引言

卡尔曼滤波作为一线性最优估计,被广泛地应用到导航系统与目标跟踪系统中。在状态空间模型是线性且噪声统计特性完全已知并为相互独立的高斯白噪声时,卡尔曼滤波可以得到在最小均方意义下的最优解。然而在工程实践中,由于外界环境的干扰,量测噪声统计特性通常是未知或时变的,在此情况下将无法直接使用标准卡尔曼滤波(Standard Kalman Filter, SKF);另外,量测中不免会含有异常值,由于 SKF 自身不具有抵抗异常值的能力,这就导致尽管很少的量测异常便会引起滤波振荡,致使滤波精度下降<sup>[1]</sup>。

针对工程实践中面临的量测不稳定问题,SKF 有不同的改进方案,如:适用于模型参数或噪声统计特性未知的自适应卡尔曼滤波(Adaptive Kalman Filter, AKF)<sup>[2-3]</sup>;结合抗差估计理论的抗差滤波<sup>[4-5]</sup>等。在卡尔曼滤波中,新息作为滤波中的关键量,含有量测的全部信息,并且对异常量测值极为敏感。因此,无论是在 AKF 还是抗差滤波中,经常利用新息的特性估计量测噪声方差或异常检测,以期在保证滤波精度的前提下提高算法的鲁棒性与容错性。

文献[6-7]利用新息正交特性对量测中的异常值进行辨识,然后利用抗差估计理论中的 Huber 方案构造等价权函数(活化函数),并引入到卡尔曼滤波算法中,该活化函数通过降低量测异常值的权重提高了组合导航系统的抗差性能。文献[8-9]依据新息服从多维正态分布的特性,采用  $3\sigma$  准则对量测异常值进行辨识,随后通过调节滤波增益阵减弱异常值对滤波结果的影响。文献[10-11]依据概率统计知识,构造新息的卡方统计量,并成功地应用到目标跟踪与组合导航的异常值检测中。虽然文献[10]从理论上证明了所构造的等价权函数能够保持新息的特性不变,但在实际应用中因其需要计算

矩阵平方根的逆,存在数值稳定性问题;文献[11]将 Huber 方案构造的等价权因子与卡方检验的临界值相结合构造了新的方差膨胀因子,当量测异常发生时,通过方差膨胀因子放大量测噪声方差阵降低了异常量测权重,因此增强了滤波的抗差性能。文献[12]将 AKF 与抗差估计理论相结合,利用抗差估计理论构造等价权因子的方法构造了 AKF 中的自适应调节因子,并利用新息构成的统计量实时检测调节量测等价权矩阵,以平衡状态预测与量测间的权重。文献[13]在保留移动开窗法估计量测噪声方差阵的同时,引入了自适应因子来调节量测异常值对整个滤波系统的影响,较 SKF 提高了滤波精度且增强了滤波稳定性。

以上有关卡尔曼滤波改进算法的研究具有一定的理论意义和工程实践应用价值,并且能够较好地应对量测噪声统计特性未知及量测中的孤立型异常值。但是,量测中连续型异常值的出现严重制约了上述算法的应用范围与滤波效果。为此,本文首先从新息的角度分析了量测异常对滤波结果的影响;随后,针对工程实践中量测噪声统计特性未知且含有连续型异常值的情形,构造了鲁棒性更强的自适应 Sage-Husa 滤波算法;通过仿真实验比较了改进算法与常规抗差自适应滤波算法的性能,验证了改进算法抑制量测异常的有效性。

## 1 卡尔曼滤波量测异常影响分析

考虑量测中含有异常值的离散状态方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{b}_k + \mathbf{V}_k \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{X}_k$  为状态量,  $\Phi_{k,k-1}$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{Z}_k$  为量测量,  $\mathbf{H}_k$  为量测矩阵,  $\mathbf{b}_k$  为异常量测,  $\mathbf{W}_{k-1}$  与  $\mathbf{V}_k$  为相互独立的高斯白噪声。

此时,卡尔曼滤波的一步预测值  $\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}$  与滤波估计值  $\hat{\mathbf{X}}_k$  为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} &= \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{b}_k + \mathbf{V}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k\end{aligned}\quad (2)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$  被定义为新息,  $\mathbf{K}_k$  为滤波增益阵。  $\mathbf{K}_k$  的作用为加权新息修正状态递推值的误差以期得到最优状态估计解。

当  $\mathbf{b}_k = 0$  时, 式(2)便退化为 SKF; 当  $\mathbf{b}_k \neq 0$  时, 即量测中含有异常值时, 由式(2)中的新息定义可知, 量测中的异常值必然引起新息的异常, 受异常值污染的新息不仅会使当前时刻的滤波精度下降, 同时还将会通过一步预测值向后续时刻传递, 引起滤波振荡。对于连续型异常值, 若不采取必要的检测和修复算法则很可能导致滤波最终发散, 不能满足导航或目标跟踪的定位要求。另一方面, 由式(1)中受异常污染的量测方程可以直接看出, 若异常  $\mathbf{b}_k$  表现为连续型随机噪声的形式则可看作为量测量新增加性噪声, 因此会引起量测噪声统计特性的变化。

## 2 改进抗差自适应卡尔曼滤波

### 2.1 改进 Sage-Husa 自适应量测噪声方差估计

Sage-Husa 自适应滤波算法通过对新息序列或残差序列进行开窗估计出当前时刻的量测噪声方差阵<sup>[14]</sup>。在基于新息与残差的开窗估计算法中, 基于残差的自适应估计(Residual-based Adaptive Estimation, RAE)算法避免了基于新息的自适应估计算法估计量测方差阵时可能出现的负定现象。但 RAE 在估计量测噪声方差阵  $\mathbf{R}_k$  时需要用到当前时刻的状态估计方差阵  $\mathbf{P}_k$ , 而计算  $\mathbf{P}_k$  又需要已知  $\mathbf{R}_k$ 。为了避免上述矛盾, 常规做法是采用上一时刻的状态估计方差阵  $\mathbf{P}_{k-1}$  来代替  $\mathbf{P}_k$ , 如式(3)所示

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k \\ \hat{\mathbf{S}}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m+1} \boldsymbol{\eta}_{k-i} \boldsymbol{\eta}_{k-i}^T \\ \hat{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{S}}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{H}_k^T \end{cases}\quad (3)$$

式中,  $\hat{\mathbf{X}}_k$  为状态估计量,  $\hat{\mathbf{S}}_k$  为残差统计方差。

考量量测异常的影响, 本文采用模值更大的预测方差阵  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  来代替原算法中的  $\mathbf{P}_{k-1}$  阵, 对  $\mathbf{R}_k$  估计时起到放大作用, 以降低异常量测权重。改进后的估计算法如式(4)所示

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{S}}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \quad (4)$$

### 2.2 改进自适应滤波稳定性分析

改进后的 Sage-Husa 自适应滤波在估计量测

噪声方差时采用了当前时刻的预测方差阵  $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 。为了证明改进后的自适应滤波算法仍然是滤波稳定的, 首先给定如下假设条件: 原系统可控、可观且对任意时刻  $k > 0$  有

$$\begin{aligned}\underline{f}^2 \mathbf{I} &\leq \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}^T \leq \bar{f}^2 \mathbf{I} \\ \underline{h}^2 \mathbf{I} &\leq \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T \leq \bar{h}^2 \mathbf{I} \\ \underline{p} \mathbf{I} &\leq \mathbf{P}_k \leq \mathbf{P}_{k/k-1} \leq \bar{p} \mathbf{I} \\ \underline{q} \mathbf{I} &\leq \mathbf{Q}_{k-1} \leq \bar{q} \mathbf{I}, \underline{r} \mathbf{I} \leq \mathbf{R}_k \leq \bar{r} \mathbf{I}\end{aligned}\quad (5)$$

式中,  $\underline{f}, \bar{f}, \underline{h}, \bar{h}$  均为正数,  $\underline{p}$  与  $\bar{p}$  为预测方差与估计误差的上、下界;  $\mathbf{Q}_{k-1}$  为系统噪声方差阵, 其上、下界为  $\underline{q}$  与  $\bar{q}$ , 且  $\underline{q}, \bar{q} > 0$ ;  $\mathbf{R}_k$  为真实量测噪声方差, 其上、下界为  $\underline{r}$  与  $\bar{r}$ , 且  $\underline{r}, \bar{r} > 0$ 。

系统大范围一致渐近稳定性证明可参见文献[15]定理1的证明, 现只需证明估计量测噪声方差阵  $\hat{\mathbf{R}}_k$  有上界即可。由式(3)~式(5)可得

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{R}}_k &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m+1} \boldsymbol{\eta}_{k-i} \boldsymbol{\eta}_{k-i}^T + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m+1} (\mathbf{R}_{k-i} - \\ &\quad \mathbf{H}_{k-i} \tilde{\mathbf{X}}_{k-i} \tilde{\mathbf{X}}_{k-i}^T \mathbf{H}_{k-i}^T) + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \leq \bar{r} \mathbf{I} + \\ &\quad \bar{h}^2 \bar{p} \mathbf{I} - \underline{h}^2 \underline{p} \mathbf{I} = \bar{r}^* \mathbf{I}\end{aligned}\quad (6)$$

由式(6)可知,  $\hat{\mathbf{R}}_k$  有上界, 则在给定的假设条件下, 系统大范围一致渐近稳定。

### 2.3 改进抗差估计策略

尽管 Sage-Husa 自适应滤波算法可以对时变噪声方差进行在线估计, 但其对量测中的异常并无抵制能力。为此可将抗差估计的思想引入到 Sage-Husa 滤波中以构造具有抗差能力的自适应滤波算法。

由多元正态分布的基本性质可知  $p$  元正态分布是  $p$  个相互独立的一维正态变量的联合分布, 据此可依据新息服从多元正态分布的特性对量测异常进行逐维检测判别。另受 IGG 函数与 Huber 函数的启发, 构造如下权函数

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1(i)} = \begin{cases} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1(i)} & |\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1(i)}| \leq c_0 \\ \frac{\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1(i)}}{c_1} & c_0 < |\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1(i)}| \leq c_1 \end{cases} \\ \mathbf{K}_{(\cdot, i)} = 0 & |\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1(i)}| > c_1 \end{cases}\quad (7)$$

式中,  $c_0$  可取  $(0.8 \sim 1.5)\sigma_i$ ,  $c_1$  可取  $(3.0 \sim 5.0)\sigma_i$ ,  $\sigma_i$  为第  $i$  维新息标准差。  $\mathbf{K}_{(\cdot, i)} = 0$  表示将卡尔曼增益阵的第  $i$  列元素置零。

由式(7)可知, 抗差权函数的降权区采用了较为简洁的 Huber 函数降权形式。拒绝区则不同于

原 IGG 函数直接将新息置零,而是将加权异常新息的滤波增益置零,由此可在抑制新息异常的同时调谐状态估计方差阵。改进的拒绝区避免了连续异常出现时新息持续置零,但未相应调节状态估计方差阵致使其不能反映当前时刻受异常影响滤波估值的可信度,最终导致滤波发散的情况。

## 2.4 改进抗差自适应滤波方案

改进抗差自适应卡尔曼滤波(Improved Robust Adaptive Kalman Filter, IRAKF)算法流程如图 1 所示。

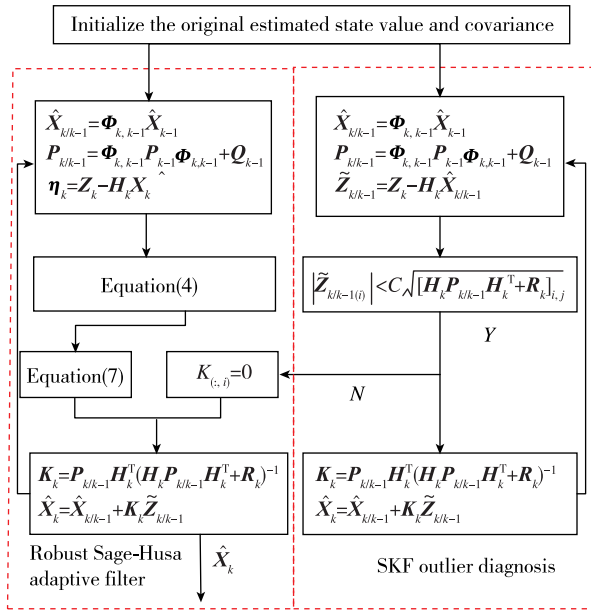


图 1 改进抗差自适应滤波方案

Fig. 1 Improved robust adaptive filter scheme

图 1 中,  $C$  为阈值因子。由图 1 可知,改进的抗差自适应滤波算法分为两部分。第一部分为抗差 Sage-Husa 自适应滤波,在开窗估计量测噪声方差的同时,利用所构造的三段权函数依据新息的不同幅值对其施加权重以控制量测异常的影响;另外,为了避免因开窗估计调节量测噪声方差引起漏检率升高,第二部分采用 SKF 中的新息辅助量测异常检测,当检测出量测异常时,直接通过软件方式实现卡尔曼滤波增益阵列置零。经过双重检测可以有效地控制量测异常对滤波结果的影响。

## 3 仿真实验

为了能够验证本文所提 IRAKF 算法对不同类型量测异常的抑制能力,本文以目标跟踪为例进行了仿真实验,并与 SKF 及现有抗差自适应滤波算法如基于残差的抗差自适应滤波(Robust

Residual-based Adaptive Estimation, RRAE)<sup>[16]</sup>、自适应抗差卡尔曼滤波(Robust Adaptive Kalman Filter, RAKF)<sup>[17]</sup>、简化抗差 Sage-Husa 自适应滤波(Robust Simplified Sage-Husa Adaptive Kalman Filter, RSSHAKF)<sup>[18]</sup>算法的滤波精度作了比较。

在仿真实验中,系统状态量为二维位置与速度,即  $\mathbf{X} = [x, V_x, y, V_y]^T$ , 状态初值设为  $\mathbf{X}_0 = [1.25 \times 10^5 \text{ m}, -100 \text{ m}, 1.25 \times 10^5 \text{ m}, -100 \text{ m}]^T$ 。状态空间方程如下

$\mathbf{X}_k =$

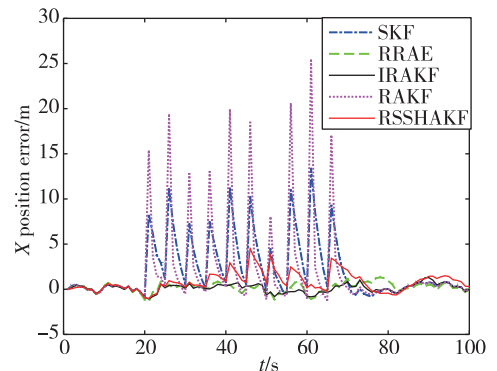
$$\begin{bmatrix} x_k \\ V_{x_k} \\ y_k \\ V_{y_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ V_{x_{k-1}} \\ y_{k-1} \\ V_{y_{k-1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5\sigma_q^2 T^2 & 0 \\ \sigma_q^2 T & 0 \\ 0 & 0.5\sigma_q^2 T^2 \\ 0 & \sigma_q^2 T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ V_{x_{k-1}} \\ y_{k-1} \\ V_{y_{k-1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \\ \sigma_r^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中,  $T$  为采样时间间隔,取为 1s;  $\sigma_q^2$  与  $\sigma_r^2$  表示过程噪声方差与量测噪声方差,分别取值为  $\sigma_q^2 = 0.01$  与  $\sigma_r^2 = 4$ 。

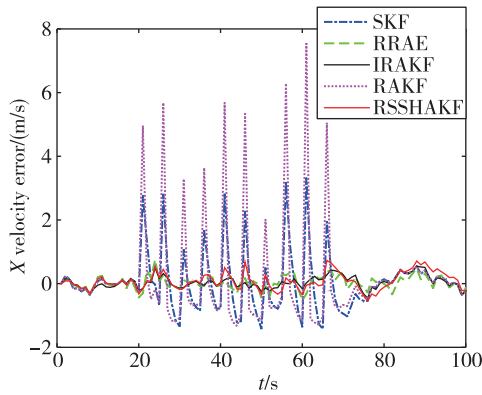
仿真实验 1 中,在  $x$  轴位置量测 20~70 历元间,每隔 5 个历元叠加均值为 10,方差为 64 的孤立型异常值。仿真实验 2 中,在  $x$  轴位置量测 50~70 历元之间,加入均值为 0,方差为 64 的连续型异常干扰。针对以上两种情况,分别进行 100 次 Monte Carlo 实验,仿真结果如图 2 和图 3 所示。滤波结果均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)定义如下

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\hat{\mathbf{X}}_k^j - \mathbf{X}_k^T)^2} \quad (9)$$

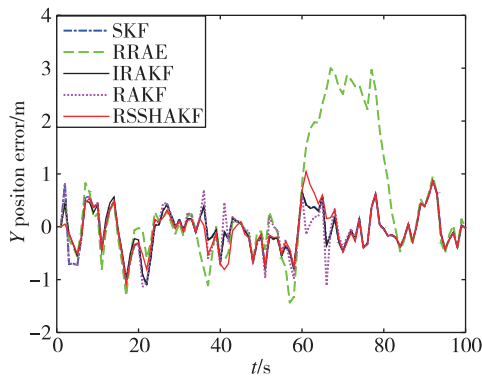
式中,  $N$  为实验仿真次数,  $\mathbf{X}_k^T$  为  $k$  时刻状态真值。



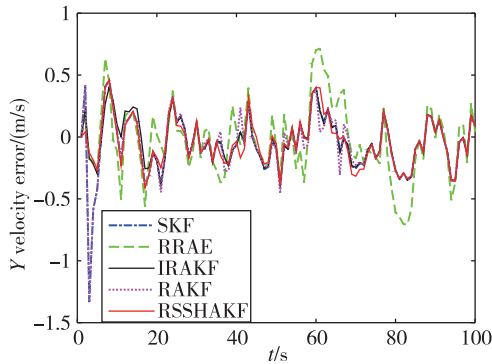
(a) X 轴位置滤波误差



(b) X轴速度滤波误差



(c) Y轴位置滤波误差



(d) Y轴速度滤波误差

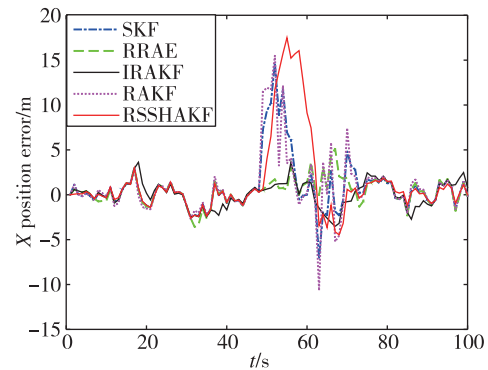
图2 孤立型量测异常滤波误差

Fig. 2 Filtering errors with isolated outliers in measurement

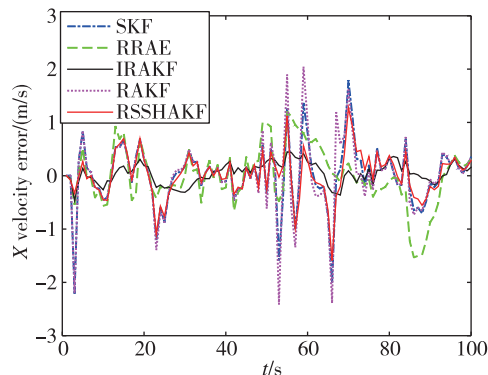
由图2(a)和图2(b)可知,当出现孤立型量测异常时,IRAKF能够有效抑制异常值对滤波结果的影响,说明所提算法能够提高滤波精度且具有一定的鲁棒性。SKF滤波结果产生了较大的偏差,这主要是因为其不具有抵抗量测异常的能力。RRAE算法可以有效抵制孤立型异常的干扰,并且具有自适应调节量测噪声方差阵的能力。进一步对比

IRAKF与RRAE滤波的RMSE,前者位置RMSE为1.5942m,后者位置RMSE为2.1969m,IRAKF位置精度提高了27.43%。RAKF受量测异常影响严重,这主要是因为RAKF算法中更加依赖量测值。虽然RSSHAKF能够在一定程度上抑制量测异常的干扰,但较IRAKF其效果有待提高,RSSHAKF位置RMSE为2.1818m。由图2(c)和图2(d)可知,在未有量测异常时,除RRAE算法波动较大外,其余算法滤波效果相当。

图3中仅给出了有量测异常发生时的滤波误差图。由图3可知,当连续型异常量测发生时,IRAKF仍能够有效抑制,其位置RMSE为1.4663m,速度RMSE为0.3367m/s。SKF、RAKF与RSSHAKF滤波位置最大误差均超过了10m,且在50~70历元间持续振荡。虽然RRAE滤波效果优于除IRAKF外的其他算法,其位置RMSE为1.9583m,速度RMSE为0.5475m/s,但其存在滤波发散的风险。



(a) X轴位置滤波误差



(b) X轴速度滤波误差

图3 连续型量测异常滤波误差

Fig. 3 Filtering errors with continuous outliers in measurement

## 4 结论

本文针对卡尔曼滤波中量测异常的问题,提出了一种改进的抗差自适应滤波方案。算法分析与实验结果表明:

1)量测异常通过污染新息进一步影响滤波结果。本文所提出的改进滤波方案采用双重检测方式,通过新息统计量检测量测异常,提高了异常检测的有效性。

2)新构建的量测异常抑制权函数合理分配权重,有效控制了量测异常对整个滤波过程的影响,提高了滤波精度。

3)本文所提改进抗差自适应滤波方案,因采用了双滤波结构,因此在一定程度上增加了计算量。对一些对计算量有严格要求的工程应用,可只采用抗差 Sage-Husa 自适应部分以减少计算量。

### 参考文献

- [1] 胡峰,孙国基. Kalman 滤波的抗野值修正[J]. 自动化学报, 1999, 25(5): 692-696.  
Hu Feng, Sun Guoji. Fault-tolerant improvement on Kalman filter[J]. Acta Automatica Sinica, 1999, 25(5): 692-696(in Chinese).
- [2] 张新喜,郭美凤,王成宾,等. 单兵导航多传感器信息融合自适应滤波算法[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(1): 35-41.  
Zhang Xinxi, Guo Meifeng, Wang Chengbin, et al. Adaptive filtering algorithm of multi-sensor information fusion for individual navigation[J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(1): 35-41(in Chinese).
- [3] Liu Y, Fan X, Lv C, et al. An innovative information fusion method with adaptive Kalman filter for integrated INS/GPS navigation of autonomous vehicles[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 100: 605-616.
- [4] 桑田,陈家斌,宋春雷,等. R-T-S 平滑算法与抗差 Kalman 在数据后处理中的应用[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(3): 24-29.  
Sang Tian, Chen Jiabin, Song Chunlei, et al. The application of R-T-S smoothing algorithm and robust Kalman filtering in the post-processing of the integrated navigation[J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(3): 24-29(in Chinese).
- [5] Li Z K, Yao Y F, Wang J, et al. Application of improved robust Kalman filter in data fusion for PPP/INS tightly coupled positioning system[J]. Metrology and Measurement Systems, 2017, 24(2): 289-301.
- [6] Bai H, Xue X. A useful Doppler radar outlier elimination algorithm based on orthogonality of innovation [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Information and Automation, 2011: 187-191.
- [7] 宫晓琳,房建成. 基于新息正交性的 Kalman 滤波抗野值法在 POS 中的应用[J]. 航空学报, 2009, 30(12): 2348-2353.  
Gong Xiaolin, Fang Jiancheng. Application of modified Kalman filtering restraining outliers based on orthogonality of innovation to POS[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(12): 2348-2353(in Chinese).
- [8] 祝转民,李济生,黄永宣. 外弹道测量数据野值的递推辨别[J]. 飞行器测控学报, 2001, 20(3): 55-56.  
Zhu Zhuanmin, Li Jisheng, Huang Yongxuan. Recursion identification of exterior measurement data outliers[J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2001, 20(3): 55-56(in Chinese).
- [9] Qiao G, Li Z, Sun Z, et al. Kalman filter restraining outliers for short baseline system[C]// Proceedings of Intelligent Control and Automation, 2012: 322-325.
- [10] 卢迪,姚郁,贺风华. 一种抗野值的 Kalman 滤波器[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(5): 1027-1029.  
Lu Di, Yao Yu, He Fenghua. Kalman filter restraining outliers [J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(5): 1027-1029(in Chinese).
- [11] 苗岳旺,周巍,田亮,等. 基于新息检测的扩展抗差卡尔曼滤波及其应用[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2016, 41(2): 269-273.  
Miao Yuewang, Zhou Wei, Tian Liang, et al. Extended robust Kalman filter based on innovation chi-square test algorithm and its application [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(2): 269-273(in Chinese).
- [12] Yang Y, He H, Xu G. Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning[J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2): 109-116.
- [13] 杨元喜,徐天河. 基于移动开窗法协方差估计和方差分量估计的自适应滤波[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2003, 28(6): 714-718.  
Yang Yuanxi, Xu Tianhe. An adaptive Kalman filter combining variance component estimation with covariance matrix estimation based on moving window[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2003, 28(6): 714-718(in Chinese).

- [14] Sage A, Husa G. Adaptive filtering with unknown prior statistics[C]// Proceedings of 1969 Joint Automatic Control Conference, 1969: 760-769.
- [15] 陈振. 采用扩展卡尔曼滤波磁链观测器的永磁同步电机直接转矩控制[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(33): 75-81.  
Chen Zhen. Direct torque control of permanent magnet synchronous motors based on extended Kalman filter observer of flux linkage[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2008, 28(33): 75-81.
- [16] Ge B S, Zhang H, Sheng W, et al. Optimized Kalman filter approach with innovation-based outlier diagnosis[R]// Proceedings of 2018 IEEE/CSAA Guidance, Navigation and Control Conference, 2018: 1502-1506.
- [17] Bai Y Q, Han J H, Qi X H. Data processing algorithm of mems inclinometer based on improved Sage-Husa adaptive Kalman filter[C]// Proceedings of the 31<sup>st</sup> Chinese Control Conference. 2012: 3702-3707.
- [18] Narasimhappa M, Sabat S L, Nayak J. Fiber-optic gyroscope signal denoising using an adaptive robust Kalman filter[J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(10): 3711-3718.