

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.01.013

三维光晶格在镱原子光钟中的应用研究

张梦亚, 谯 皓, 彭成权, 孙常越, 齐启超, 周 敏, 徐信业

(华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

摘要:首先介绍了镱原子光晶格钟的基本原理及构成,随后提出了三维光晶格在镱原子光钟上应用的可行性。通过操控光晶格中冷镱原子的量子特性,降低了光晶格频移的不确定度,提高了光钟性能。在 Mott 绝缘区域中将冷镱原子装载到三维光晶格的基带中,使原子密度最大化,从而极大地抑制了光频移。在 JILA 小组锶原子费米简并三维光晶格的实验基础上,提出了对于镱原子光钟也可采用三维光晶格结构的方案,阐述了抑制镱原子光钟三维方向标量、矢量和张量频移的方法。最后对冷镱原子三维光晶格钟的应用研究进行了展望。

关键词:冷镱原子光钟;光频移;三维光晶格;Mott 绝缘态

中图分类号:TB939

文献标志码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:2095-8110(2020)01-0086-06



Application of Three-Dimensional Optical Lattice in Ytterbium Optical Clock

ZHANG Meng-ya, JIAO Hao, PENG Cheng-quan, SUN Chang-yue, QI Qi-chao, ZHOU Min, XU Xin-ye

(State Key Laboratory of Precision Spectroscopy Science and Technology,
East China Normal University, Shanghai 200062, China)

Abstract: This paper first introduces the basic principle and structure of ytterbium atomic optical lattice clock, and then puts forward the feasibility of applying three-dimensional optical lattice to ytterbium atomic optical clock. By controlling the quantum properties of cool ytterbium atoms in optical lattices, the uncertainty of frequency shift of optical lattices is reduced and the performance of optical clock is improved. The cold ytterbium atoms are loaded into the baseband of the three-dimensional optical lattice in the Mott insulation region to maximize the atomic density and greatly suppress the optical frequency shift. Based on the experiment of strontium atom Fermi degenerate three-dimensional optical lattice in JILA group, a scheme of using three-dimensional optical lattice structure for ytterbium atomic optical clock is proposed, and the method of suppressing the frequency shift of scalar, vector and tensor in three-dimensional direction of ytterbium atomic optical clock is described. Finally, the application of ytterbium 3D optical lattice clock is prospected.

Key words: Ytterbium atomic clock; Optical frequency shift; Three-dimensional optical lattice; Mott insulation state

收稿日期:2019-06-01;修订日期:2019-07-02

基金项目:国家重点研究发展规划(973计划)(2016YFA0302103,2017YFF0212003,2016YFB0501601)

作者简介:张梦亚(1994-),女,硕士研究生,主要从事冷原子精密光谱学的研究。E-mail: 18329026867@163.com

通信作者:徐信业(1964-),男,博士,教授,主要从事冷原子物理和原子频标的研究。E-mail: xyxu@phy.ecnu.edu.com

0 引言

自从 1955 年第一个连续的铯频率标准问世以来,它一直发挥着时间频率标准的作用^[1]。现在,一些新开发的铯喷泉频率标准报道频率不确定度为 10^{-15} 。而随着科学技术的进步,光钟显示出巨大的发展潜力^[2]。光钟的时钟频率高出微波钟 5 个数量级,能达到更好的光钟稳定度,以及更低的光钟不确定度^[3]。

光钟对物理学研究、计量科学研究和高科技研究均有非常大的推动力,光钟的关键技术在全球定位系统(Global Positioning System, GPS)^[4]、高速通信和深空探测等研究领域具有重要的应用价值。精确的光学原子钟具有改变秒定义的潜力,可以在各种科学和技术应用中提高测量精度和传感器分辨率^[5]。

并且在近年来,随着飞秒激光频率梳的发展,直接测量光学频率已成为现实。光梳与窄线宽激光器相结合,使第一代基于中性原子的光学原子频率标准和时钟成为可能。为了追求更好的原子钟已经推动了诸多研究领域的发展,例如提供了更好的量子态控制和量子科学的新见解。

现今使用的 7 个基本国际单位中,时间单位“秒”的测量精度是最高的^[6]。时间和频率是倒数的关系,频率可由时间推导得出。光钟的性能指标可分为两方面:稳定度(Stability)和不确定度(Uncertainty)。死时间的存在限制了光钟的稳定度。除此之外,钟探测光频移、环境因素如磁场和温度变化等均会影响光钟系统的稳定度。国际上一般使用阿伦偏差(Allan Deviation)来评价光钟的稳定度^[7]。

目前,本小组实验上镱原子光钟通过同步比对 2 台光钟,得到单台光钟的稳定度为 $2.9 \times 10^{-15} / \tau^{1/2}$,在经过 5000s 时间的平均后,稳定度优于 4×10^{-17} 。通过同步比对 2 台光钟研究系统频移,得到了其中单台光钟的系统不确定度为 10^{-16} 量级,与理论期望值还差 2 个数量级。

目前实验上所使用的一维光晶格光路比较简单,实施起来比较容易。当冷原子被囚禁在中心区域,受重力的影响,一般通过在 z 方向上外加一个磁场来抵消重力场的影响^[8];此外,磁场还提供了一个量子化轴。但是,这种方案不可避免地存在原子间的碰撞问题^[9]。通过三维光晶格,可以实现少

数原子占据每个格点的布局,从而大大降低了原子间碰撞导致的光频移^[10]。2018 年美国天体物理联合实验室(Joint Institute for Laboratory Astrophysics, JILA)小组镱原子费米简并三维光晶格已达到低于 10^{-18} 的系统频移。

1 冷镱原子光晶格钟

1.1 冷镱原子光钟

光钟由 3 个主要的部分构成:第一部分是光学频率标准,即囚禁在光晶格中的冷原子产生的光学跃迁频率(图 1);第二部分是窄线宽超稳激光光源,它的作用类似于能够产生非常稳定的周期信号的振荡器;第三部分是光梳,它的作用类似于一个精度相当高的光学齿轮,将光波频率和可计数的微波频率相连^[11]。目前存在了两种类型的光钟^[12]:单离子时钟和光晶格钟。在光晶格钟中,数千个中性原子被捕获在光学势中^[13]。光晶格钟已经实现了非常低的系统不确定度^[14]。

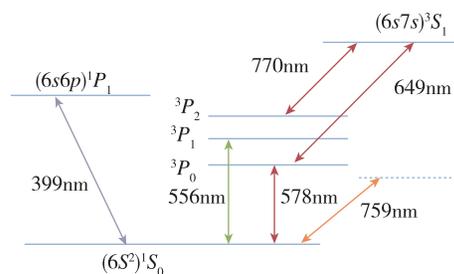


图 1 镱原子用于光钟的原子能级跃迁图

Fig. 1 Energy level transition spectra of ytterbium atomic optical lattices

冷镱原子光钟实验装置由真空系统、激光和探测系统等组成。激光系统中包含 399nm 一级冷却光、556nm 二级冷却光和极化光、759nm 晶格光、649nm & 770nm 泵浦光,以及 578nm 钟探测光和边带冷却光等。其中本文主要讨论晶格光 759nm 激光由一维方向变为三维方向对光钟不稳定性性能的影响。

1.2 冷镱原子光钟的一维光晶格频移

目前在实验上所用的 759nm 光晶格激光由 Coherent 相干公司的钛宝石激光器提供,钛宝石激光器输出的激光功率为 4.0W,实验上使用光纤送至真空腔内,激光功率最大为 1.1W(图 2)。

光晶格由光学驻波形成,在实验中用一束来回对打并且聚焦的高斯光束构成一维的光晶格^[15]。

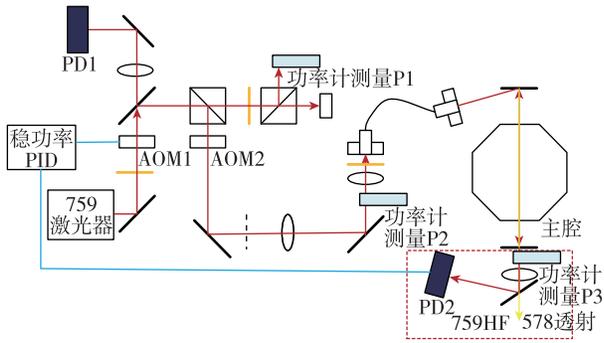


图2 冷铷原子759nm晶格光实验光路

Fig. 2 Experimental optical path of 759nm lattice light for cold ytterbium atom

但是这个一维光晶格光的引入会使原子能级发生移动,光钟产生频移。因此首先需要对晶格光产生的光频移进行分析,进而对该项频移进行实验测量(图3)^[16]。

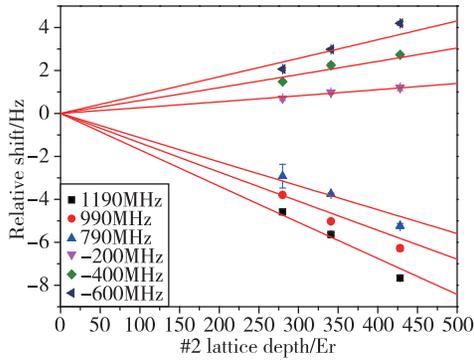


图3 测量光晶格频移

Fig. 3 Measurement of optical lattice frequency shift

实验中分别测量在#2 759 进腔功率为0.98W、0.8W和0.6W不同759 频差下的相对频移量,以2台759 频差为0的数据点(即 $f_{\text{cavity}2} - f_{\text{cavity}1} = 0$)作为零点处理,根据公式: $\delta\nu = -\alpha U - \beta U^2$ 对数据进行二次函数拟合,其中 $\beta = -2.85 \times 10^{-7} \text{ Hz/Er}^2$ 。

根据以上数据拟合得到极化率 α ,并对 α 进行线性拟合 $\alpha = kx + b$,结果如图4所示。

拟合数据得到斜率 $k = 1.39219 \times 10^5 \text{ Hz/(Er} \cdot \text{MHz)}$,那么可以得到: $\alpha = 1.39219 \times 10^{-5} \times \Delta\nu + 8.41255 \times 10^{-5}$,因此可得到当 $\alpha = 0$ 时的失谐量 $\Delta\nu = -6.043 \text{ MHz}$,实验中通过光梳测量#1 759 的频率 $f_{\text{comb}} = 394798659.999924 \text{ MHz}$ 。

$f_{\text{cavity}1} = f_{\text{comb}} - 80 \text{ MHz} = 394798579.999924 \text{ MHz}$,计算得到魔术波长为

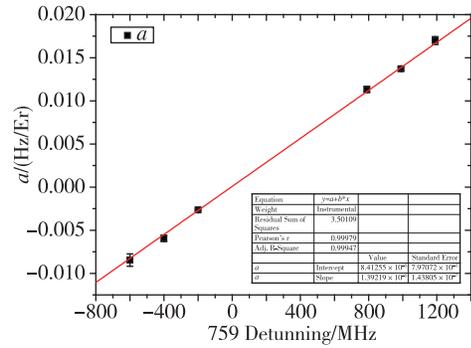


图4 光晶格数据拟合

Fig. 4 Optical lattice data fitting

$$f_{\text{magic}} = f_{\text{cavity}1} + \Delta\nu = 394798573.956924 \text{ MHz}$$

在晶格光势阱深度为428Er的情况下,对应的频移量为: $\delta\nu = -\alpha U - \beta U^2 = 0.08595 \text{ Hz}$,得到光晶格频移的不确定度为 1.65×10^{-16} 。

2 三维光晶格的理论依据

2.1 标量、矢量、张量光频移和魔术波长

三维(3D)光晶格的实现可以大大减小光晶格频移。然而与一维光晶格相比,在三维晶格中,晶格的光偏振不能在空间上均匀,特别是对于具有非零角动量的费米子同位素来说^[17]。

激光频率和激光功率并不是一直恒定不变的,由于激光频率的测量误差,导致激光频率偏离魔术频率从而产生光频移^[18]。相应地,虽然钟探测光功率很低,但是现阶段由其光功率起伏引起的频移以及频率不确定度不能忽略。

电偶极近似下,可以得到实际钟跃迁频率为

$$\nu(\lambda_L, \mathbf{e}_L) = \nu_0 + \nu_{\text{ac}} \approx \nu_0 - \Delta\alpha_{\text{E1}}(\lambda_L, \mathbf{e}_L) E^2 / 2h + O(E^4) \quad (1)$$

其中, λ_L 为晶格光波长, \mathbf{e}_L 为激光偏振方向, $\Delta\alpha_{\text{E1}}(\lambda_L, \mathbf{e}_L) = \alpha_e(\lambda_L, \mathbf{e}_L) - \alpha_g(\lambda_L, \mathbf{e}_L)$ 。

如果只考虑电偶极作用,并忽略高阶项的影响,通过调节晶格光波长 λ_L 和激光偏振方向 \mathbf{e}_L ,使得上下能级移动相同。当激光波长偏离魔术波长时,晶格光频移主要是一阶光频移起到主导作用;但是当光晶格光在最佳波长位置时,二阶光频移(超极化率变化)将影响光钟的频率不确定度^[19]。

在魔术波长的囚禁势中,光强引起的光频移近似为 $\Delta\nu = -\Delta\omega \cdot I$,而 $\Delta\omega = 0$ 时,则原子跃迁频移和光强无关。对应到某跃迁谱线的频移可写成

$$\nu_{\text{ac}} = \frac{1}{h} [-\Delta\alpha_{\text{E1}}(\omega_L) E^2 / 2 + O(E^4)] \quad (2)$$

其中, ω_L 是晶格光对应的角频率。 $|\zeta F m_F\rangle$ 是一个超精细结构能态, ζ 表示主量子数, 则对应的原子动态极化率可表示为

$$\alpha_{\zeta F m_F}(\omega_L) = \alpha_F^S(\omega_L) + (\hat{k} \cdot \hat{B}) A \frac{m_F}{2F} \alpha_F^V(\omega_L) + \frac{1}{2} (3|\hat{\epsilon} \cdot \hat{B}|^2 - 1) \frac{3m_F^2 - F(F+1)}{F(2F-1)} \alpha_F^T(\omega_L) \quad (3)$$

其中, 标量、矢量和张量极化率可用 $\alpha_F^S(\omega_{\text{lat}})$, $\alpha_F^V(\omega_{\text{lat}})$, $\alpha_F^T(\omega_{\text{lat}})$ 来描述。实验中需要消除标量、矢量和张量光频移。

2.2 Mott 绝缘态和原子相互作用

在三维光晶格中, 3 个相互垂直的驻波激光束形成三维光晶格。原子的运动由它们在相邻晶格位点之间的隧穿速率决定。

在讨论 Mott 绝缘态之前, 首先引入了玻色-哈伯德模型, 它是讨论超流态-Mott 绝缘态量子相变的出发点。对于稀薄的碱金属气体, 可只考虑 2 个原子间的 s 波散射, 原子间的相互作用势 $U(r)$ 是短程相互作用, 远小于晶格常数, 可近似用一个 δ 势来代替

$$U(r) = \frac{4\pi a_s \hbar^2}{m} \delta(r) \quad (4)$$

其中, a_s 表示 s 波散射长度, m 表示单个玻色原子的质量。对于单原子系统能量本征态是 Bloch 波函数, 适当叠加的 Bloch 波可以构成一套 Wannier 波函数集 $w(r-r_i)$, 利用玻色-哈伯德模型表示哈密顿量

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \sum_i \epsilon_i \hat{n}_i + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) \quad (5)$$

ϵ_i 描述了对不同的格点处的能阶, 在本文中考虑它是一个常量的情况。隧穿矩阵元 J 是在格点 i 和格点 j 之间的跃迁矩阵元

$$J = \int dr w^*(r-r_i) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_0^2(r) \right] w(r-r_j) \quad (6)$$

粒子间相互作用由格点相互作用能 U 来描述

$$U(r) = 4\pi a_s \hbar^2 \int dr |w(r)|^2 / m \quad (7)$$

其中, 相互作用势 U 和隧穿矩阵元 J 都由生成光晶格的激光控制, U 随阱深 V_{lat} 的增加而增加。格点能可表示为

$$U(r) = \frac{4\pi a_s \hbar^2}{m \beta^3 \pi^{3/2}} = \frac{2\pi \hbar w}{\sqrt{2} \pi} \left(\frac{\alpha_s}{\beta} \right) \quad (8)$$

隧穿矩阵元可表示为

$$J = \frac{\hbar w}{8} \left[1 - \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \right] \left(\frac{\alpha_s}{\beta} \right) e^{-\frac{1}{4}(\alpha_s/\beta)^2} \quad (9)$$

晶格中每个格点只有一个粒子, 粒子之间的排斥使粒子从一个格点跃迁到另外一个格点受到抑制。在 Mott 绝缘态, 存在一个能隙 Δ , 当隧穿矩阵元 $J \leq U$ 时, 能隙等于格点相互作用能 U 。

由于 2 个原子间的格点排斥相互作用, 一个格点上填充 2 个原子的态的能量要比原来填充一个原子的态的能级大 U , 因而要产生激发就需要能量 U 。所以在 Mott 绝缘态下, 原子在格点之间的跃迁就被抑制了。

当格点之间的能量差等于 U 时就会出现隧穿。对于光晶格中的冷原子, 当原子间相互作用排斥势 U 足够大以致使得能隙 $\Delta > 0$ 成立时, 则表明能谱中存在能隙, 从而意味着 Mott 绝缘态的存在; 反之当隧穿矩阵元 J 增加时, 能隙宽度 Δ 减少, 最终 2 个能带在激发能谱中叠加, 能隙消失, 表明超流相的存在。根据以上分析, 得到了超流相到 Mott 绝缘相转变的条件为能隙 $\Delta = 0$ 。

3 三维光晶格在镱原子光钟中的应用研究

3.1 应用于镱原子的三维光晶格理论方案

对于费米子光晶格钟, 本小组选用 ^{171}Yb 原子, 它具有最简单的费米子结构, 是研究费米原子光晶格钟的理想原子。

对于 ^{171}Yb , 核自旋为 $1/2$, 钟跃迁态 $F=1/2$, 那么有 $3m_F^2 - F(F+1) = 3 \times (\pm \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) = 0$, 即不存在张量频移, 所以上述应用于 ^{87}Sr 的通过结合标量和张量频移的方式不适合 ^{171}Yb 。对于 ^{87}Sr , 为了使三束驻波的频率不同, 水平方向的两束光分别在魔术频率的两侧 ($\pm 2.5\text{MHz}$)。那么对于 ^{171}Yb , 如果采用和 ^{87}Sr 相同的三维光晶格结构, 即三束驻波均为线偏振, 水平方向偏振和磁场平行, 竖直方向偏振和磁场垂直, 由于线偏振, 矢量频移可以得到有效抑制。那么只剩下标量频移, 同时又不能采用相同的频率, 所以可以选择竖直方向频率为魔术频率, 水平方向频率分别在魔术频率两侧以产生相反的频移。

3.2 镱原子三维光晶格的构造

考虑到要构造镱原子三维光晶格光钟, 目前讨论了其实施的一般步骤。首先, 可将镱原子通过 399nm MOT (磁光阱) 冷却, 然后装载到由三束 759nm 激光交叉形成的光偶极阱 (Crossed Optical Dipole Trap, XODT) 囚禁势中。光偶极囚禁势由

聚焦的水平光和近竖直光形成,水平光为椭圆形,在水平和竖直方向选择合适的束腰大小。竖直方向的束腰较小,束缚较强,可以抵抗重力势;垂直方向和重力势有个很小的夹角,为高斯光束,为了减小 ac Stark 频移,此光为圆偏振。

在 MOT 光关闭之后,温度为几 μK 的大量原子被装载到光偶极囚禁势中。在 MOT 囚禁之后,通过短时间内指数减小囚禁深度进行蒸发冷却,通过改变参数,蒸发冷却后的原子数目约为 $10^4 \sim 10^5$,温度在几十 nK。最后,把费米简并气体绝热地装载到三维光晶格中,由于光晶格势阱深度的增加,可以有效地抑制隧穿效应,同时压缩多原子格点。

由于光晶格中原子温度很低,可以通过飞行时间法测量多物质波干涉图像来验证。当缓慢增加晶格光势阱深时,可以通过绝热冷却进一步降低原子温度;还可以通过研究超流态到 Mott 绝缘态的量子相变,实现一个晶格格点一个原子,从而抑制了光晶格中原子的碰撞频移。

量子相变的一个重要特征是达到临界点时激发光谱的变化。当系统从超流态越过临界点进入 Mott-绝缘态时,会表现出绝缘特性。在三维光晶格中,Mott 绝缘态下将双自旋简并费米气体加载到三维光晶格的基带中,其中双重占据位置的原子数量被抑制。在这种实验条件下,原子数密度增大,原子间相互作用大大减弱,光频移的不确定度降低。

表 1 所示为本实验小组镱原子光钟各项频移值以及相应的不确定度。从表 1 中可以看出,晶格光频移引起的光频移的不确定度较大,目前限制光钟不确定度的主要因素正是晶格光频移。

表 1 镱原子光钟评估表

Tab. 1 Ytterbium atomic optical clock evaluation form

	频移值/mHz	不确定度/ 10^{-17}
晶格光频移	318	17.3
钟探针光频移	403	0.77
碰撞频移	-564.5	0.49
黑体辐射频移	-1289	1.25
一阶塞曼频移	0.004	0.2
二阶塞曼频移	-90	0.06
重力红移	-390	5.4
伺服误差	0.156	1.02
总计	-1612	18.8

三维光晶格在镱原子光钟中的应用研究主要是为了减小晶格光频移引起的不确定度。在三维光晶格内,简并费米气体中原子占据 Mott 绝缘态,

阻止了多个原子占据光晶格中同一位置。这种单原子占据的特性逐渐降低了晶格中单个原子的相互作用。而且根据三维光晶格理论计算可知,若能实现镱原子三维光晶格,随着原子相互作用的逐渐变弱,可以增加光钟中的原子密度,从而使光钟的稳定性增强,光晶格频移不确定度降低至 10^{-18} 量级,这对于光钟系统不确定度的提高有着至关重要的作用。

4 应用展望

随着光钟技术不断向前推进,新的技术也推动整个领域蓬勃向前发展。冷镱原子光晶格光钟有着非常巨大的发展前景,三维光晶格这项工作为降低光钟不确定度,提高光钟性能开辟了新的可能性。

本文针对三维光晶格在镱原子光钟中的应用研究问题,分析讨论了镱原子光钟三维光晶格的原理和结构,为实现三维光晶格所需要克服的困难提出了新的理论方案。下一步工作可以从以下几个方面入手:

- 1) 三维光晶格在镱原子真空腔上的光路设计;
- 2) 镱原子 Mott 绝缘态的实现;
- 3) 实现冷镱原子光钟三维光晶格,测量镱原子光钟光频移的稳定度和不确定度。

参考文献

- [1] Huntemann N, Sanner C, Lipphardt B, et al. Single-ion atomic clock with 3×10^{-18} systematic uncertainty[J]. Physical Review Letters, 2016, 116(6): 063001.
- [2] Nicholson T L, Campbell S L, Hutson R B, et al. Systematic evaluation of an atomic clock at 2×10^{-18} total uncertainty[J]. Nature Communications, 2015, 6: 6896.
- [3] Chou C W, Hume D B, Rosenband T, et al. Optical clocks and relativity[J]. Science, 2010, 329(5999): 1630-1633.
- [4] Li R, Gibble K, Szymaniec K. Improved accuracy of the NPL-CsF₂ primary frequency standard: evaluation of distributed cavity phase and microwave lensing frequency shifts[J]. Metrologia, 2011, 48(5): 283-289.
- [5] Nemitz N, Ohkubo T, Takamoto M, et al. Frequency ratio of Yb and Sr clocks with 5×10^{-17} uncertainty at 150 seconds averaging time[J]. Nature Photonics, 2016, 10(4): 258-261.
- [6] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J, et al. Optical atomic

- clocks[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2015, 87(2): 637.
- [7] Bloom B J, Nicholson T L, Williams J R, et al. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level[J]. *Nature*, 2014, 506(7486): 71.
- [8] Matsubara K, Hachisu H, Li Y, et al. Direct comparison of a Ca^+ single-ion clock against a Sr lattice clock to verify the absolute frequency measurement[J]. *Optics Express*, 2012, 20(20): 22034-22041.
- [9] Keller J, Burgermeister T, Kalincev D, et al. Evaluation of trap-induced systematic frequency shifts for a multi-ion optical clock at the 10^{-19} level[C]// *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2016, 723(1): 012027.
- [10] Itano W M. External-field shifts of the 199Hg^+ optical frequency standard[J]. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 2000, 105(6): 829.
- [11] Rosenband T, Hume D B, Schmidt P O, et al. Frequency ratio of Al^+ and Hg^+ single-ion optical clocks; metrology at the 17^{th} decimal place[J]. *Science*, 2008, 319(5871): 1808-1812.
- [12] Lodewyck J, Zawada M, Lorini L, et al. Observation and cancellation of a perturbing dc stark shift in strontium optical lattice clocks[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2012, 59(3): 411-415.
- [13] Plattner M P, Hugentobler U, Voithenleitner D, et al. Optical clock technology for optimized satellite navigation[C]// *Proceedings of the 24th European Frequency and Time Forum (EFTF 2010)*. 2010: 1: 2.
- [14] Takano T, Takamoto M, Ushijima I, et al. Geopotential measurements with synchronously linked optical lattice clocks[J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(10): 662.
- [15] Itano W M, Bergquist J C, Bollinger J J, et al. Quantum projection noise; population fluctuations in two-level systems[J]. *Physical Review A*, 1993, 47(5): 3554.
- [16] Westergaard P G, Lodewyck J, Lemonde P. Minimizing the dick effect in an optical lattice clock[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2010, 57(3): 623-628.
- [17] Chen N, Zhou M, Chen H Q, et al. Clock-transition spectrum of ^{171}Yb atoms in a one-dimensional optical lattice[J]. *Chinese Physics B*, 2013, 22(9): 342-347.
- [18] Li G H, Xu X Y. [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 28(6): 063203.
- [19] Zhang X, Zhou M, Chen N, et al. Study on the clock-transition spectrum of cold ^{171}Yb ytterbium atoms[J]. *Laser Physics Letters*, 2015, 12(2): 025501.