

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.01.018

# 基于 EMD-SVR 的光纤陀螺随机误差预测

陈强强<sup>1</sup>, 戴邵武<sup>1</sup>, 许立科<sup>1</sup>, 毕新乐<sup>2</sup>

(1. 海军航空大学, 烟台 264000; 2. 空军 94575 部队, 连云港 222000)

**摘要:** 为了提升光纤陀螺随机误差建模的准确性及补偿结果, 提出了一种基于经验模态分解与支持向量机结合的随机误差预测方法。鉴于随机误差的非线性及不稳定性, 直接进行预测时精度不高, 采用经验模态分解对原始数据进行分解以降低时间序列的复杂程度; 然后根据经验模态分解得到的各本征模态函数及趋势序列, 构建基于支持向量机的预测模型; 再将所得的各分量的预测结果综合以得到光纤陀螺随机误差的预测结果。以光纤陀螺随机误差数据作为验证, 结果表明, 相较于传统的预测方法, 均方根误差与平均绝对误差分别降低了 78.4% 和 75.5%, 有效提高了回归精度。

**关键词:** 光纤陀螺; 经验模态分解; 支持向量机; 预测

中图分类号: V241.5+9 文献标志码: A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号: 2095-8110(2020)01-0120-06



## Fiber Optical Gyro Random Errors Prediction Based on EMD-SVR

CHEN Qiang-qiang<sup>1</sup>, DAI Shao-wu<sup>1</sup>, XU Li-ke<sup>1</sup>, BI Xin-le<sup>2</sup>

(1. Naval Aviation University, Yantai 264000, China; 2. Air Force Unit 94575, Lianyungang 222000, China)

**Abstract:** In order to improve the accuracy and compensation result of fiber optic gyro random error modeling, a random error prediction method based on empirical model decomposition and support vector machine is proposed. In view of the non-linearity and non-stability of random errors, as well as the low accuracy of direct prediction, the empirical model decomposition is used to decompose the original data to reduce the complexity of time series. The intrinsic mode function and trend sequence are constructed with the empirical model decomposition, and the prediction model based on support vector machine is constructed. Then, the prediction results of the obtained components are combined to obtain the prediction result of the fiber optic gyro random error. Based on the random error data of fiber optic gyro, the results show that compared with the traditional prediction method, RMSE and MAE are reduced by 78.4% and 75.5%, respectively, which effectively improves the regression accuracy.

**Key words:** Fiber optic gyro; Empirical model decomposition; Support vector machine; Prediction

收稿日期: 2019-03-24; 修订日期: 2019-04-07

基金项目: 山东自然科学基金面上项目(ZR2017MF036); 国防科技项目基金(F062102009)

作者简介: 陈强强(1993-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为飞行器综合导航。E-mail: 1195275597@qq.com

通信作者: 戴邵武(1966-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为飞行器综合导航。E-mail: daiswhy@163.com

## 0 引言

光纤陀螺是在 Sagnac 原理基础上发展的光学器件,凭借动态范围大、可靠性高及使用寿命长等优点,逐步成为现代导航系统中的主要器件<sup>[1]</sup>。在光纤陀螺使用过程中,其工作精度决定着惯导系统的使用精度,而误差的存在,在一定程度上限制了光纤陀螺的应用。因此,对光纤陀螺进行客观准确的性能评价,可以准确地把握其误差特性,为工程应用提供一定帮助<sup>[2]</sup>。

针对光纤陀螺的误差建模方面,Allan 方差分析及自回归移动平均(Auto Regressive Moving Average, ARMA)模型分析较为成熟。Allan 方差分析是在时域方面对时间序列的频率稳定性进行分析的一种方法,其缺点在于对噪声特性的不确定性<sup>[3]</sup>。ARMA 模型是传统的时间序列建模方法,可以看作自回归(AutoRegressive, AR)模型和移动平均(Moving Average, MA)模型的结合<sup>[4]</sup>,其扩展形式还有自回归积分滑动平均模型(Autoregressive Integrated Moving Average Model, ARIMA)等<sup>[5]</sup>。传统的预测分析方法有着严谨的理论支持,具有简单快捷的优点,但针对复杂的非线性问题,有着很大的精度限制。

随着人工智能算法的不断发展,神经网络理论逐步成熟完善,在工程中得到重大应用。在光纤陀螺建模方面,一些神经网络算法如径向基函数(Radial Basis Function, RBF)神经网络<sup>[6]</sup>、支持向量机(Support Vector Machine, SVM)<sup>[7]</sup>、灰色 BP 神经网络<sup>[8]</sup>等在随机误差分析中得到应用。但受到光纤陀螺工作环境和制造工艺等多方面因素影响,其随机误差具有很强的非线性及非平稳性,此时单一的神经网络算法的回归精度会受到一定限制。

本文针对光纤陀螺随机误差预测进行了分析研究,针对单一 SVM 预测精度不足的问题,通过经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)对原信号进行处理,降低了时间序列的复杂程度;然后通过分解得到的时间序列进行分别预测并汇总,得到光纤陀螺随机误差的预测结果。

## 1 经验模态分解方法

EMD 方法于 1998 年由 Huang N. E. 提出,是一种新型的信号分解方法,在非线性、非平稳信号

的处理中具有良好的效果<sup>[9]</sup>。EMD 方法的步骤如下。

1) 针对原始信号  $s_t$ , 找到  $s_t$  的所有极值点,通过三次样条插值方法对  $s_t$  的极值点进行拟合,其极大值点的拟合曲线组成上包络线  $U_t$ , 其极小值点的拟合曲线组成下包络线  $L_t$ 。计算  $U_t$  与  $L_t$  的均值,记为平均包络线  $m_1(t)$

$$m_1(t) = \frac{U_t + L_t}{2} \quad (1)$$

2) 将  $s_t$  与  $m_1(t)$  相减,得到新序列  $h_1(t)$

$$h_1(t) = S_t - m_1(t) \quad (2)$$

对  $h_1(t)$  进行本征模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)判据,判断 IMF 分量的标准为:

(1) 信号中零点数和极值点数相等或至多相差 1 个;

(2) 极大值包络线和极小值包络线的均值相等且为 0。

如果  $h_1(t)$  不满足上述 IMF 判据,则将  $h_1(t)$  代替  $s_t$ , 重复步骤 1)、2), 得到新的序列  $h_{11}(t)$

$$h_{11}(t) = h_1(t) - m_{11}(t) \quad (3)$$

根据 IMF 判据,直到式(3)中的  $h_{1m}(t)$  ( $m$  代表次数)第一次符合 IMF 条件,记为  $imf_1(t)$ ; 与  $s_t$  相减,得到剩余信号

$$r_1(t) = S_t - imf_1(t) \quad (4)$$

用  $r_1(t)$  代替  $S_t$ , 重复执行以上步骤,可得到多个 IMF 分量及最后 1 个不可分序列,记为趋势项  $r_n(t)$ 。可将 EMD 算法表达式记为

$$s_t = \sum_{i=1}^n imf_i(t) + r_n(t) \quad (5)$$

## 2 支持向量回归

SVM 于 1995 年由 Vapnik 等首次提出, SVM 以统计学习为理论基础,通过非线性映射,将原始空间样本数据映射到高维特征空间,从而实现其理论分析<sup>[10]</sup>。支持向量回归(Support Vector Regression, SVR)是 SVM 的一种表现形式,主要解决 SVM 的回归问题。其思路如下:

针对训练集  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$ ,  $x_i, y_i \in \mathbf{R}$ , 可构建线性回归函数

$$y = f(x, \omega) = \omega \cdot x + b \quad (6)$$

线性  $\epsilon$ -非敏感损失函数  $|y - f(x, \omega)|_\epsilon$  ( $\epsilon$  为不敏感系数,针对 SVR 回归精度进行调控)为

$$\begin{cases} 0, & |y - f(x, \omega)| \leq \epsilon \\ |y - f(x, \omega)| - \epsilon, & |y - f(x, \omega)| > \epsilon \end{cases} \quad (7)$$

寻找最小  $\omega$ , 将回归函数转换为寻优问题, 同时引入松弛变量  $\xi_i \geq 0, \xi_i^* \geq 0$ , 优化问题为

$$\min \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^m (\xi_i + \xi_i^*) \quad (8)$$

其约束条件为

$$\begin{cases} y_i - \omega \cdot x_i - b \leq \epsilon + \xi_i \\ \omega \cdot x_i + b - y_i \leq \epsilon + \xi_i^* \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

引入拉格朗日函数

$$\begin{aligned} L(\omega, \xi_i, \xi_i^*) = & \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{j=1}^m (\xi_j + \xi_j^*) - \\ & \sum_{i=1}^m a_i^* [\xi_i^* + \epsilon + y_i - \omega \cdot x_i - b] - \\ & \sum_{i=1}^m a_i [\xi_i + \epsilon + y_i - \omega \cdot x_i - b] - \sum_{i=1}^m (\xi_i + \xi_i^* a_i) \end{aligned} \quad (10)$$

求解参数, 简化得回归函数为

$$f(x, \omega) = \sum_{i=1}^m (a_i - a_i^*) (x_i \cdot x) + b \quad (11)$$

引入核函数的概念, 式(11)可转换为

$$f(x, \omega) = \sum_{i=1}^m (a_i - a_i^*) K(x_i, x) + b \quad (12)$$

### 3 EMD-SVR 算法

针对光纤陀螺随机误差的非线性和非平稳性, 单独使用 SVR 进行时间序列预测具有一定的难度, 并存在着预测模型不准确、预测精度不高等问题。因此, 首先使用 EMD 算法对光纤陀螺随机误差序列进行分解, 以降低随机误差序列的复杂程度; 然后针对 EMD 分解后的每个 IMF 分量及趋势项分别构建单个的 SVR 预测模型, 从而提高预测精度。采用 EMD 方法进行时间序列分解之后, 其误差量级为  $10^{-14}$ , 分解结果具有很好的完备性, 可以完整地表达出时间序列包含的全部信息。因此, 分解后的各个 IMF 量的组合, 可以完全拟合原时间序列<sup>[11]</sup>。针对分解之后的 IMF 分量进行特性分析可知: 在分解过程中, 随着分解次数的增加, IMF 的阶数不断增加, 相应地 IMF 分量波动频率不断降低, 即低阶的 IMF 分量对应的是高频信号。利用 EMD 算法处理原时间序列, 可以准确得到时间序列在不同时间段的波动特征, 简化时间序列预测模型, 在一定程度上提高时间序列预测精度。EMD-SVR 算法的基本框图如图 1 所示。

针对 IMF 分量分别构建 SVR 预测模型的过程中, 影响模型预测精度的主要因素是核函数的选取

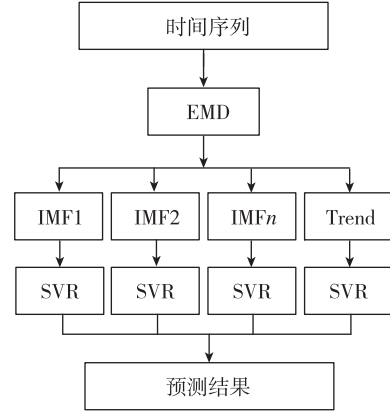


图 1 EMD-SVR 算法框图

Fig. 1 Flowchart of EMD-SVR

以及核函数参数  $g$  与惩罚参数  $c$  的设置。其中, 核函数一般选择 RBF 和线性核函数<sup>[12]</sup>。 $g$  与  $c$  的选择, 一般采用交叉验证 (Cross Validation, CV) 方法<sup>[13]</sup>。首先在大的范围粗略确定最佳参数, 然后缩小 CV 的范围及步长, 在更小的合理区间内, 以更高的精度确定最佳的  $g$  与  $c$ 。在图 1 的基础上, EMD-SVR 具体步骤如下:

- 1) 将待分析的时间序列进行经验模态分解, 得到分解后的各分量 (IMF1, IMF2, ..., IMF $n$ ) 及趋势项  $r_n$ ;
- 2) 对所有的 IMF 分量及趋势项分别建立 SVR 模型;
- 3) 对各个分量进行预测;
- 4) 将多个预测值累加得到最终预测值;
- 5) 分析预测结果, 验证预测模型。

### 4 实验验证

以实验室测量所得的光纤陀螺随机误差序列作为实验数据, 以验证 EMD-SVR 算法的有效性。通过对随机误差序列进行分析, 选择包含 500 个采样点的随机误差序列, 构建 SVR 预测模型, 在预测过程中选取前 450 个数据作为训练集, 余下 50 个数据作为测试集, 以均方根误差 (Root mean squared error, RMSE) 和平均绝对误差 (Mean absolute error, MAE) 为指标来衡量 EMD-SVR 算法对时间序列的预测能力<sup>[14]</sup>, 表达式如下

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |X_{\text{real},i} - X_{\text{pre},i}|}{n} \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{\text{real},i} - X_{\text{pre},i})^2}{n}} \quad (14)$$

式中,  $X_{real,i}$  为第  $i$  个数据的真实值,  $X_{pre,i}$  为第  $i$  个数据的预测值。选择的光纤陀螺随机误差序列如图 2 所示。

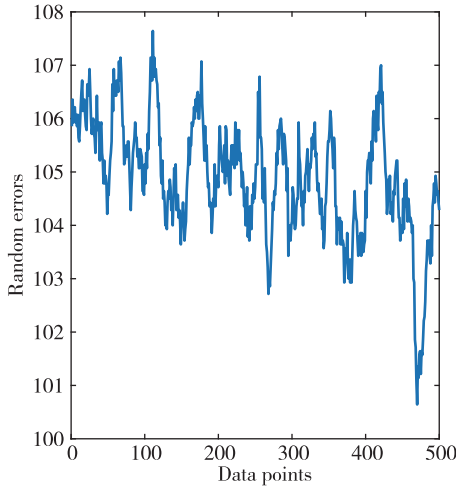


图 2 光纤陀螺随机误差

Fig. 2 Random error of FOG

原光纤陀螺随机误差序列具有较大的非线性与非平稳性,采用 EMD 方法对随机误差序列分解之后,各 IMF 分量的复杂度得到有效降低,EMD 分解之后的各序列如图 3 所示。

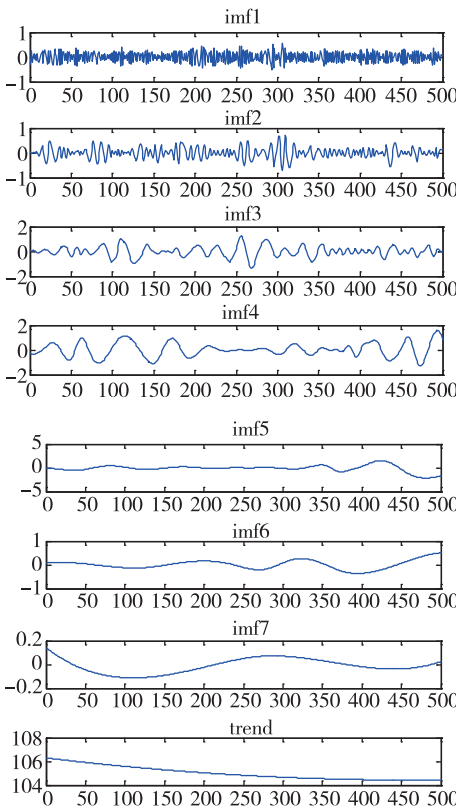


图 3 EMD 分解结果

Fig. 3 Result of EMD

以排列熵作为衡量信号复杂度的标准<sup>[15]</sup>,各 IMF 分量的排列熵如图 4 所示。

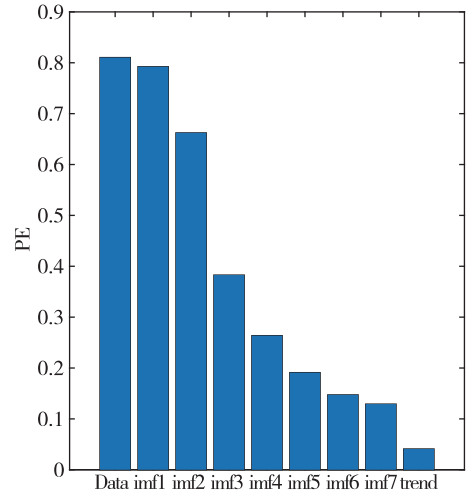


图 4 序列的排列熵

Fig. 4 Permutation entropy of series

根据 EMD 分解之后的各 IMF 序列及趋势项,构建各自的 SVR 预测模型。针对排列熵较大的序列,选择 RBF 核函数进行时间序列预测;对于高阶 IMF 分量及趋势项,选择线性核函数进行时间序列预测,利用交叉验证方法确定核函数参数及惩罚参数;确定准确的 SVR 预测模型之后,得到各 IMF 分量及趋势项的 RMSE 及 MAE 如表 1 所示。

表 1 各序列的预测指标

Tab. 1 Prediction error of series

预测序列	RMSE	MAE
IMF1	0.1265	0.1025
IMF2	0.1029	0.0853
IMF3	0.1089	0.0936
IMF4	0.1518	0.1361
IMF5	0.0572	0.0467
IMF6	0.0101	0.0098
IMF7	0.0016	0.0014
trend	0.0046	0.0046

如表 1 所示,随着 IMF 阶数的增加,其序列的排列熵随之降低,即序列的复杂程度降低,此时预测误差也随之减小,证明了 EMD 算法中降低 IMF 序列复杂程度的合理性。结合对 EMD 算法完备性的分析,分解得到的所有子序列重构之后,与原时间序列的误差量级为  $10^{-14}$ 。所以,将表 1 中各序列的预测结果相加,即可得到光纤陀螺随机误差序列



的 EMD-SVR 结果,如图 5 所示。

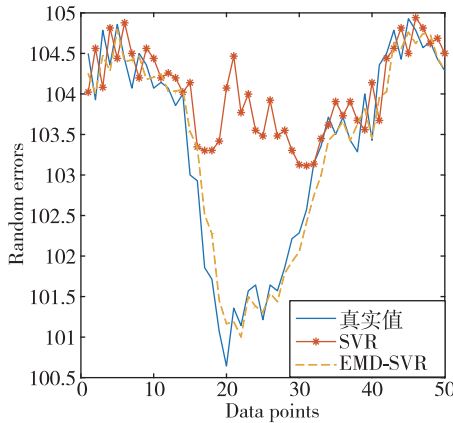


图 5 预测结果

Fig. 5 Prediction results

为验证 EMD-SVR 算法的准确性,采用单个 SVR 及传统的 ARMA 模型对同样的光纤陀螺随机误差序列进行建模分析,其中,ARMA 模型采用 AIC 准则进行定阶,确定其 AR 及 MA 的模型阶数<sup>[16]</sup>。将所得到的预测结果与真实值进行对比,其 RMSE、MAE 指标如表 2 所示。

表 2 各方法的预测指标

Tab. 2 Prediction error of three algorithms

预测方法	RMSE	MAE
ARMA	3.0328	2.5582
SVR	1.2093	0.8284
EMD-SVR	0.2601	0.2023

如表 2 所示,由于光纤陀螺随机误差序列的非线性及非平稳性,序列的复杂程度较高,基于 ARMA 构建的预测模型不能对其进行准确预测;而基于机器学习方法的 SVR 算法,其预测效果比 ARMA 模型有着一定程度的提升,表明了神经网络在时间序列建模中的优越性。相比 ARMA 模型而言,预测模型更加准确,预测指标得到提高;然而,受限于随机误差序列的复杂程度,SVR 算法的能力也受到了限制。在利用 EMD 算法对时间序列进行分解之后,通过将原时间序列分解为多个 IMF 分量及趋势项,在一定程度上降低了原序列的复杂程度,此时采用 SVR 进行建模,能够有效地提高预测模型的准确性,从而降低预测难度。与 SVR 方法进行对比,其 RMSE 降低了 78.4%,MAE 降低了 75.5%,有效提高了预测精度。

## 5 结论

本文通过 EMD 方法对光纤陀螺随机误差序列进行分解,得到多个时间序列复杂程度较低的 IMF 分量及趋势项,有效降低了光纤陀螺随机误差序列的非线性及非平稳性;对分解得到的各个子序列分别建立其对应的 SVR 预测模型,并将所得结果进行汇总分析,完成光纤陀螺随机误差序列的预测工作。实验可得以下结论:

1)通过排列熵作为时间序列复杂程度指标,运用 EMD 分解算法,可以有效降低光纤陀螺随机误差序列的复杂程度,有利于建立准确的预测模型。

2)机器学习算法在预测模型建立过程中,比经典的数学模型更具有精度优势,能够建立更加准确的预测模型。

3)运用 EMD-SVR 算法进行预测分析,可以更加有效地贴近原始数据序列的趋势,所得预测结果的准确度更高,具有一定的理论应用价值。

## 参考文献

- [1] 吕品,刘建业,赖际舟,等. 光纤陀螺的随机误差性能评价方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(2): 412-418.  
Lyu Pin, Liu Jianye, Lai Jizhou, et al. Research on the performance evaluation methods of fiber optical gyro stochastic errors[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(2): 412-418(in Chinese).
- [2] 王威,陈熙源. 一种基于多尺度和改进支持向量机的光纤陀螺温度漂移建模与补偿方法[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(6): 793-797.  
Wang Wei, Chen Xiyuan. Modeling and compensation method of FOG temperature drift based on multi-scale and improved support vector machine [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(6): 793-797(in Chinese).
- [3] 崔逸群,覃方君,丰仕林. 基于动态 Allan 方差的光纤陀螺稳定性分析[J]. 电子设计工程, 2018, 26(6): 161-164.  
Cui Yiqun, Qin Fangjun, Feng Shilin. Research on stability of fiber optic gyro based on dynamic Allan variance[J]. Electronic Design Engineering, 2018, 26(6): 161-164(in Chinese).
- [4] Li X, Chen J, Shanguan Y. A method to analyse and eliminate stochastic noises of FOG based on ARMA and Kalman filtering method[C]// Proceedings of International Conference on Intelligent Human-Machine Systems

- & Cybernetics. IEEE, 2014: 325-328.
- [5] Ruby-Figueroa R, Saavedra J, Bahamonde N, et al. Permeate flux prediction in the ultrafiltration of fruit juices by ARIMA models[J]. Journal of Membrane Science, 2017, 524: 108-116.
- [6] 孙伟, 刘得朋, 文剑, 等. 一种 MEMS 陀螺随机误差的灰色 RBF 神经网络建模方法[J]. 导航定位学报, 2017, 5(3): 9-13  
Sun Wei, Liu Depeng, Wen Jian, et al. Modeling of MEMS gyroscope random errors based on grey model and RBF neural network[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2017, 5(3): 9-13(in Chinese)
- [7] 成雨, 叶东, 孙兆伟. MEMS 陀螺随机误差趋势项的支持向量回归机预测补偿算法[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(5): 600-606.  
Cheng Yu, Ye Dong, Sun Zhaowei. Predictive compensation algorithm for trend terms of MEMS gyro random errors based on support vector regression[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(5): 600-606(in Chinese).
- [8] 查峰, 胡柏青, 刘佳. 基于灰色 BP 神经网络的陀螺电机状态预测[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(1): 120-123.  
Zha Feng, Hu Boqing, Liu Jia. Prediction of gyro motors state based on grey theory and BP neural network[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(1): 120-123(in Chinese).
- [9] Flandrin P, Rilling G, Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(2): 112-114.
- [10] Cherkassky V, Ma Y. Practical selection of SVM parameters and noise estimation for SVM regression[J]. Neural Networks, 2004, 17(1): 113-126.
- [11] Kopsinis Y, Mclaughlin S. Development of EMD-based denoising methods inspired by wavelet thresholding[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(4): 1351-1362.
- [12] 谢建宏. 智能结构损伤自诊断的 PSO-LSWSVM 方法[J]. 计算机应用研究, 2017(12): 3660-3662.  
Xie Jianhong. PSO-LSWSVM used to self-diagnose damages for smart structures[J]. Application Research of Computers, 2017(12): 3660-3662(in Chinese).
- [13] Zhang J Y, Liu S L, Wang Y. Gene association study with SVM, MLP and cross-validation for the diagnosis of diseases[J]. Progress in Natural Science: Materials International, 2008, 18(6): 741-750.
- [14] Chai T, Draxler R R. Root mean square error (RMSE) or mean absolute error(MAE)[J]. Geoscientific Model Development, 2014, 7(3): 1247-1250.
- [15] 冯辅周, 饶国强, 司爱威, 等. 排列熵算法的应用与发展[J]. 装甲兵工程学院学报, 2012(2): 34-38.  
Feng Fuzhou, Rao Guoqiang, Si Aiwei, et al. Application and development of permutation entropy algorithm[J]. Journal of Academy of Armored Force Engineering, 2012(2): 34-38(in Chinese).
- [16] 周平, 刘记平. 基于数据驱动多输出 ARMAX 建模的高炉十字测温中心温度在线估计[J]. 自动化学报, 2018, 44(3): 552-561.  
Zhou Ping, Liu Jiping. Data-driven multi-output ARMAX Modeling for online estimation of central temperatures for cross temperature measuring in blast furnace ironmaking[J]. ACTA Automatica Sinica, 2018, 44(3): 552-561(in Chinese).