

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.01.012

# 联合连通拓扑下多无人机编队控制

周绍磊, 赵学远, 戴邵武, 王帅磊

(海军航空大学, 烟台 264001)

**摘要:** 针对在联合连通拓扑条件下的多无人机系统, 研究了具有二阶动力学系统模型的多无人机系统时变编队控制问题。基于一致性理论, 设计了一致性控制器, 将联合连通拓扑条件下的编队控制问题简化为低阶时间平均系统的渐进稳定性问题。利用 Lyapunov 函数证明了所设计的控制器能够实现编队控制, 并利用线性矩阵不等式(LMI)方法给出了控制器的设计算法。在三维空间中, 对多无人机系统进行了仿真, 验证了所设计的一致性控制器能够使得多无人机系统在联合连通拓扑条件下形成时变编队。

**关键词:** 多无人机; 时变编队; 联合连通; 线性矩阵不等式

中图分类号: V2

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号: 2095-8110(2020)01-0080-06



## Formation Control of Multi-UAV with Jointly Connected Topology

ZHOU Shao-lei, ZHAO Xue-yuan, DAI Shao-wu, WANG Shuai-lei

(Naval Aeronautical University of PLA, Yantai 264001, China)

**Abstract:** The time-varying formation control of multi-UAV system with second-order dynamic system model is studied under the condition of jointly connected topology. Based on consistency theory, a consensus controller is designed. The formation control problem under jointly connected topology is simplified to the asymptotic stability problem of low-order time-averaged systems. The Lyapunov function is used to prove that the designed controller can realize formation control. The design algorithm of the controller is given by using linear matrix inequality (LMI) method. In the three-dimensional space, the multi-UAV system is simulated, and the consensus controller designed can make the multi-UAV system form time-varying formation with jointly connected topology.

**Key words:** Multi-UAV; Time-varying formation; Jointly connected topology; LMI

### 0 引言

近年来, 由于编队控制在各个领域具有广泛的应用前景, 已经成为了控制界内的一个极具吸引力的研究课题。基于协同控制, 特别是多智能体系统

一致性理论在文献[1-6]中均取得了大量成果。受一致性理论的启发, 如何设计控制器, 使其仅仅依赖于邻居智能体信息, 从而使得多智能体形成期望的编队已经引起了广泛的关注。

文献[7]为二阶多智能体系统设计了一致性控

收稿日期: 2019-05-21; 修订日期: 2019-06-19

基金项目: 国防科技项目基金(F062102009)

作者简介: 周绍磊(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事飞行器导航、制导与控制。

制器,使其在无向拓扑图下形成期望编队。文献[8]解决了多无人机系统在有向通信拓扑条件下形成时变编队的问题。上述文献在多智能体编队控制方面都取得了较好的成果,但是要求通信拓扑结构保持不变;而在实际系统中,由于受外界影响,拓扑结构发生变换,上述结论将不再适用。文献[9]为多智能体系统设计了基于事件触发函数的一致性控制器,使得多智能体系统形成了期望编队,一致性控制器仅在事件触发函数触发时刻进行采样,有效地节约了系统通信带宽和计算资源。文献[10]基于以上考虑,研究了多无人机系统在切换拓扑条件下的编队控制,设计了一致性控制器,并利用线性矩阵不等式方法,给出了控制器的设计步骤,但要求每个切换拓扑图至少包含一条有向生成树。文献[11]研究的问题同样是针对有向切换拓扑,但其通信拓扑条件较文献[10]更为严格,其假设所有可能的拓扑图是强连通和平衡的。文献[12]的研究结果表明,在无向通信拓扑条件下,无论拓扑图如何切换,多智能体系统均能形成期望编队。对比文献[10]和文献[11],文献[12]对多智能体系统的通信要求更为苛刻。

面对未来战场环境,多无人机作战将会成为重要形式,使得编队控制成为多无人机控制领域的重要研究课题<sup>[13]</sup>。考虑若外界环境对通信拓扑影响更为明显,导致通信拓扑在某时刻不能包含有向生成树的情况,本文研究了在联合连通拓扑条件下的多无人机时变编队控制问题,进一步降低了对多无人机系统的通信要求。

## 1 基础知识

### 1.1 符号约定

符号  $\mathbf{R}^{n \times n}$  和  $\mathbf{C}^{n \times n}$  分别表示  $n \times n$  维的实矩阵和复矩阵。对于任意  $\mu \in \mathbf{C}$ , 其实部表示为  $\text{Re}(\mu)$ 。 $\mathbf{I}_n$  是  $n \times n$  维的单位矩阵。对于方阵  $\mathbf{A}$ ,  $\lambda(\mathbf{A})$  表示其特征值;  $\max\{\lambda(\mathbf{A})\}$  和  $\min\{\lambda(\mathbf{A})\}$  分别表示矩阵  $\mathbf{A}$  的最大和最小特征值。 $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的 Kronecker 积。 $\mathbf{A} > \mathbf{B}$  和  $\mathbf{A} \geq \mathbf{B}$  分别表示  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$  是正定和半正定的。

### 1.2 图论

智能体之间的通信有向拓扑图表示为  $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{A})$ , 其中  $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  为拓扑图的节点集合,  $\mathbf{E} \subseteq \mathbf{V} \times \mathbf{V}$  为拓扑图的边集合,  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{N \times N}$  为拓扑图的具有非负元素  $a_{ij}$  的邻接矩。 $a_{ij}$  表示节点  $v_i$

和  $v_j$  之间的连接权重,表示节点  $v_i$  可以接收到节点  $v_j$  的信息,否则  $a_{ij} = 0$ 。如果存在一个节点  $v_i$ ,从这个点出发沿着有向边可以到达图中的任意其他点,称图  $\mathbf{G}$  包含有一个有向生成树,该节点  $v_i$  为根节点。根据连接权重  $a_{ij} = 1$  将节点  $v_i$  的邻居定义为  $N_i := \{j \in \mathbf{V} : a_{ij} = 1\}$ 。图的 Laplacian 矩阵定义为  $\mathbf{L} = [L_{ij}]_{N \times N}$ , 其中  $L_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ ,  $L_{ij} = -a_{ij}, i \neq j$ 。

### 1.3 引理

引理 1<sup>[14]</sup>: 图  $\mathbf{G}$  的 Laplacian 矩阵  $\mathbf{L}$  至少有一个零特征值,其他非零特征值均具有正实部;如果有向图  $\mathbf{G}$  包含有一个有向生成树,则 0 是  $\mathbf{L}$  的简单特征值,  $\mathbf{1}_N$  是其对应的右特征向量。

引理 2<sup>[15]</sup>: 对于图的 Laplacian 矩阵  $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ , 那么存在一个矩阵  $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{N \times N-1}$  使得  $\mathbf{L} = \mathbf{M}\mathbf{E}$ , 其中  $\mathbf{E} \in \mathbf{R}^{(N-1) \times N}$ , 其特定形式为

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

进一步,如果图包含一个有向生成树,那么矩阵  $\mathbf{M}$  是列满秩的,且矩阵  $\mathbf{E}\mathbf{M}$  的特征值是  $\mathbf{L}$  的非零特征值,则  $\text{Re}(\lambda(\mathbf{E}\mathbf{M})) > 0$ 。

引理 3<sup>[15]</sup>: 对于在引理 2 中定义的矩阵  $\mathbf{E}\mathbf{M}$ , 如果图包含有一个有向生成树,存在一个对称正定矩阵  $\mathbf{Q}$  和一个正标量参数  $\alpha$  使得

$$(\mathbf{E}\mathbf{M})^T \mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{E}\mathbf{M} > \alpha \mathbf{Q} \quad (1)$$

其中,  $0 < \alpha < 2\min\{\text{Re}(\lambda(\mathbf{E}\mathbf{M}))\}$

引理 4<sup>[16]</sup>: 如果  $\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{B}(\tau) d\tau = \bar{\mathbf{B}}$  成立时,

$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A}(t) + \bar{\mathbf{B}})\mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, t \geq t_0$  是一致指数稳定的,其中  $T$  为正常数。

那么存在一个  $\varepsilon^* > 0$ , 对于所有的  $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*)$ , 使得  $\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A}(t) + \mathbf{B}(t/\varepsilon))\mathbf{x}(t)$ ,  $t \geq t_0$  是一致指数稳定的。

## 2 问题描述

在本文,将无人机视为一个质点,考虑由如下动力学模型描述的  $N$  架无人机构成的多无人机系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{v}_i(t) \\ \dot{\mathbf{v}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{x}_i(t)$  和  $\mathbf{v}_i(t)$  分别代表在  $t$  时刻第  $i$  架无人机的位置和速度;  $\mathbf{u}_i(t)$  代表在  $t$  时刻第  $i$  架无

人机的控制输入。在本文的研究中,假设无人机在三维空间的运动相互解耦,因此为了求解方便,仅在一维空间对其进行研究,所得结论完全可以推广至三维空间。

令  $\boldsymbol{\eta}_i(t) = [\mathbf{x}_i(t) \quad \mathbf{v}_i(t)]^T$ , 因此系统(2)可描述为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) \quad i=1,2,\dots,N \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

无人机的时变编队由连续可微函数  $\mathbf{h}_i(t) = [h_{ix}(t) \quad h_{iv}(t)]^T$ ,  $h_{iv}(t) = \dot{h}_{ix}(t)$  描述。基于一致性算法设计了如下分布式控制器

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(t) = & \mathbf{K}_1(\boldsymbol{\eta}_i(t) - \mathbf{h}_i(t)) + \mathbf{w}_i(t) + \\ & \mathbf{K}_2 \sum_{j=1}^N a_{ij} ((\boldsymbol{\eta}_j(t) - \mathbf{h}_j(t)) - (\boldsymbol{\eta}_i(t) - \mathbf{h}_i(t))) \\ & i=1,2,\dots,N \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$  为待求的反馈矩阵。

定义 1: 多无人机系统能够形成编队  $\mathbf{h}(t)$ , 当且仅当

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|(\boldsymbol{\eta}_j(t) - \mathbf{h}_j(t)) - (\boldsymbol{\eta}_i(t) - \mathbf{h}_i(t))\| = 0, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

对于无人机系统(2)的任意初始状态均成立。

在本文中考虑一组有界的连续时间区间的无限序列  $[t_k, t_{k+1})$ ,  $k=0,1,\dots$ , 其中,  $t_0=0$ , 对于某一常数  $T > 0$ , 有  $t_{k+1} - t_k \leq T$ 。假设在每一个区间  $[t_k, t_{k+1})$  上有一个不重叠的序列  $[t_k^1, t_k^2), \dots, [t_k^j, t_k^{j+1}), \dots, [t_k^{m_k}, t_k^{m_k+1})$ ,  $t_k = t_k^1, t_{k+1} = t_k^{m_k+1}$ , 其中对整数  $m_k \geq 0$  和某一给定的常数  $\tau > 0$ , 有  $t_k^{i+1} - t_k^i \geq \tau, 1 \leq j \leq m_k$ , 使得拓扑图在每个时间子区间内保持不变, 表示为  $G_{k_j}$ 。在每个时间子区间  $[t_k^j, t_k^{j+1})$  内, 拓扑图是不一定连通的。令  $\bar{\mathbf{G}}^{\sigma(t)}$  为一系列拓扑图  $G^1, \dots, G^m$  的联合图。其中,  $\bar{\mathbf{G}}^{\sigma(t)}$  的节点集合和边集合分别是该系列拓扑图的节点和边的并集。节点  $i$  和  $j$  之间的边的权重是该系列拓扑图  $G^1, \dots, G^m$  的  $a_{ij}$  的和。我们说, 集合  $G^1, \dots, G^m$  联合包含一个有向生成树, 是指其联合图  $\bar{\mathbf{G}}^{\sigma(t)}$  包含一个有向生成树, 即系统的通信拓扑图是联合连通的。令  $\bar{\mathbf{L}}^{\sigma(t)}$  为图  $\bar{\mathbf{G}}^{\sigma(t)}$  的 Laplacian 矩阵。

本文将要研究的问题是, 当无人机之间的拓扑结构为联合连通时, 在控制器(4)的作用下, 如何形成期望编队。

### 3 编队分析

将控制器(4)代入系统(2)并整理可得

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = & (\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_1) - \mathbf{L}^{\sigma(t)} \otimes \mathbf{BK}_2) \boldsymbol{\eta}(t) + \\ & (\mathbf{L}^{\sigma(t)} \otimes \mathbf{BK}_2 - \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{BK}_1) \mathbf{h}(t) + \\ & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}) \mathbf{w}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

令  $\boldsymbol{\theta}_i(t) = \boldsymbol{\eta}_i(t) - \mathbf{h}_i(t)$ , 可得

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = & (\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_1) - \mathbf{L}^{\sigma(t)} \otimes \mathbf{BK}_2) \boldsymbol{\theta}(t) + \\ & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) \mathbf{h}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}) \mathbf{w}(t) - \\ & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{I}_n) \dot{\mathbf{h}}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

所以

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|(\boldsymbol{\eta}_j(t) - \mathbf{h}_j(t)) - (\boldsymbol{\eta}_i(t) - \mathbf{h}_i(t))\| = 0 \\ \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\theta}_j - \boldsymbol{\theta}_i\| = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (8)$$

因此系统(2)的编队控制问题转化成了系统(7)的一致性问题

令  $\boldsymbol{\xi}_i(t) = \boldsymbol{\theta}_i(t) - \boldsymbol{\theta}_{i+1}(t)$ , 可得  $\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{E}\boldsymbol{\theta}(t)$ 。

故

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = & (\mathbf{I}_{N-1} \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_1) - \mathbf{E}\mathbf{M}^{\sigma(t)} \otimes \mathbf{BK}_2) \boldsymbol{\xi}(t) + \\ & (\mathbf{E} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{h}(t) + (\mathbf{E} \otimes \mathbf{B}) \mathbf{w}(t) - \\ & (\mathbf{E} \otimes \mathbf{I}_n) \dot{\mathbf{h}}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

因此当且仅当

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} (\mathbf{E} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{h}(t) + (\mathbf{E} \otimes \mathbf{B}) \mathbf{w}(t) \\ - (\mathbf{E} \otimes \mathbf{I}_n) \dot{\mathbf{h}}(t) \end{pmatrix} = 0 \quad (10)$$

且

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = & (\mathbf{I}_{N-1} \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_1) - \\ & \mathbf{E}\mathbf{M}^{\sigma(t)} \otimes \mathbf{BK}_2) \boldsymbol{\xi}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

是渐进稳定的, 系统能够形成编队。

根据式(10)可求得

$$\mathbf{w}(t) = \dot{\mathbf{h}}_v(t) \quad (12)$$

因此系统(2)的编队控制问题等价于系统(11)的稳定性问题。

令  $\bar{\mathbf{M}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{M}^{\sigma(s)} ds = \sum_{s=t}^{t+T} \tau^{\sigma(s)} \mathbf{M}^{\sigma(s)}$ , 其中  $s = k_1, \dots, k_{m_k}, t_k^1 = t, t_k^{m_k} = t + T$ 。因此根据引理 4 可得

$$\bar{\mathbf{L}}^{av} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{M}^{\sigma(s)} \mathbf{E} d\tau = \bar{\mathbf{M}} \mathbf{E} \quad (13)$$

因此, 将系统(11)转化为了如下时间平均系统

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = & (\mathbf{I}_{N-1} \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_1) - \\ & \bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{M}} \otimes \mathbf{BK}_2) \boldsymbol{\xi}(t) \end{aligned} \quad (14)$$

由引理 3 可得, 存在一个对称正定矩阵  $\mathbf{Q} > 0$  和一个正定标量参数  $\alpha$  使得

$$(\overline{EM})^T Q + Q \overline{EM} > 2\alpha Q \quad (15)$$

其中,  $0 < \alpha < \min\{\text{Re}(\lambda(\overline{EM}))\}$

算法: 如果系统通信拓扑图切换足够快, 按照如下步骤所设计的控制器给出控制器(4)能够使得系统(2)形成期望编队。

1) 配置  $(A + BK_1)$  极点, 使其极点位于负半平面, 求得反馈矩阵  $K_1$ ;

2) 根据步骤 1) 中求解的矩阵  $K_1$ , 求解线性矩阵不等式(16), 得到可行解  $P$ , 进而确定  $K_2 = B^T P$ 。

$$(A + BK_1)^T P + P(A + BK_1) - 2\alpha PBB^T P < 0 \quad (16)$$

证明: 构造如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = \xi(t)^T (Q \otimes P) \xi(t) \quad (17)$$

令  $K_2 = B^T P$ , 将式(14)沿着式(11)求导可得

$$\dot{V}(t) = \xi(t)^T (Q \otimes ((A + BK_1)^T P + P(A + BK_1)) - (Q \overline{EM} + (\overline{EM})^T Q) \otimes PBB^T P) \xi(t) \quad (18)$$

由式(15)可得

$$\dot{V}(t) \leq \xi(t)^T (Q \otimes ((A + BK_1)^T P + P(A + BK_1) - 2\alpha PBB^T P)) \xi(t) \quad (19)$$

根据式(16)可得  $\dot{V}(t) < 0$ , 即时间平均系统(14)是渐进稳定的。

因此根据引理 4 可得存在一个正常数  $\epsilon^* > 0$ , 使得对于任意的  $\epsilon \in (0, \epsilon^*)$ , 如下的系统是渐近稳定的

$$\dot{\xi}(t) = (I_{N-1} \otimes (A + BK_1) - cEM_{(t/\epsilon)} \otimes BK_2) \xi(t) \quad (20)$$

其中,  $\epsilon$  刻画了拓扑图  $G_{(t/\epsilon)}$  的变化速度。这表明, 如果拓扑切换得足够快, 系统(11)是渐进稳定的, 即系统(2)在控制器(4)作用下能够形成期望时变编队。

#### 4 仿真验证

由于本文假设无人机三维运动相互解耦, 故仿真时只是针对其中一维空间运动进行仿真, 用以验证所设计控制器的有效性。

设无人机的通信拓扑结构在  $\{G^1, G^2, G^3\}$  中随着时间切换, 拓扑结构如图 1 所示, 每个通信拓扑均不包含有向生成树, 而整个拓扑集合包含一个有向生成树。

从图 1 可以看出, 3 个不包含有向生成树的通信拓扑图构成的联合连通拓扑图包含一条有向生成树, 其对应的 Laplacian 矩阵为

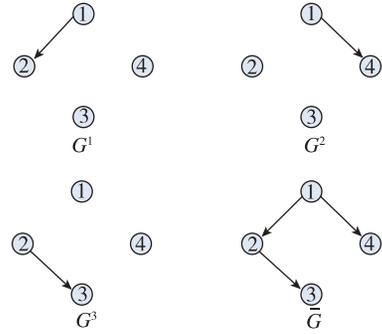


图 1 通信拓扑图

Fig. 1 Communication topology

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设无人机初始状态为

$$\begin{aligned} \eta_1 &= [1 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad -3]^T \\ \eta_2 &= [-3 \quad 1 \quad 1 \quad -2 \quad 3 \quad 1]^T \\ \eta_3 &= [3 \quad -4 \quad 1 \quad 3 \quad -2 \quad 3]^T \\ \eta_4 &= [-1 \quad 4 \quad 5 \quad 1 \quad 1 \quad 2]^T \end{aligned}$$

无人机期望编队函数

$$h_{ix}(t) = \begin{bmatrix} 3\sin\left(2t + \frac{(i-1)\pi}{2}\right) \\ 6\sin\left(2t + \frac{(i-1)\pi}{2}\right) \\ 3\cos\left(2t + \frac{(i-1)\pi}{2}\right) \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3, 4$$

表示第  $i$  架无人机在三维空间中的期望位置, 由编队函数可知, 期望编队为 4 架无人机在空间中构成时变的平行四边形。

假设无人机编队的通信拓扑结构按照图 2 所示的切换过程进行切换, 即  $G^1 \rightarrow G^2 \rightarrow G^3 \rightarrow G^1 \rightarrow \dots$ ,

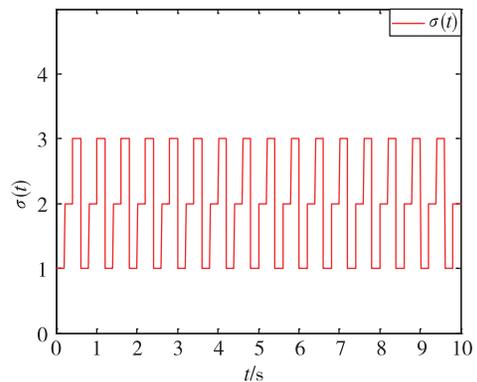


图 2 拓扑切换过程

Fig. 2 Topology switching process

每个拓扑图的驻留时间为 0.2s,因此,每隔 0.6s,联合拓扑图就包含一条有向生成树。根据算法给出的步骤,求得反馈矩阵

$$\mathbf{K}_1 = [-8 \quad -4], \mathbf{K}_2 = [7.1445 \quad 5.2057]$$

当 4 架无人机的位置状态与期望编队的位置误差达成一致时,将形成期望编队。

图 3 所示为无人机的实时位置与期望编队函数位置误差,从图 3 中可以看出,当  $t=2.5\text{s}$  时,误差趋于一致,意味着此时多无人机系统形成了期望编队。

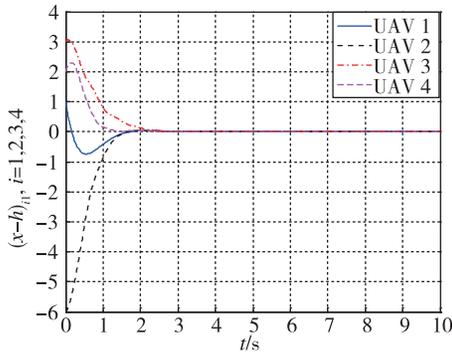


图 3 无人机与编队函数位置误差

Fig. 3 Position error of UAV and formation function

图 4 和图 5 分别为多无人机系统在 1s 和 3s 时,每架无人机在三维空间中的位置,每架无人机的表示符号均在图例中给出。从图 4 中可以看出,1s 时多无人机系统仍未构成空间平行四边形,即未形成期望编队,这与图 3 中 1s 时无人机与期望编队函数位置误差未达成一致。从图 5 中可以看出,2.5s 时,多无人机系统已经在三维空间中形成平行四边形编队,即达成期望编队,与图 3 中 2.5s 时无人机与期望编队函数位置误差达成一致。

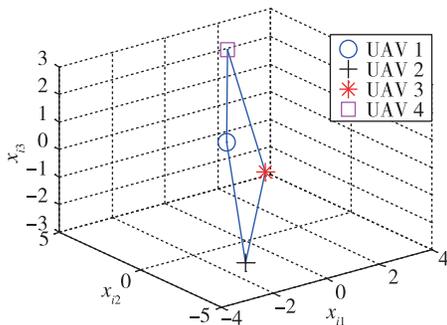


图 4 1s 时无人机空间位置

Fig. 4 Space position of UAVs at 1s

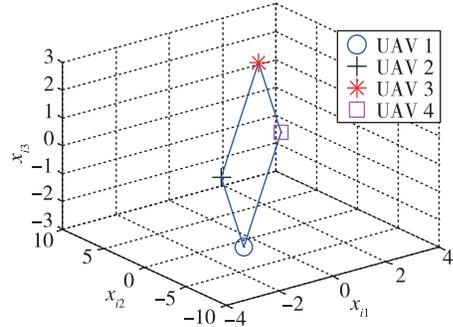


图 5 2.5s 时无人机空间位置

Fig. 5 Space position of UAVs at 2.5s

## 5 结论

本文基于一致性理论,设计了一致性控制器,使得多无人机系统形成了期望编队,得出了以下结论:

1) 相比于已有结论,本文降低了多智能体系统编队在形成过程中对通信条件的要求,降低了对通信的影响,同时节约了系统的通信带宽。

2) 本文通过变量代换和 Laplacian 矩阵的特殊分解,将编队控制问题简化为低阶系统的渐进稳定问题,解决问题方法更为简便。

## 参考文献

- [1] Liu W, Liu A, Zhou S. Distributed  $H_\infty$  control of multi-agent systems with directed networks[J]. Chinese Physics B, 2015, 24(9): 73-79.
- [2] Zhou S, Wei L, Wu Q, et al. Leaderless consensus of linear multi-agent systems: matrix decomposition approach[C]// Proceedings of International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC). IEEE, 2015.
- [3] Huang C, Weng S, Dong Y, et al. Distributed cooperative control of energy storage units in microgrid based on multi-agent consensus method[J]. Electric Power Systems Research, 2017, 147: 213-223.
- [4] Fei S, Turkoglu K. Distributed real-time non-linear receding horizon control methodology for multi-agent consensus problems[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 63(C): 82-90.
- [5] Nowzari C, Garcia E, Cortes J. Event-triggered communication and control of network systems for multi-agent consensus[J]. Automatica, 2017.
- [6] 毛昱天, 杨明, 张锐, 等. 领航跟随多导弹系统分布式协同制导[J]. 导航定位与授时, 2016, 3(2): 20-24.

- Mao Yutian, Yang Ming, Zhang Rui, et al. Decentralized cooperative guidance for leader-follower multi-missile systems[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2016, 3(2): 20-24(in Chinese).
- [7] Xie G, Wang L. Moving formation convergence of a group of mobile robots via decentralised information feedback [J]. *International Journal of Systems Science*, 2009, 40(10): 1019-1027.
- [8] Dong X, Yu B, Shi Z, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: theories and applications[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 23(1): 340-348.
- [9] Tao T, Liu Z, Chen Z. Event-triggered formation control of multi-agent systems[C]// *Proceedings of Control Conference*. IEEE, 2011.
- [10] 周绍磊, 祁亚辉, 张雷, 等. 切换拓扑下无人机集群系统时变编队控制[J]. *航空学报*, 2017, 38(4): 264-272.
- Zhou Shaolei, Qi Yahui, Zhang Lei, et al. Time-varying formation control of UAV swam systems with switching topologies[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(4): 264-272(in Chinese).
- [11] 刘伟, 周绍磊, 祁亚辉, 等. 有向切换通信拓扑下多无人机分布式编队控制(英文)[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1422-1427.
- Liu Wei, Zhou Shaolei, Qi Yahui, et al. Distributed formation control for multiple unmanned aerial vehicles with directed switching communication topologies[J]. *Control Theory and Applications*, 2015, 32(10): 1422-1427(in Chinese).
- [12] Yan Z, Dong X, Geng L, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles with switching interaction topologies[C]// *Proceedings of International Conference on Unmanned Aircraft Systems*. IEEE, 2014.
- [13] 韩亮, 任章, 董希旺, 等. 多无人机协同控制方法及应用研究[J]. *导航定位与授时*, 2018, 5(4): 5-11.
- Han Liang, Ren Zhang, Dong Xi Wang, et al. Research on cooperative control method and application for multiple unmanned aerial vehicles[J]. *Navigation Positioning & Timing*, 2018, 5(4): 5-11(in Chinese).
- [14] 任伟. 多航形体协同控制中的分布式一致性[M]. 北京: 电子工业出版社, 2014.
- Ren Wei. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014(in Chinese).
- [15] Wei L, Zhou S, Qi Y, et al. Leaderless consensus of multi-agent systems with Lipschitz nonlinear dynamics and switching topologies[J]. *Neurocomputing*, 2015, 173: S770174208.
- [16] Stilwell D J, Boltt E M, Roberson D G. Sufficient conditions for fast switching synchronization in time-varying network topologies[J]. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 2006, 5(1): 140-156.