

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.01.017

基于改进 TLS-ESPRIT 算法的相干定位 信号波达方向空间平滑

胡茂厅, 杨福兴, 邓中亮, 刘 鋆

(北京邮电大学智能通信、导航与微纳系统实验室, 北京 100876)

摘要: 针对室内角度定位, 在定位信号相干条件下无法实现准确估计波达方向(DOA)的问题, 提出了一种基于 TLS-ESPRIT 算法的双向空间平滑方法。该算法先对定位相干信号进行双向空间平滑处理, 然后用 TLS-ESPRIT 算法进行 DOA 的精确估计, 使其最大限度地利用信号子空间的信息, 从而解决了算法计算过程中输出信号的协方差矩阵秩亏损情况。该算法能够准确实现定位信号相干条件下 DOA 估计, 与传统的空间平滑结合其他改进 ESPRIT 算法相比, 具有更好的平稳性及抗干扰能力。最后通过仿真实验验证了算法的有效性和稳定性。

关键词: 角度定位; DOA 估计; 空间平滑; TLS-ESPRIT 算法

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



文章编号: 2095-8110(2020)01-0113-07

Spatial Smoothing Technique for Coherent Positioning Signal DOA Estimation Based on TLS-ESPRIT Algorithm

HU Mao-ting, YANG Fu-xing, DENG Zhong-liang, LIU Yun

(Laboratory of Intelligent Communication, Navigation and Micro-Nano Systems, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: For indoor angle positioning, a two-way spatial smoothing method based on TLS-ESPRIT algorithm is presented to solve the problem of estimating the direction of arrival (DOA) inaccurately under the condition of coherent positioning signals. The algorithm firstly performs two-way spatial smoothing on the coherent positioning signal, and then uses the TLS-ESPRIT algorithm to accurately estimate the DOA in order to make maximal use of the information of signal subspaces, which solves the covariance matrix rank loss of the output signal in the algorithm calculation process. The algorithm can accurately estimate the DOA under the coherent condition of the positioning signal. Compared with traditional spatial smoothing combined with other improved ESPRIT algorithms, the proposed algorithm has better stationarity and anti-interference ability. The final algorithm simulation experiments verify the effectiveness and stability of the algorithm.

Key words: Angle positioning; DOA estimation; Spatial smoothing; TLS-ESPRIT algorithm

收稿日期: 2019-05-13; 修订日期: 2019-07-02

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFC0809702)

作者简介: 胡茂厅(1992-), 男, 硕士研究生, 主要从事室内无线定位研究。E-mail: hmt20161005@163.com

0 引言

在波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计算法中,常见的算法有很多种,例如多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法、最大似然(Maximum Likelihood, ML)算法、最大熵(Maximum Entropy, ME)算法、旋转不变信号参数估计技术(Estimating Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法等,算法的优良性决定了 DOA 估计精度,进一步决定了角度定位的误差。

其中 ESPRIT 算法^[1]最早由 Roy、Paulra 和 Kailath 等提出。由于在参数估计等方面的优势,ESPRIT 算法应用广泛。该算法主要研究由阵列的移不变特性而引起的信号子空间的旋转不变性,利用旋转因子估计 DOA。与 DOA 估计算法中常见的 MUSIC 算法相比,ESPRIT 算法不需要构造空间谱,减少了计算量,鲁棒性强,分辨率高;但在实际应用中只能用阵列输出采样值的相关函数来估计信号输出的协方差,不能用在根据阵列的移不变性分解得到的子阵长成的相似的信号子空间计算中^[2]。后来学者在 ESPRIT 算法的基础上,又提出了基于最小二乘(Least-Squares, LS)准则,引入一个与子阵张成子信号空间正交的矩阵以解决上述问题。后来在 LS-ESPRIT 算法的基础上提出了基于总体最小二乘(Total Least-Squares, TLS)准则的 TLS-ESPRIT 算法,提高了估计准确性^[3]。

考虑由于传播环境的复杂性,入射到实际阵列中的强相关或相干源信号是普遍存在的。而且对于强相关或者相干信号,这些基于特征分解类算法都无法有效进行 DOA 估计,因此研究有效的解相干算法是当前阵列信号处理领域的一个重要的研究方向^[4-5]。

常见的解相干处理方法有最大似然方法、Toeplitz 矩阵重构类算法及空间平滑类预处理方法等。最大似然方法^[6]是通过概率密度模型来进行相干源信号处理的,具有较好的解相干效果,但是它最终需要非线性多维搜索来实现 DOA 估计,计算量巨大。Toeplitz 矩阵重构类算法^[7]的最大优点是没有阵列孔径的损失,但是它在矩阵重构过程中没有充分考虑到信号的先验信息,所以在信号源功率不相同的场合,其估计精度会相对变差。空间平滑类方法最早是由 Evans^[8]等提出,随后经 Shan

等^[9]改进,成为一种常用且有效的解相干预处理方法。这种解相干方法是以牺牲阵列的有效孔径为代价,为了减少阵列孔径的损失, Pillai 等^[10]在前人的基础上提出了一种双向空间平滑算法,即前后向平滑算法。旺晋宽等^[11]在 ESPRIT 算法的基础上利用空间平滑进行 DOA 估计(M-ESPRIT 算法),解决了相关信号源无法进行 DOA 估计问题,但其估计 DOA 的准确性受外界参数影响较大,准确性较低,且平均误差较大。

针对上述问题,本文将双向空间平滑方法与 TLS-ESPRIT 算法相结合,提出了一种基于改进 TLS-ESPRIT 算法的空间平滑方法(SS-TLSE-ESPRIT)。该方法首先对输出相干信号源进行空间平滑,然后把计算得到的子阵协方差应用在 TLS-ESPRIT 算法,使其最大限度利用信号子空间的信息。

1 阵列信号数学模型

设有一个天线阵列,它由 M 个具有任意方向性的阵元按等间距排列,构成 K 个具有相同中心频率 ω_0 、波长为 λ 、阵元间距为 $d = \lambda/2$ 的空间窄带平面波($M > K$),分别以角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k$ 入射到该阵列,如图 1 所示,则第 M 个阵元的输出为

$$x_M(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} d_{M-1} \sin\theta_k) + n_M(t) \sigma^2 \quad (1)$$

其中, $s_k(t)$ 为入射到阵列的第 k 个源信号; $n_m(t)$ 为第 M 个阵元的加性噪声,方差为 σ^2 ; θ_k 为第 k 个源信号的 DOA; λ 为信号源波长。定义 θ_k 的方向向量为

$$\mathbf{a}(\theta_k) = \left[1, \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda} d_1 \sin\theta_k\right), \dots, \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda} d_{M-1} \sin\theta_k\right) \right]^T \quad (2)$$

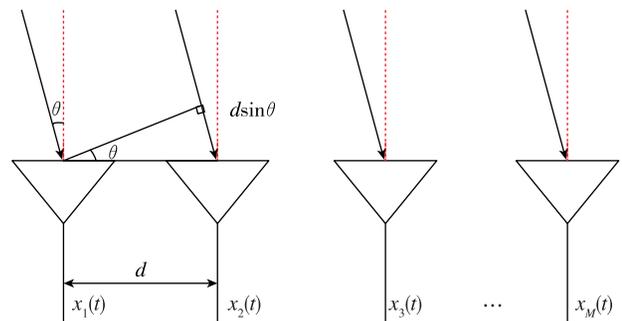


图 1 信号接收模型

Fig. 1 Signal reception model

则阵列输出信号可写成如下矩阵形式

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{G}(t) \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_k)]$$

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_k(t)]^T$$

$$\mathbf{G}(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_M(t)]^T$$

根据式(3)可得阵列输出信号协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}_M \quad (4)$$

式中: $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ 为信号协方差矩阵; \mathbf{I}_M 为 M 阶单位阵。

2 本文方法

2.1 空间平滑技术

空间平滑技术 (Spatial Smoothing Techniques, SST) 是处理强相关或相干信号的有效方法, 其基本思想是将具有相同子阵列流型的均匀线阵分成若干个相互重叠的子阵列, 然后再将各子阵列的协方差矩阵相加平均后以取代原来意义上的协方差矩阵, 从而使得矩阵的秩恢复到等于信号源的个数^[9-10]。

如图 2 所示, 有一个由 M 个阵元构成的线阵, 利用前向滑动方式划分为 L 个子阵列, 其中每个子阵列有 N 个阵元, 即 $N = M - L + 1$ 。取最左边的子阵列为参考阵列, 则第 l 个前向子阵列的输出为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_l^f(t) &= [x_l(t), x_{l+1}(t), \dots, x_{l+N-1}(t)]^T \\ &= \mathbf{A}_N \mathbf{D}^{l-1} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_l(t), 1 \leq l \leq L \end{aligned} \quad (5)$$

其中, \mathbf{A}_N 为 $N \times K$ 维的方向矩阵, 其列为 N 维的导向矢量 $\mathbf{a}_N(\theta_i) (i = 1, 2, \dots, K)$ 。

$\mathbf{D} = \text{diag}\left(\exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_1\right), \exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_2\right), \dots, \exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_k\right)\right)$ 。因此, 可得到该子阵列数据协

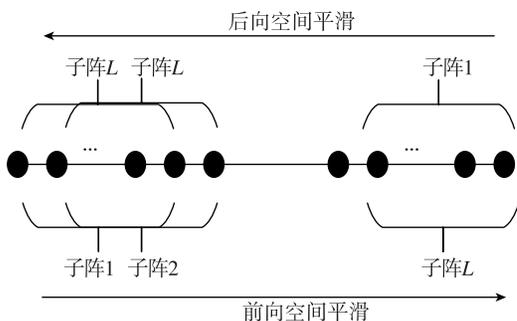


图 2 空间平滑示意

Fig. 2 Spatial smoothing representation

方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_l^f &= E[\mathbf{X}_l^f(t)\mathbf{X}_l^f(t)^H] \\ &= \mathbf{A}_N \mathbf{D}^{l-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{l-1})^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (6)$$

式中: \mathbf{I}_N 表示 N 阶单位阵。

前向空间平滑技术是通过求取各前向子阵列的协方差矩阵的均值来实现秩恢复的, 即前向空间平滑协方差矩阵为

$$\mathbf{R}^f = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{R}_l^f = \mathbf{A}_N \mathbf{R}_s^f \mathbf{A}_N^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N \quad (7)$$

式中: $\mathbf{R}_s^f = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{D}^{l-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{l-1})^H$ 。

同理, 可得后向空间平滑协方差矩阵为

$$\mathbf{R}^b = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{R}_{L-l+1}^b = \mathbf{A}_N \mathbf{R}_s^b \mathbf{A}_N^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N \quad (8)$$

式中: $\mathbf{R}_s^b = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{D}^{N+l-2} \mathbf{R}_s \mathbf{D}^{2-N-l}$ 。

前向空间平滑协方差矩阵 \mathbf{R}^f 和后向空间平滑协方差矩阵 \mathbf{R}^b 实质上互为共轭倒序阵, 利用共轭倒序不变性, 可得前后向空间平滑协方差矩阵为

$$\mathbf{R}^{fb} = (\mathbf{R}^f + \mathbf{R}^b) / 2 \quad (9)$$

2.2 改进的 TLS-ESPRIT(SS-TLSESPRIT)算法

2.2.1 ESPRIT 算法模型

根据上文建立的线性信号模型, 把阵列分为 2 个平移量为 Δ 的子阵 Z_x 和 Z_y 。2 个子阵阵元的输出信号可分别表示为 (在这里设子阵阵元数为 M 个)

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) a_i(\theta_k) + n_{xi}(t) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} y_i(t) &= \sum_{k=1}^K s_k(t) \exp(j\omega_0 \Delta \sin\theta_k / c) a_i(\theta_k) + \\ & n_{yi}(t), i = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $s_k(t)$ 为子阵 Z_x 和 Z_y 接收到的第 k 个信号; θ_k 为第 k 个信号到达方向; $a_i(\theta_k)$ 为第 i 个阵元对第 k 个信源的响应; c 为电波的传导速度, $n_{xi}(t)$ 和 $n_{yi}(t)$ 为子阵 Z_x 和 Z_y 的第 i 个阵元上的加性噪声。2 个子阵列的每个阵元在 t 时刻的输出信号矢量表达式为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_x(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\Phi\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_y(t) \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$$

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t)]^T$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$$

$$\mathbf{n}_x(t) = [n_{x1}(t), n_{x2}(t), \dots, n_{xM}(t)]^T$$

$$\mathbf{n}_y(t) = [n_{y1}(t), n_{y2}(t), \dots, n_{yM}(t)]^T$$

$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_k)]$ 称为方向矩阵。

Φ 为 $K \times K$ 的对角矩阵,称为旋转算子,由于子阵的移不变特性形成了2个子阵信号的旋转不变性,即可以把子阵 Z_x 和 Z_y 联系起来, Z_y 可以由 Z_x 乘以一个旋转算子得到。其对角元素为 K 个信号在任意一个阵元偶之间的相位延迟,表示为

$$\Phi = \text{diag}\{\exp(j\mu_1), \dots, \exp(j\mu_k)\} \quad (14)$$

其中

$$\mu_k = \omega_0 \Delta \sin\theta_k / c \quad (k=1, 2, \dots, K)$$

把2个子阵加以合并得

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{y}(t) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_z(t) \quad (15)$$

$$\text{其中, } \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \end{bmatrix}, \mathbf{n}_z(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_x(t) \\ \mathbf{n}_y(t) \end{bmatrix}.$$

取 $t = t_1, t_2, \dots, t_N$ 的 N 个时刻的快拍组成 $2M \times N$ 数据矩阵,则式(15)可表示为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{S} + \mathbf{N}_z \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}(t_1), \mathbf{z}(t_2), \dots, \mathbf{z}(t_N)]$$

$$\mathbf{S} = [s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_N)]$$

$$\mathbf{N}_z = [n_z(t_1), n_z(t_2), \dots, n_z(t_N)]$$

2.2.2 信号输出相关矩阵双向平滑

阵列输出信号矩阵 \mathbf{Z} 的自相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{zz} = E[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}^H(t)] = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}_{ss}\bar{\mathbf{A}}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (17)$$

自相关矩阵 \mathbf{R}_{zz} 的特征分解为

$$\mathbf{R}_{zz} = \sum_{i=1}^{2M} \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \sigma^2 \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \quad (18)$$

其中, \mathbf{E}_s 为信号子空间, \mathbf{E}_N 为噪声子空间。由于本文采用的是相干信号,受到相干信号的影响, \mathbf{R}_{zz} 奇异,即非满秩矩阵。 \mathbf{R}_{zz} 特征值中较大的特征值数 K_1 即信号子空间的维数是小于信源数 K 个的。这样无法进行 TLS-ESPRIT 算法计算。

解决方法:采用2.1节中式(9)双向空间平滑技术,对阵列进行平滑,这里选用平滑的子阵阵元数 N 一定要大于 K 值($N > K$),即可得出平滑后的子阵自相关矩阵 \mathbf{R}_{zzz} , \mathbf{R}_{zzz} 中较大特征值数就达到 K 个值,即 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K > \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_{2M} = \sigma^2$, \mathbf{R}_{zzz} 实现满秩。这样就可以完成接下来的计算工作。

2.2.3 平滑后改进 TLS-ESPRIT 算法解算

设平滑后阵列信号输出矩阵的协方差矩阵 \mathbf{R}_{zzz} 中 K 较大的特征值对应的特征向量为 \mathbf{E}_{ss} ,其中,存

在唯一非奇异的 $K \times K$ 维满秩矩阵 \mathbf{T} ,使得式(19)成立

$$\mathbf{E}_{ss} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} \quad (19)$$

根据信号阵列的移不变特性,可以将 \mathbf{E}_{ss} 分解为2个部分,即 $\mathbf{E}_X \in \mathbf{C}^{N \times K}$ 和 $\mathbf{E}_Y \in \mathbf{C}^{N \times K}$,分别对应子阵 Z_x 和 Z_y (这里的子阵是 ESPRIT 基础算法模型中的2个子阵),即

$$\mathbf{E}_{sss} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_X \\ \mathbf{E}_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{T} \\ \mathbf{A}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (20)$$

从式(20)中可以得出

$$\mathbf{E}_Y = \mathbf{E}_X \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} = \mathbf{E}_X \Psi \quad (21)$$

其中, $\Psi = \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T}$ 。至此可知, \mathbf{E}_X 和 \mathbf{E}_Y 张成相似的子空间,且矩阵 Φ 的对角线元素为 Ψ 的特征值。

实际应用中,用阵列输出采样值的相关函数 $\hat{\mathbf{R}}_{zzz}$ 来估计 \mathbf{R}_{zzz} , $\hat{\mathbf{R}}_{zzz}$ 计算

$$\hat{\mathbf{R}}_{zzz} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{z}(t)\mathbf{z}^H(t) \quad (22)$$

相应地 \mathbf{E}_X 和 \mathbf{E}_Y 的估计值为 $\hat{\mathbf{E}}_X$ 和 $\hat{\mathbf{E}}_Y$,但是这2个估计值都存在误差,利用 TLS 准则解得更准确的 Φ 值,从而求得更精确的波达方向角。TLS 准则可表述为求具有最小范数的扰动矩阵 \mathbf{R}_A 和 \mathbf{R}_B ,以及 $\hat{\mathbf{X}}$ 使得式(23)成立

$$[\mathbf{A} + \mathbf{R}_A] \hat{\mathbf{X}} = \mathbf{B} + \mathbf{R}_B \quad (23)$$

所以,根据 TLS 准则,算法通过解以下最小值问题来获得 Ψ 的最小二乘解。

定义矩阵 \mathbf{F}

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_0 \\ \mathbf{F}_1 \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{2K \times K} \quad (24)$$

使得 \mathbf{V} 值最小

$$\mathbf{V} = \|[\hat{\mathbf{E}}_X \quad \hat{\mathbf{E}}_Y] \mathbf{F}\|_F^2 \quad (25)$$

且满足

$$\mathbf{F}^H \mathbf{F} = \mathbf{I} \quad (26)$$

定义了矩阵 \mathbf{F} ,则 Ψ 的估计由式(27)给出

$$\hat{\Psi}_{\text{TLS}} = -\mathbf{F}_0 \mathbf{F}_1^{-1} \quad (27)$$

对 $\hat{\Psi}_{\text{TLS}}$ 特征值分解,矩阵 Φ 的对角元素为 $\hat{\Psi}_{\text{TLS}}$ 的特征值,进而求得信号的 DOA。

2.3 算法步骤

算法 SS-TLSESPRIT 的步骤归纳如下:

1) 建立相干定位信号模型 $s(t)$,加入高斯白噪声,方差设为 σ^2 ,均值为0。

2) 根据 TLS-ESPRIT 算法特性,划分2个子

阵,确定子阵的阵元数要大于信源数,这是为了确保第 3 步的实现。

3)利用双向空间平滑技术计算输出信号的平滑矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_{zzz}$,信号子空间分为 $\hat{\mathbf{E}}_X$ 和 $\hat{\mathbf{E}}_Y$ 。

4)计算

$$\mathbf{E}_{XY}^H \mathbf{E}_{XY} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_X^H \\ \mathbf{E}_Y^H \end{bmatrix} [\mathbf{E}_X \quad \mathbf{E}_Y] = \mathbf{E} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}^H$$

将 \mathbf{E} 分解

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{12} \\ \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E}_{22} \end{bmatrix}$$

5)计算 $\Psi = -\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{22}^{-1}$ 的特征值 $\lambda_k (k=1, 2, \dots, K)$ 。

6)计算波达方向角 $\bar{\theta}_k = \arcsin\{c \cdot \text{angle}(\lambda_k) / (\omega_0 \Delta)\}$ 。

3 仿真验证

仿真 1 对于信源为相干信号 TLS-ESPRIT 与平滑 SS-TLSESPRIT 算法的 DOA 估计对比

仿真中,采用阵元间距为半波长 $\lambda/2$ 、阵元数 $M=12$ 的均匀线阵,平滑子阵阵元为 8,信号源为相干信号且信源数已知。信源数分别取 2、3、4 个,DOA 分别是 $(0^\circ \ 30^\circ)$ 、 $(-30^\circ \ 0^\circ \ 30^\circ)$ 和 $(-30^\circ \ 0^\circ \ 30^\circ \ 50^\circ)$ 。仿真快拍数为 500,信噪比取 10dB。对于 DOA 分别用经典 TLS-ESPRIT 算法和 SS-TLSESPRIT 算法进行估计,如表 1 所示,为了真实看到 DOA 估计,取一次仿真实验结果。

表 1 不同信源和不同 DOA 估计算法对比

Tab. 1 Comparison of different sources and different DOA estimation algorithms

信源数及方向角	DOA estimation algorithms	
	TLS-ESPRIT 仿真/(°)	SS-TLSESPRIT 仿真/(°)
2 个信源 (0° 30°)	8.2371	0.5381
	25.9438	29.9822
3 个信源 (-30° 0° 30°)	-34.9643	-29.6740
	-9.4426	-0.0208
	22.9675	29.7472
4 个信源 (-30° 0° 30° 50°)	-37.5473	-29.0033
	-6.2227	-0.1065
	37.7330	30.4426
	72.3069	49.5840

由表 1 可以看出,采用没有平滑的 TLS-ESPRIT 算法不能对相干信号进行 DOA 估计;而加入平滑改进的 SS-TLSESPRIT 算法可以实现任意信号包含相干信号的 DOA 估计,具有有效性和

高精度性,DOA 估计误差达到要求。

仿真 2 2 个相干信源 SS-TLSESPRIT 算法的 DOA 估计相关参数效果仿真

1)为了验证算法的稳定性,在不同信噪比条件下对实验进行 1000 次 Monte Carlo 仿真,并采用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来检验算法的有效性, RMSE 值如式(28)所示。仿真数据:低信噪比和高信噪比都不易于工程实现,所以信噪比取 $-10\text{dB} \sim 30\text{dB}$ 之间,2 个相干信源 DOA 取 $(0^\circ \ 30^\circ)$,快拍数采用中等大小,取值 500,如图 3 所示。

$$RMSE_\theta = \sqrt{\frac{1}{LK} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\bar{\theta}_l(k) - \theta_l)^2} \quad (28)$$

其中, L 为信源数, K 为 Monte Carlo 次数, $\bar{\theta}$ 为估计角度, θ 为实际角度。从图 3 可以看出,随着信噪比增加, RMSE 逐渐减小, DOA 估计越来越精确;从另一方面也说明了,当 SNR 取合适值时, SS-TLSESPRIT 算法误差低于 0.4° , 精度较好。

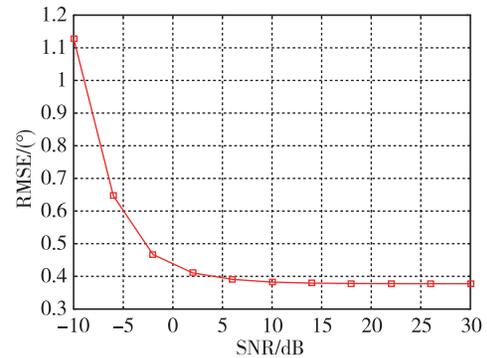


图 3 DOA 估计均方根误差

Fig. 3 Root mean square error of DOA estimation

2)再次改变快拍数,观察随着快拍数的改变, DOA 估计 RMSE 随着信噪比的变化曲线,以此来验证算法的优越性。快拍数分别取 250、500 和 750,如图 4 所示,可以看出,在相同信噪比情况下,随着快拍数增加, DOA 估计 RMSE 降低,说明了在实际应用中, DOA 估计精度与采样数有正向关系,增加一定量的快拍数可以降低 DOA 估计误差,提高定位精度。

3)改变仿真信源 DOA 间隔,观察算法的 DOA 分辨能力。在不同 DOA 间距下,分别进行了 1000 次 Monte Carlo 仿真,观察仿真效果,如表 2 所示。

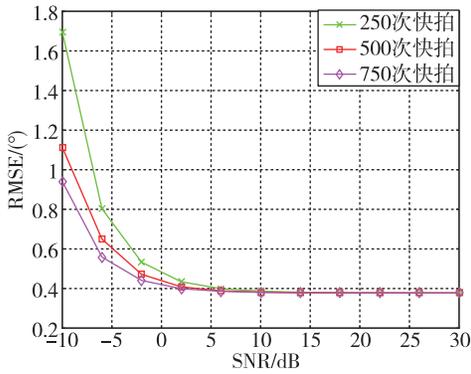


图4 快拍数与DOA估计关系图

Fig. 4 Quick shot number and DOA estimation diagram

表2 DOA间隔与RMSE之间的关系

Tab. 2 Relationship between DOA interval and RMSE

DOA 间隔/(°)	3	5	8	10	25	30
RMSE/(°)	4.1	3.72	1.31	0.84	0.62	0.31

由表2可以看出,随着DOA间隔增大,DOA估计精度提高,达到实验要求;但是在DOA间距在 8° 以下时,DOA估计误差开始增大,DOA估计成功概率降低。

值得一提的是,在实际应用中,信号多为混合信号,当信号中同时含有相干信号和独立信号时,利用本文算法进行仿真,对于混合信号DOA的估计精度有很大的提高,精度提高到 0.1° 。

仿真3 SS-TLSESPRIT算法与M-ESPRIT算法的DOA估计对比^[11]

在仿真2基础上做算法对比,同时还是以RMSE值为评估参数,1000次Monte Carlo仿真,快拍数500,DOA取 $(0^\circ \sim 30^\circ)$,如图5所示。SS-TLSESPRIT算法与M-ESPRIT算法对比,定位精度都得到了提高,特别是在低信噪比条件下本文算法提高效果明显。

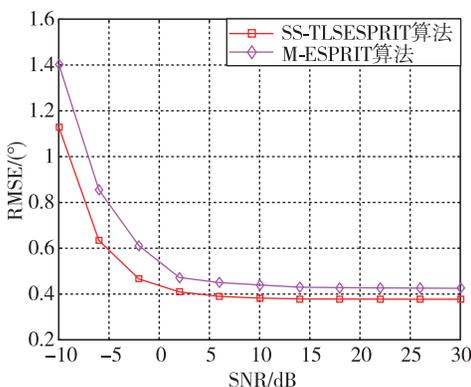


图5 SS-TLSESPRIT与M-ESPRIT对比

Fig. 5 SS-TLSESPRIT vs. M-ESPRIT

从以上仿真结果中可以看出,算法的DOA估计准确性达到室内角度定位要求,与其他算法相比,定位精度得到了提高,能够应用到单角度定位或者融合定位中去^[12],且DOA估计的稳定性和鲁棒性都大大提高。

4 结论

对于相干定位信号DOA估计,提出了一种基于改进TLS-ESPRIT算法的双向空间平滑方法。算法分析与实验结果表明:

1)在TLS-ESPRIT算法的基础上实现了相干定位信号的空间平滑。通过对算法中子阵列平滑,使输出定位信号的协方差矩阵实现满秩,平滑了秩亏损,解决了相干信号条件下基础算法无法准确估计DOA的问题,加上改进TLS-ESPRIT算法,使得DOA估计的准确性大大提高。

2)SS-TLSESPRIT算法的各项仿真结果都达到理想效果。通过RMSE值对算法进行评估,再加上不同参数改变,都体现了算法的稳定性和良好性。稳定测量到精确的DOA值,对于室内角度定位提供了良好的数据基础,为室内角度精确定位或者与TOA/TDOA/RSSI融合定位奠定了基础。

3)本文提出的平滑算法在仿真效果方面,DOA分辨性能不够,当相干信号源之间的角度较小时,算法会出现DOA估计分辨力下降;特别是复杂环境下,定位信号分辨力如果不够,则更需要其他融合定位,因此还需待进一步完善。

参考文献

- [1] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Transactions on ASSP, 1989, 37(7): 984-995.
- [2] Haardt M, Nosske J A. Unitary ESPRIT: how to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1232-1242.
- [3] Gao F, Gershman A B. A generalized ESPRIT approach to direction of arrival estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(3): 254-257.
- [4] Qian C, Huang L, Zeng W J, et al. Direction of arrival estimation for coherent signals without knowledge of source number[J]. IEEE Sensors Journal, 2014, 14(9): 3267-3273.
- [5] Tao H, Xin J M, Mand J S, et al. Two-dimensional direction estimation for a mixture of noncoherent and

- coherent signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 63(2): 318-333.
- [6] Stoica P, Arye N. Music, maximum likelihood, and cramer-rao bound[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1989, 37(5): 720-741.
- [7] Linebarger D A. Redundancy averaging with large arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(4): 1707-1710.
- [8] Evans J E, Johnson J R, Sun D F. High resolution angular spectrum estimation techniques for terrain scattering analysis and angle of arrival estimation [C]// Processing 1st ASSP Workshop Spectral Estimation. Hamilton, Canada, 1981:134-139.
- [9] Shan T J, Wax M, Lailath T. On spatial smoothing for estimation of coherent signals[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1985, 33(4): 806-811.
- [10] Pillai S U, Kwon B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification [J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1989, 37(1): 8-15.
- [11] 汪晋宽, 刘志刚, 薛延波, 等. 一种实用的空间平滑 ESPRIT 算法[J]. 控制与决策, 2004, 19(1): 96-98.
- Wang Jinkuan, Liu Zhigang, Xue Yanbo, et al. A practical spatial smoothing ESPRIT algorithm[J]. Control and Decision, 2004, 19(1): 96-98 (in Chinese).
- [12] Gimenez F, Pere P Z, Alba P. Distributed AOA-based source positioning in NLOS with sensor networks[C]// IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2015: 3197-3201.
- [13] 黄宇, 柏正尧, 黄振, 等. 采用小波分析和 TLS-ESPRIT 的 DOA 估计算法[J]. 计算机仿真, 2015, 32(5): 209-212.
- Huang Yu, Bai Zhengyao, Huang Zhen, et al. Joint DOA estimation algorithm using wavelet analysis and TLS-ESPRIT[J]. Computer Simulation, 2015, 32(5): 209-212(in Chinese).