

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.03.015

# 基于改进 UKF 的组合导航系统航向角估计方法研究

程建华, 王 诺, 尚修能

(哈尔滨工程大学自动化学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:**为满足运载体长航时、高精度的导航需求,解决系统可观测性弱导致的航向角易发散的问题,提出了一种基于 MEMS 非线性组合导航系统的用于提高航向角估计精度的算法。通过采用单天线 GNSS 航向角作为量测量进行航向约束,解决了 MEMS-SINS/GNSS 姿态估计中航向角可观测性弱、估计值收敛差的问题;通过转弯判断规则和常规无迹卡尔曼滤波改进算法,抑制了偏流角对系统估计精度的影响。仿真结果表明,该算法有效地抑制了航向角估计精度差的问题,水平姿态精度达到  $0.01^\circ$ ,航向角精度达到  $0.1^\circ$ ,提高了系统的导航精度及可靠性。

**关键词:**非线性;可观测性分析;航向角估计;自适应;无迹卡尔曼滤波

中图分类号:U666.11

文献标志码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:2095-8110(2020)03-0112-08



## Research on Course Angle Estimation Method of Integrated Navigation System Based on Improved UKF

CHENG Jian-hua, WANG Nuo, SHANG Xiu-neng

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** In order to meet the long-endurance and high-precision navigation requirements of the vehicle, the divergence problem of the course angle caused by the weak observability of the system is solved. An algorithm based on MEMS nonlinear integrated navigation system to improve the accuracy of course angle estimation is proposed. The problems of weak observability and poor convergence of estimation value in MEMS-SINS/GNSS attitude estimation are solved by using GNSS course angle as a measure for course constraint. Through the turning judgment rule and the improved Sage-Husa adaptive unscented Kalman filter algorithm, the influence of the yaw angle on the attitude estimation accuracy is suppressed. The simulation results show that the algorithm effectively suppresses the problem of poor course angle estimation. The accuracy of horizontal attitude is  $0.01^\circ$  and the accuracy of course angle is  $0.1^\circ$ , which improves the accuracy and reliability of the system.

**Key words:** Nonlinearity; Observability analysis; Course angle estimation; Adaptive; Unscented Kalman filter

收稿日期:2019-05-28;修订日期:2019-06-17

基金项目:国家自然科学基金重点项目(61633008);黑龙江省杰出青年基金(JJ2018JQ0059);中央高校基本科研业务费专项资金基金(HEUCFP201768);国家自然科学基金(61773132)

作者简介:程建华(1977-),男,教授,博士,主要从事惯性导航技术、组合导航技术方面的研究。E-mail:ins\_cheng@163.com

## 0 引言

捷联惯性导航系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)与全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)在误差传播性能上互补,组合之后的系统精度、性能和可靠性等多个方面均优于单独的子系统,具有良好的应用前景<sup>[1]</sup>。SINS/GNSS 通常用于陆地车辆导航,为其提供可靠的速度、位置和姿态信息。伴随着微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)技术的快速发展,基于 MEMS 技术的惯性器件因具有低成本、低功耗、小体积以及可大批量生产等优势<sup>[2]</sup>,受到了广泛关注。但由于成本的降低导致 MEMS 陀螺仪的输出存在许多不确定性误差,使得陀螺仪的姿态精度降低,从而导致整个导航系统的精度下降<sup>[3]</sup>。因此,必须提出一种能够提高 MEMS-SINS/GNSS 组合导航系统姿态估计精度的解决方案。

采用速度、位置和姿态全组合方式进行组合导航,虽然相较于传统的位置和速度组合方式姿态角精度有了较大改善,但在实际应用中实现复杂,抗干扰性差,且只适用于多天线卫星导航系统<sup>[4-5]</sup>。文献[1]在简化组合导航模型的基础上进行姿态估计,使用常规组合导航的算法解算横摇角与纵摇角,对于航向角则采用级联卡尔曼滤波算法进行单独估计。这种方法虽然能够得到精度较高的姿态角,但是系统运算量增大,从而导致其实时性变差<sup>[6]</sup>。而文献[7]则研究了线性系统下,基于改进常规卡尔曼滤波的姿态估计算法,但是该算法并不能直接应用于非线性系统中<sup>[8]</sup>。因此,目前需要一种针对非线性系统的导航估计算法,在提高导航精度的同时减少计算量,提升系统的实时性。

针对上述问题,本文建立了以速度、位置和航向角误差为系统状态矢量的组合导航模型。首先对传统的速度和位置组合导航非线性系统进行可观测性分析,为了增强航向角的可观测性、抑制航向角易发散的问题,辅助以 GNSS 航向角作量测量;采用转弯判断规则和自适应算法降低了 GNSS 测量误差对姿态估计的影响。上述方法具有良好的适应性,导航精度高、实时性强,满足运载体的导航需求。

## 1 SINS/GNSS 非线性误差模型

由于捷联惯导系统的误差模型本质上为非线

性的,并受限于惯性器件本身的测量误差等因素,使得系统显示出较强的非线性和时变性。直接建立非线性误差模型,能够减少约束条件,使得误差模型能够更准确地描述系统的误差传播特性,有助于分析并提高系统的导航性能。

设  $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_E \ \varphi_N \ \varphi_U]^T$  为  $n'$  系到  $n$  系的夹角,即姿态误差角,通过欧拉平台误差角推导出 SINS 非线性姿态、速度和位置误差方程为<sup>[9-10]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varphi}}^n = \mathbf{C}_\omega^{-1} [(\mathbf{I} - \mathbf{C}_n^{n'}) \hat{\boldsymbol{\omega}}_{in}^n + \mathbf{C}_n^{n'} \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n - \mathbf{C}_b^{n'} \boldsymbol{\varepsilon}^b] + \mathbf{C}_\omega^{-1} \mathbf{C}_b^{n'} \mathbf{w}_g^b \\ \delta \dot{\mathbf{V}}^n = [\mathbf{I} - (\mathbf{C}_n^{n'})^T] \mathbf{C}_b^{n'} \hat{\mathbf{f}}^b + \delta \mathbf{V}^n \times (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) + \mathbf{V}^n \times (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) + (\mathbf{C}_n^{n'})^T \mathbf{C}_b^{n'} \mathbf{w}_a^b \\ \delta \dot{\mathbf{p}} = \delta \mathbf{V}^n \end{cases} \quad (1)$$

式中,各项变量定义见文献[6]。

由误差方程建立滤波状态微分方程为<sup>[11]</sup>

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(t)) + \mathbf{W}(t) \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{X} = [(\delta \mathbf{V}^n)^T \ (\delta \mathbf{p})^T \ (\boldsymbol{\varphi}^n)^T \ (\nabla^b)^T \ (\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T]^T$  是  $m \times 1$  状态向量;  $\nabla^b$  为加速度计零偏;  $\mathbf{W} = [(\mathbf{w}_g^b)^T \ (\mathbf{w}_a^b)^T \ 0 \ 0]^T$  为零均值噪声向量。

由于陆地车辆导航不需要考虑天向位置和速度,所以量测方程为

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_V(t) \\ \mathbf{Z}_P(t) \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{X}(t) + \mathbf{V}(t) \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \text{diag}[R_N \cos L \ R_M] & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{9 \times 9} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{9 \times 9} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{Z}(t)$  是  $l \times 1$  观测向量;  $\mathbf{Z}_V$  和  $\mathbf{Z}_P$  分别由 SINS 和 GNSS 的速度和位置的差值得出;  $\mathbf{V}$  为零均值噪声向量<sup>[12]</sup>。离散化状态方程和量测方程之后,对 SINS/GNSS 进行积分,获得长时精度的位置和速度。系统原理如图 1 所示。

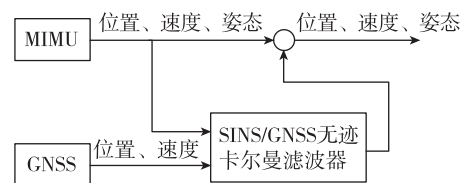


图 1 MEMS-SINS/GNSS 系统原理

Fig. 1 System principle of MEMS-SINS/GNSS

## 2 非线性系统可观测性分析

对系统进行可观测性分析能够确定卡尔曼滤

波效果的好坏,系统状态的可观测性可以反映该状态的估计精度,并确定收敛速度的快慢<sup>[13]</sup>。对于不可观测的状态,系统无法精确估计甚至不能估计。可观测性分析中的定性分析为确定状态是否可观测,定量分析为确定状态的可观测程度,即可观测度<sup>[14]</sup>。通常,对于线性时变系统采用由 Goshen-Meskin 和 Bar-Itzhack 提出的分段线性定常系统 (Piece Wise Constant System, PWCS) 可观测性分析方法,即 PWCS 方法<sup>[15]</sup>。可观测度分析通常采用基于 PWCS 的奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 方法,即 SVD 方法<sup>[16]</sup>。但是目前所有线性系统的可观测性分析方法都无法直接应用于非线性系统,并且非线性系统的可观测性分析现在没有统一的定义方法。由于现有的非线性系统的分析方法实现复杂,难于应用,因此通过将非线性系统线性化为线性系统,然后使用 PWCS 方法和 SVD 方法对其进行可观测性和可观测度分析。

## 2.1 可观测性分析

对式(2)状态微分方程中的  $t$  在  $[t_k, t_{k+1}]$  上积分得

$$\mathbf{X}(t_{k+1}) = \mathbf{X}(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\mathbf{X}(t))dt + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{W}(t)dt \quad (5)$$

令  $\mathbf{X}(t_{k+1}) = \mathbf{X}_{k+1}$ ,  $\int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{W}(t)dt = \mathbf{W}_k$ , 则式(5)为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\mathbf{X}(t))dt + \mathbf{W}_k \quad (6)$$

将  $f(\mathbf{X}(t))$  在  $\mathbf{X}_k$  处进行 Taylor 展开得

$$f(\mathbf{X}(t)) \approx f(\mathbf{X}_k) + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_k} (\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_k) \\ \triangleq f(\mathbf{X}_k) + F(\mathbf{X}_k)(\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_k) \quad (7)$$

式中,  $F(\mathbf{X}) = \frac{\partial f(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}}$  为状态方程的雅克比矩阵。

将  $\mathbf{X}(t)$  在  $t_k$  处进行 Taylor 展开得

$$\mathbf{X}(t) \approx \mathbf{X}_k + \left. \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} \right|_{t_k} (t - t_k) \\ = \mathbf{X}_k + f(\mathbf{X}_k)(t - t_k) \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)得

$$f(\mathbf{X}(t)) = f(\mathbf{X}_k) + F(\mathbf{X}_k)f(\mathbf{X}_k)(t - t_k) \quad (9)$$

将式(9)代入式(6)并积分得

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + f(\mathbf{X}_k)T + \frac{T^2}{2}F(\mathbf{X}_k)f(\mathbf{X}_k) + \mathbf{W}_k \quad (10)$$

式中,  $T = t_{k+1} - t_k$ 。此即为得到的离散线性

化状态方程。

假设在  $[t_k, t_{k+1}]$  内对  $\hat{\mathbf{X}}_k$  处进行非线性系统 Taylor 展开,同理在  $[t_{k+1}, t_{k+2}]$  内对  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$  处进行非线性系统 Taylor 展开,结合式(10)得到

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_k + f(\hat{\mathbf{X}}_k)T + \frac{T^2}{2}F(\hat{\mathbf{X}}_k)f(\hat{\mathbf{X}}_k) \quad (11)$$

所以,可以得出

$$\mathbf{X}_{k+1} - \hat{\mathbf{X}}_{k+1} = (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k) + (f(\mathbf{X}_k) - f(\hat{\mathbf{X}}_k))T + \\ \frac{T^2}{2}(F(\mathbf{X}_k)f(\mathbf{X}_k) - F(\hat{\mathbf{X}}_k)f(\hat{\mathbf{X}}_k)) \\ = \left( \mathbf{I} + F(\hat{\mathbf{X}}_k)T + \frac{T^2}{2}F^2(\hat{\mathbf{X}}_k) \right) (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k) + O((\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)^2) \quad (12)$$

令  $\Phi_k = \left( \mathbf{I} + F(\hat{\mathbf{X}}_k)T + \frac{T^2}{2}F^2(\hat{\mathbf{X}}_k) \right)$ ,  $\mathbf{x}_k = \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k$ 。

对式(3)量测方程直接进行离散化得

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{H}\mathbf{X}_{k+1} + \mathbf{V}_{k+1} \quad (13)$$

结合式(13)得到

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{x}_k \\ \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{H}\mathbf{x}_{k+1} \end{cases} \quad (14)$$

所有时间段  $i = 1, 2, \dots, j$  的总观测矩阵 (Total Observability Matrix, TOM) 构造如下

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{TOM}}(j) = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_1 \\ \tilde{\mathbf{Q}}_2 e^{\Phi_1 \Delta_1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{Q}}_j e^{\Phi_{j-1} \Delta_{j-1}} \dots e^{\Phi_1 \Delta_1} \end{pmatrix} \quad (15)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{Q}}_i = [(H_i)^T \quad (H_i \Phi_i)^T \quad (H_i \Phi_i^2)^T \quad \dots \quad (H_i \Phi_i^{m-1})^T]^T$ ,  $\Delta_i$  是 2 个时间段之间的间隔。

由于存在  $e^{\Phi_i \Delta_j}$  的原因,分析可观测阵  $\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{TOM}}(j)$  的计算量巨大,所以在  $\text{null}(\tilde{\mathbf{Q}}_i) \subset \text{null}(\mathbf{A}_i)$ ,  $1 \leq i \leq j$  的情况下,可以用简化的提取可观测矩阵 (Stripped Observability Matrix, SOM) (用  $\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{SOM}}(j)$  表示) 代替  $\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{TOM}}(j)$  进行可观测性分析,  $\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{SOM}}(j)$  为

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{SOM}}(j) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_1 \\ \tilde{\mathbf{Q}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{Q}}_r \end{bmatrix} \quad (16)$$

## 2.2 SVD 可观测度分析

根据 SVD 原理,对简化的系统可观测矩阵  $\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{SOM}}(j)$  进行奇异值分解,得

$$\tilde{Q}_{\text{SOM}}(j) = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (17)$$

式中

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}, \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{O}_{(m-j) \times j} \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_j)$ ,  $\sigma_i$  是  $\tilde{Q}_{\text{SOM}}(j)$  的奇异值。因此,量测方程如下

$$\mathbf{Z} = \tilde{Q}_{\text{SOM}}(j) \cdot \mathbf{X}(0) = \mathbf{U} \sum \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{X}(0) \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{X}(0)$  是初始状态矢量,经过矩阵变换可得

$$\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_i(0) = \sum_{i=1}^j \begin{bmatrix} u_i^T \\ \sigma_i \end{bmatrix} v_i \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{X}_i(0)$  是奇异值  $\sigma_i$  的初始状态矢量。所以第  $k$  个状态的可观测度定义为

$$\eta_k = \frac{\sigma_i}{\sigma_0}, i = 1, 2, \dots, j \quad (21)$$

其中,  $\sigma_i$  是使  $\mathbf{X}_i(0)$  取得最大值的奇异值,  $\sigma_0$  为观测量对应的奇异值。表 1 给出了在不同的外部观测量条件下的非线性系统可观测度分析结果。

表 1 不同外部观测量条件下的系统可观测度  
Tab. 1 Obseability analysis of system under each motion condition

状态量	单独速度 观测量	单独位置 观测量	“速度+位置” 观测量
1δV <sub>E</sub>	1.00	3.14×10 <sup>-14</sup>	1.00
2δV <sub>N</sub>	1.00	1.00	1.00
3δL	<×10 <sup>-15</sup>	1.00	1.00
4δλ	<×10 <sup>-15</sup>	1.00	1.00
5φ <sub>E</sub>	9.86	9.86	9.86
6φ <sub>N</sub>	9.86	8.43×10 <sup>-11</sup>	9.86
7φ <sub>U</sub>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>
8∇ <sub>E</sub>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>
9∇ <sub>N</sub>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>
10∇ <sub>U</sub>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>	<×10 <sup>-15</sup>
11ε <sub>E</sub>	9.80	1.79×10 <sup>-3</sup>	9.80
12ε <sub>N</sub>	9.80	9.81	9.80
13ε <sub>U</sub>	5.66×10 <sup>-4</sup>	9.03×10 <sup>-9</sup>	5.66×10 <sup>-4</sup>

分析表 1 可知,增加外部观测量有效地提高了系统状态量的可观测程度。

### 3 航向角精确估计

#### 3.1 GNSS 航向角约束

速度位置组合导航系统通过常规无迹卡尔曼滤

波器(Unscented Kalman Filter, UKF)滤波后可得到精度较高的俯仰角和横滚角。但是由于航向角可观测性弱,当载体为匀速直线行驶或者静止状态时,航向角误差较大,即使是在机动情况下,航向角的估计误差也不容忽略。所以,可通过增加航向角观测约束,提高航向角的可观测性和姿态角的精度。

单天线 GNSS 在多数情况下都可以给出速度、位置和航迹角。单天线 GNSS 航迹角为

$$\varphi = \arctan\left(\frac{v_E}{v_N}\right) \quad (22)$$

式中,  $v_E$  和  $v_N$  分别为地理坐标系下单天线 GNSS 测得的东向和北向速度。在量测方程中加入航向约束,此时,量测量变为

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} \Delta V_k \\ \Delta p_k \\ \Delta \phi_k \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中,  $\mathbf{Z}_k$  为  $k$  时刻的量测向量;  $\Delta V_k$ 、 $\Delta p_k$  分别为  $k$  时刻 MEMS 传感器积分得到的速度、位置信息和 GNSS 获取的速度、位置信息的差值;  $\Delta \phi_k$  为单天线 GNSS 航迹角与 MEMS 陀螺仪航向角的差值。

通过加入单天线 GNSS 航向约束可以解决航向角可观测性弱的问题,提高估计精度。

#### 3.2 改进型滤波器

当运载体处于直线运动状态时,GNSS 得到的航迹角与运载体的航向角是一致的,不存在偏流角的影响;但是当运载体处于转弯状态时,由于偏流角的存在,导致测量得到的航迹角与真实的航向角之间存在误差。由于系统先天存在这种误差,所以运载体在测量到转弯状态后,需要关闭 GNSS 航向辅助,短时间内仅通过陀螺积分来维持航向角的输出。但是由于 MEMS-IMU 的精度低,即使是短时间内关闭 GNSS 航向辅助也可能造成比较大的航向误差。为解决这个问题,对 UKF 进行了改进,从而有效地抑制了由于 MEMS 精度低而导致的航向误差增大。

##### 3.2.1 转弯判断规则

通过单天线 GNSS 航向约束改善了航向角可观测性弱的问题,但是在载体转弯时会产生偏流角,GNSS 测得的载体航迹角实际上为真实的航向角与偏流角之和,使得测量值与实际值之间产生了偏差。为了消除偏流角对系统的影响,在检测到车辆转弯时,关闭航向角观测。对于车辆转弯的判断可以通过测量转弯角速率的航向角陀螺的输出值

导出,即

$$\sigma_{\phi}^2 = \mu \sigma_{\phi v}^2, \quad \mu = \begin{cases} 1, & |\omega_z(\tau)| < \kappa, \tau \in [t - T_0, t] \\ \infty, & \text{其他} \end{cases} \quad (24)$$

式中,  $\sigma_{\phi}^2$  为量测噪声阵中航向角量测方差;  $\sigma_{\phi v}^2$  为 GNSS 航迹角的量测噪声误差;  $\omega_z$  为航向陀螺测量的转弯角速率;  $\kappa$  为转弯判断阈值。

### 3.2.2 自适应 UKF

常规 UKF 算法见文献[6]。对于系统中未知的噪声,利用基于 Sage-Husa 的极大后验估值算法对  $\mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$  进行估计。

设新息向量  $\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{z}_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}_i)$ , 有

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [\mathbf{K}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{K}_i^T] \\ \hat{\mathbf{R}}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [\boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i^T] \end{cases} \quad (25)$$

若系统噪声方差  $\hat{\mathbf{Q}}_k$  无偏,则

$$\begin{aligned} E[\hat{\mathbf{Q}}_k] &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k E[\mathbf{K}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{K}_i^T] = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{K}_i \mathbf{P}_{zz} \mathbf{K}_i^T \\ &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\mathbf{P}_{i/i-1} - \mathbf{P}_i) \end{aligned} \quad (26)$$

结合 UKF 中的  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  则式(26)为

$$E[\hat{\mathbf{Q}}_k] = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left( \sum_{j=0}^{2n} \mathbf{W}_j^{(c)} [\boldsymbol{\chi}_{i/i-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{j,i/i-1}] [\boldsymbol{\chi}_{i/i-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{j,i/i-1}]^T + \mathbf{Q}_{i-1} - \mathbf{P}_i \right) \quad (27)$$

所以,系统噪声方差  $\hat{\mathbf{Q}}_k$  为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}_k &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\mathbf{K}_i [\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{i/i-1}] [\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{i/i-1}]^T \mathbf{K}_i^T + \mathbf{P}_i - \\ &\quad \sum_{j=1}^{2n} \mathbf{W}_j^{(c)} [\boldsymbol{\chi}_{i/i-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{j,i/i-1}] [\boldsymbol{\chi}_{i/i-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{j,i/i-1}]^T) \end{aligned} \quad (28)$$

同理可得量测噪声方差  $\hat{\mathbf{R}}_k$  为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_k &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k ([\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{i/i-1}] [\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{i/i-1}]^T - \\ &\quad \sum_{j=1}^{2n} \mathbf{W}_j^{(c)} [\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{j,i/i-1}] [\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{j,i/i-1}]^T) \end{aligned} \quad (29)$$

在这个基础上再采用渐消指数加权的方法,推导出非线性系统时变噪声统计估计器为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_k = (1 - d_{k-1}) \hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + d_{k-1} (\mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T \mathbf{K}_k^T + \mathbf{P}_k - \\ \quad \sum_{j=1}^{2n} \mathbf{W}_j^{(c)} [\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{j,k/k-1}] [\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{j,k/k-1}]^T) \\ \hat{\mathbf{R}}_k = (1 - d_{k-1}) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + d_{k-1} (\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T - \\ \quad \sum_{j=1}^{2n} \mathbf{W}_j^{(c)} [\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{j,i/i-1}] [\mathbf{z}_i - \mathbf{Z}_{j,i/i-1}]^T) \end{cases} \quad (30)$$

式中,  $d_k = (1 - b)/(1 - b^k)$ ,  $b$  为遗忘因子,  $0 < b < 1$ , 通常取值范围为 0.95~0.99。

### 3.2.3 改进模糊自适应 UKF

Sage-Husa 滤波器通常会出滤波发散的问题,为了解决这个问题,考虑在协方差匹配方法的基础上引入对滤波发散趋势的判断规则,即

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_k \leq \alpha \cdot \text{tr}[E(\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T)] \quad (31)$$

其中,  $\alpha$  为一可调的储备系数 ( $\alpha \geq 1$ ),依据实际情况进行设定;  $\text{tr}()$  为矩阵的迹。当式(31)成立时,表示滤波效果稳定;当该式不成立时,就需要对  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  进行修正,使其变为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k/k-1} &= \lambda_k \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i^{(c)} [\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}] \cdot \\ &\quad [\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}]^T + \mathbf{Q}_k \end{aligned} \quad (32)$$

其中,  $\lambda_k$  如下所示

$$\lambda_k = \begin{cases} 1, & \lambda_0 < 1 \\ \lambda_0, & \lambda_0 > 1 \end{cases} \quad (33)$$

其中,  $\lambda_0$  为模糊 UKF 的残差理论值与实际值之间的比值。

模糊 UKF 的残差方差理论值为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{ZZk} &= \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i^{(c)} [\mathbf{Z}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] [\mathbf{Z}_{k/k-1}^{(i)} - \\ &\quad \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T + \mathbf{R}_k \end{aligned} \quad (34)$$

实际残差方差为

$$\mathbf{C}_k = \frac{1}{n} \sum_{j=k-n+1}^k \boldsymbol{\varepsilon}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^T \quad (35)$$

所以,  $\lambda_0$  为

$$\lambda_0 = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_k)}{\text{tr}(\mathbf{P}_{ZZk})} \quad (36)$$

由此,通过自适应加权系数  $\lambda_k$  对  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  的修正,来抑制滤波的发散情况。

## 4 仿真实验

为验证本文所提出的算法的有效性,进行了车载实验仿真验证,设置初始地理位置为北纬 45°、东经 126°,陀螺漂移误差为 20(°)/h,加速度计零偏  $5 \times 10^{-3} g$ ,GNSS 的速度测量误差为 0.01m/s,位置测量误差为 10m,MEMS-SINS 解算频率为 100Hz,系统滤波频率为 1Hz,仿真时长为 3h,运行轨迹包括静止、匀速直线、加速、减速和转弯等状态。匀速直线运动时,北向速度为 3m/s;加速运动状态时,北向加速度为  $2\text{m/s}^2$ ;减速时,北向加速度为  $-2\text{m/s}^2$ ;转弯状态时,航向角速率为  $-30(^\circ)/\text{s}$ ,转弯时长为 3s,GNSS 航向角量测存在偏流角。结果如下所示,图 2~图 4 分别

为常规 UKF 在匀速直线状态下的姿态、速度和位置误差曲线图;图 5~图 7 分别为加入航向约束并在 330s 加入转弯状态的 UKF 算法与加入航向约束后改进 UKF 所得误差曲线的对比图。

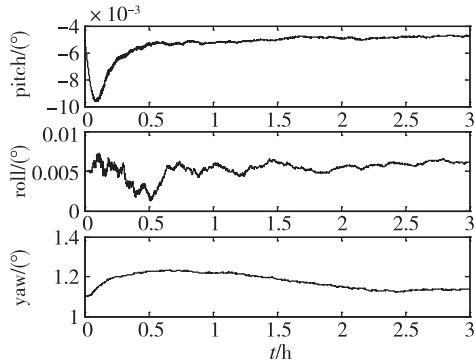


图 2 UKF 姿态误差曲线图  
Fig. 2 UKF attitude error curve

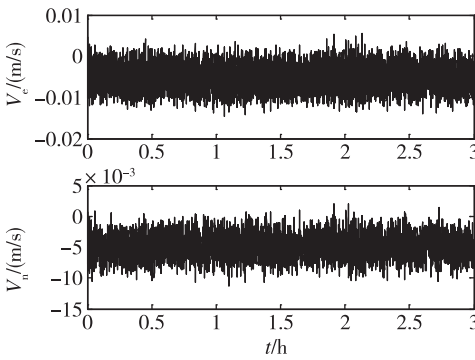


图 3 UKF 速度误差曲线图  
Fig. 3 UKF speed error curve

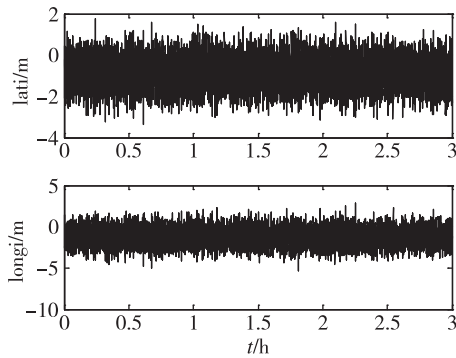


图 4 UKF 位置误差曲线图  
Fig. 4 UKF position error curve

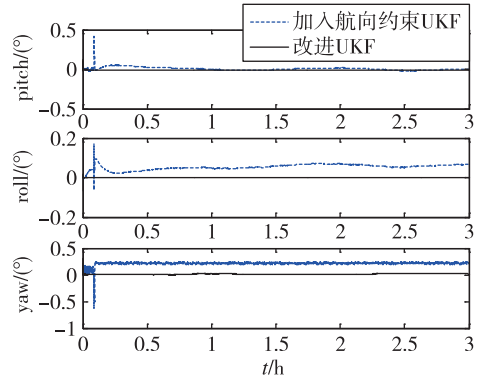


图 5 航向约束 UKF 和改进 UKF 姿态误差曲线图  
Fig. 5 Course constraint UKF and improved UKF attitude error curve

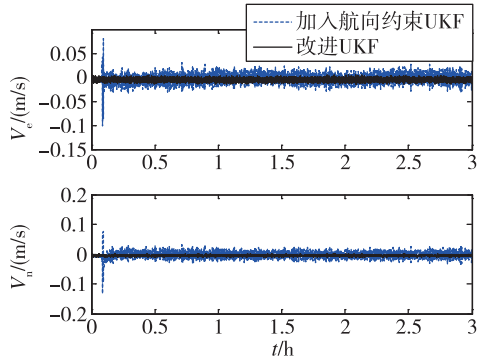


图 6 航向约束 UKF 和改进 UKF 速度误差曲线图  
Fig. 6 Course constraint UKF and improved UKF speed error curve

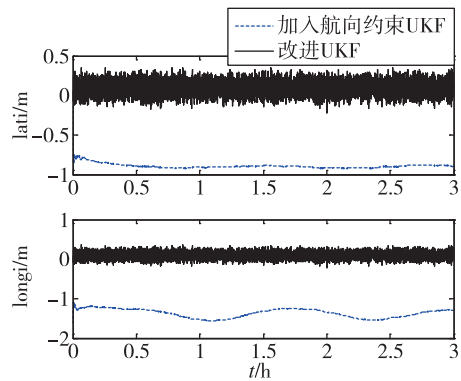


图 7 航向约束 UKF 和改进 UKF 位置误差曲线图  
Fig. 7 Course constraint UKF and improved UKF position error curve

分析上述仿真结果,由图2可以看出,在无航向辅助常规UKF算法中,匀速直线状态下,由于航向角可观性弱,UKF之后航向角误差与理想误差值之间始终存在差值,且无法通过改变初始值的取值而改善滤波的估值。由图5~图7可知,在加入航向角约束辅助后的直线行驶阶段,同无辅助姿态估计算法相比,航向角能够较好的收敛,但是幅值振荡较大,且在转弯状态下,姿态角出现了不同程度的发散,这是由于GNSS航向角在转弯时出现的偏流角等其他因素导致的量测误差较大引起的。所以,为了能够使转弯时得到更好的估算效果,则需要改进滤波算法,通过引入转弯判断规则和自适应UKF来增强算法的适应性,提高估计精度。由图5可以看出,姿态角的估计精度得到明显的提升,水平姿态误差控制在 $0.01^\circ$ 以内,航向角误差控制在 $0.1^\circ$ 以内,速度误差控制在 $0.02\text{m/s}$ 以内,位置误差控制在 $1\text{m}$ 以内。由此可以证明,该算法能够很好地完成运载体的长航时、高精度的导航需求。

## 5 结论

本文针对系统可观性弱导致的姿态估计差等问题,提出了一种基于MEMS的非线性组合导航系统航向角估计算法。算法分析与实验结果证明:

1)通过采用单天线GNSS航迹角对系统进行航向约束的方法,解决了因航向角可观性弱引起的姿态估计精度差的问题,实现了姿态角高精度估计。

2)通过采用转弯判断规则判断车辆是否处于转弯状态,并在检测到转弯状态后采用改进的Sage-Husa自适应无迹卡尔曼滤波器,解决了由于转弯时GNSS航向角量测存在偏流角而影响姿态估计精度的问题,从而得到了较好的估计效果。

3)通过仿真实验结果可以证明,本文提出的基于单天线GNSS的非线性系统航向角估计方法满足了低成本导航系统高可靠性和高精度的要求,具有重要的工程应用价值。

## 参考文献

[1] Wu Z W, Yao M L, Ma H G, et al. Improving accuracy of the vehicle attitude estimation for low-cost INS/GNSS integration aided by the GNSS-measured course angle[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2013, 14(2): 553-564.

[2] Jiang R, Liu X H, Wang H, et al. Secure estimation for attitude and heading reference systems under sparse attacks[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(2): 641-649

[3] Wang L, Wu W Q, Wei G, et al. Navigation information fusion in a redundant marine rotational inertial navigation system configuration[J]. Journal of Navigation, 2018: 1-22.

[4] Ko N Y, Jeong S, Suk-seung H, et al. Attitude estimation of underwater vehicles using field measurements and bias compensation[J]. Sensors, 2019, 19(2): 330

[5] 单斌,张复建,杨波,等.基于自适应姿态估计的MIMU/GPS紧组合导航算法[J].中国惯性技术学报,2018,26(6):760-767.

Shan Bin, Zhang Fujian, Yang Bo, et al. High-precision tightly integrated MIMU/GPS navigation algorithm based on adaptive attitude estimation [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2018, 26(6): 760-767(in Chinese).

[6] 秦永元,张洪钺,汪叔华.卡尔曼滤波与组合导航原理[M].西安:西北工业大学出版社,2015.

Qin Yongyuan, Zhang Hongyue, Wang Shuohua. Kalman filtering and integrated navigation principle [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015(in Chinese).

[7] 赵建伟,贾维敏,姚敏立,等.移动卫星通信系统组合姿态估计算法[J].西安交通大学学报,2014,48(8):36-41.

Zhao Jianwei, Jia Weimin, Yao Minli, et al. An estimation algorithm with integrated attitudes for mobile satellite communication system[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(8): 36-41 (in Chinese).

[8] 蔡焯,王长林.基于改进UKF的BDS/IMU组合列车定位方法[J].西南交通大学学报,2018,5(9):1-8.

Cai Xuan, Wang Changlin. BDS/IMU integrated train positioning method based on improved UKF algorithm[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2018, 5(9): 1-8(in Chinese).

[9] 黄平,孙婷婷,仝彦龙.基于自适应的单形采样UKF组合导航算法[J].系统工程与电子技术,2018,40(7):1567-1572.

Huang Ping, Sun Tingting, Tong Yanlong. UKF integrated navigation algorithm based on adaptive simplex sampling[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(7): 1567-1572(in Chinese).

- [10] Zhang Z X, Dong L M, Xu G D, et al. Real-time attitude estimation by using parallax observation system [J]. *Neural Processing Letters*, 2018, 48(3): 1415-1429.
- [11] Ge Q B, Ma J Y, Chen S D. Observable degree analysis to match estimation performance for wireless tracking networks: observable degree analysis to match estimation performance [J]. *Asian Journal of Control*, 2016, 19(4): 1259-1270.
- [12] Zhuo P, Ge Q B, Shao T, et al. Observable degree analysis using unscented information filter for nonlinear estimation systems [C]// *Proceedings of International Conference on Information. IEEE*, 2016.
- [13] Wang M, Chen J, Song C, et al. Observable degree analysis of DGPS/SINS calibration based on singular value decomposition [C]// *Proceedings of Control Conference. IEEE*, 2016.
- [14] 管冬雪. 船用捷联惯导系统动基座初始对准方法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2017.  
Guan Dongxue. Research on the in-motion alignment of marine strapdown inertial navigation system [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2017 (in Chinese).
- [15] 高亢, 陈希军, 任顺清, 等. SINS 大失准角传递对准模型的可观测性分析 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2019, 51(4): 6-11.  
Gao Kang, Chen Xijun, Ren Shunqing, et al. A novel observability analysis method for SINS large misalignment angle transfer alignment model [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2019, 51(4): 6-11 (in Chinese).
- [16] 王琪, 汪立新, 秦伟伟, 等. 基于局部可观测性分析的惯性平台连续自标定路径优化设计 [J]. *中国惯性技术学报*, 2018, 26(6): 713-720.  
Wang Qi, Wang Lixin, Qin Weiwei, et al. Continuous self-calibration path optimization design of inertial platform based on local observability analysis [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2018, 26(6): 713-720 (in Chinese).