

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.04.010

基于地球坐标系的 SINS/GNSS 极区组合导航算法

张甲甲, 卞鸿巍, 王荣颖, 马 恒

(海军工程大学电气工程学院, 武汉 430033)

摘 要:针对极区范围经线收敛速度加快并汇聚于极点,使航向失去参考基准,定位误差急剧增大的问题,结合极区航行过程中对导航精度的需求,提出了一种适用于极区的基于地球坐标系的 SINS/GNSS 组合导航方案。给出了基于地球椭球模型的横向坐标系定义以及与地球坐标系之间的转换关系;设计了地球坐标系下的 SINS/GNSS 组合导航算法;最后将地球坐标系下的导航结果转换到横向坐标系。仿真结果表明,基于地球坐标系的极区组合导航方案的导航误差收敛迅速,在 1800s 的仿真时间内,姿态精度达到 $0.4'$,定位精度达到 2m,速度精度达到 0.02m/s ;其中定位和航向精度略优于横向地理坐标系下的组合导航方法,且可为载体穿越极点时提供稳定的导航信息。

关键词:极区导航;组合导航;地球坐标系;横向坐标系

中图分类号:U666.1

文献标志码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:2095-8110(2020)04-0083-06



SINS/GNSS Integrated Navigation Algorithm Based on the Earth Coordinate Frame in Polar Region

ZHANG Jia-jia, BIAN Hong-wei, WANG Rong-ying, MA Heng

(Electrical Engineering College, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: In polar regions, the convergence speed of the longitude is accelerated and concentrated at the pole, which makes the heading lose the reference datum and the positioning error increase sharply. Combined with the demand for navigation accuracy during the polar region navigation, a kind of SINS/GNSS integrated navigation scheme based on the earth coordinate frame in polar region is proposed. The definition of the transversal coordinate frame based on the Earth ellipsoid model and the conversion relationship with the earth coordinate frame are given. The SINS/GNSS integrated navigation algorithm in the earth coordinate frame is designed. Finally, the navigation results in the earth coordinate frame are converted to the horizontal transversal coordinate frame. The simulation results show that the navigation error of this scheme converges rapidly. During the simulation time of 1800 seconds, the attitude accuracy reaches $0.4'$. The positioning accuracy reaches 2m and the velocity accuracy reaches 0.02m/s . The positioning and heading accuracy is better than the integrated navigation method in the transversal geographic coordinate frame, and providing stable navigation information to the carrier as it passes through the pole.

Key words: Polar navigation; Integrated navigation; Earth coordinate frame; Transversal coordinate frame

收稿日期:2019-05-26;修订日期:2019-07-15

基金项目:国家自然科学基金(41876222)

作者简介:张甲甲(1994-),男,硕士研究生,主要从事捷联惯导与极区导航方面的研究。E-mail:navjjia@126.com

通信作者:卞鸿巍(1972-),男,教授,博士生导师,主要从事惯性导航技术方向的研究。E-mail:4985726@qq.com

0 引言

极区冰层的快速减少,使北极航道逐渐成为新的海上交通动脉。随着对极区导航问题的日益重视,人们针对传统的力学编排方案在极区不再具备导航能力的问题,提出了诸多适用于极区导航的惯导力学编排方案,如极区平面导航、极区格网导航、横向坐标系导航^[1]等。然而无论哪种形式的惯导编排,都会表现出惯导固有的特性,如稳定性、振荡性以及对于初始条件做出的响应^[2],这些特性对惯导系统精度将产生严重影响。

为保证舰船在极区可以长航时高精度工作,国内外学者对极区阻尼及组合导航技术进行了相关研究^[3-8]。文献[3]提出了适用于极区的横坐标系捷联惯导系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)阻尼技术;文献[4]参考传统指北方位惯导力学编排方案,提出了一种基于横坐标系的SINS/多普勒计程仪(Doppler Velocity Log, DVL)组合方案;文献[5]在格网坐标系框架下推导了格网惯性力学编排方程和导航误差方程,结合星跟踪器的输出提出了惯性/星跟踪器极区组合方案;文献[6]提出了极区游动坐标系下的惯性导航系统(Inertial Navigation System, INS)/全球定位系统(Global Positioning System, GPS)组合导航方案。但是,文献[3-5]的惯导编排都是基于地球球体模型的,存在原理性误差;文献[6]提出的组合导航方案不具有穿越极点的能力。

综上所述,本文结合全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)全球性和高精度等优点^[9-10],研究了一种基于地球坐标系的SINS/GNSS极区组合导航算法,在地球椭球模型的框架下定义了横向坐标系,将地球坐标系确定为惯导计算坐标系,卡尔曼滤波器估计的姿态、速度和位置误差是相对于地球坐标系的,再将地球坐标系下的导航结果转换到横向坐标系。相对于当地水平坐标系算法,地球坐标系下的捷联算法和卡尔曼滤波算法在保证导航精度的情况下,计算效率可以分别提升40%和10%^[11],对实现高精度的导航及滤波算法十分有利。结果表明,地球坐标系下的组合导航算法满足极区航行的需求。

1 基于地球椭球模型的横向坐标系设计

如图1所示,定义0°经线和180°经线组成的大

椭圆为横向赤道,取90°E经线和90°W经线的北半球部分组成的半个大椭圆为0°横向经线,定义原地理坐标点(0°,90°E)和(0°,90°W)分别为横向北极点和横向南极点。横向地球坐标系与地球固联,取地球椭球体模型的中心作为坐标原点, X' 轴指向传统北极N, Y' 轴指向格林尼治子午线与赤道的交点, Z' 轴指向横北极点。

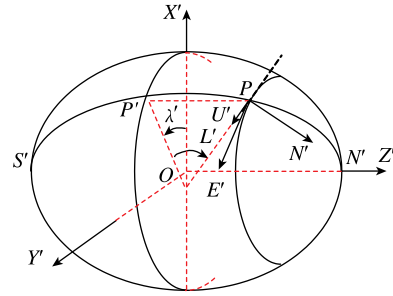


图1 椭球横向坐标系

Fig. 1 The transversal coordinate frame based on the earth ellipsoid model

地球表面上任意一点P的横向纬度定义为地球椭球面外法线与横向赤道面的夹角,其横向经度为地球椭球面外法线在横向赤道面上的投影与OX'轴的夹角。定义横向地理坐标系(n')的横地向轴 D' 沿参考椭球体的法线方向,横北向轴 N' 在垂直于 D' 轴的平面内,指向横北极的方向,根据右手定则确定横东向轴 E' 。

根据以上定义,利用几何关系可以得到横向经纬度与地球坐标的关系为

$$\begin{cases} x_{eb}^e = (R_N + h) \cos L' \sin \lambda' \\ y_{eb}^e = (R_N + h) \sin L' \\ z_{eb}^e = (R_N + h - e^2 R_N) \cos L' \cos \lambda' \end{cases} \quad (1)$$

式中, x_{eb}^e 、 y_{eb}^e 、 z_{eb}^e 表示载体在地球坐标系下的位置分量, R_N 为卯西圈曲率半径, L' 、 λ' 、 h 分别表示横向纬度、横向经度和高度, e 为地球椭球模型偏心率。

依据传统经纬度与地球坐标的关系为

$$\begin{cases} x_{eb}^e = (R_N + h) \cos L \cos \lambda \\ y_{eb}^e = (R_N + h) \cos L \sin \lambda \\ z_{eb}^e = ((1 - e^2) R_N + h) \sin L \end{cases} \quad (2)$$

可得,传统经纬度与椭球横向经纬度的变换公式为

$$\begin{cases} \sin L' = \cos L \sin \lambda \\ \tan \lambda' = \cot L \cos \lambda \\ \sin L = \cos L' \cos \lambda' \\ \tan \lambda = \tan L' \csc \lambda' \end{cases} \quad (3)$$

根据式(3), R_N 用横向经纬度表示为

$$R_N = \frac{R_0}{(1 - e^2 \cos^2 L' \cos^2 \lambda')^{1/2}} \quad (4)$$

式中, R_0 为赤道半径。

惯导系统直接输出地球坐标系下的导航参数, 经过以下变换可得到横向地理坐标系下的导航参数。根据定义可得横向地球坐标系与横向地理坐标系的坐标转换矩阵为

$$\mathbf{C}_e^{n'} = \begin{pmatrix} -\cos \lambda' \sin L' & -\sin \lambda' \sin L' & \cos L' \\ -\sin \lambda' & \cos \lambda' & 0 \\ -\cos \lambda' \cos L' & -\sin \lambda' \cos L' & -\sin L' \end{pmatrix} \quad (5)$$

从地球坐标系到横向地球坐标系的坐标转换矩阵为

$$\mathbf{C}_e' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

由式(6)可以得到, 地球坐标系到横向地理坐标系的坐标转换矩阵为

$$\mathbf{C}_e^{n'} = \mathbf{C}_e^{n'} \mathbf{C}_e' = \begin{pmatrix} -\sin \lambda' \sin L' & \cos L' & -\cos \lambda' \sin L' \\ \cos \lambda' & 0 & -\sin \lambda' \\ -\sin \lambda' \cos L' & -\sin L' & -\cos \lambda' \cos L' \end{pmatrix} \quad (7)$$

则横向地理坐标系下的速度为

$$\mathbf{v}_{eb}^{n'} = \mathbf{C}_e^{n'} \mathbf{v}_{eb}^e \quad (8)$$

横向地理坐标系下的姿态矩阵为

$$\mathbf{C}_b^{n'} = \mathbf{C}_e^{n'} \mathbf{C}_b^e \quad (9)$$

由式(1)可得, 由地球坐标系下的位置到横向地理坐标系下的位置的计算式为

$$\begin{cases} L' = \arctan \left(\frac{y_{eb}^e}{\sqrt{(y_{eb}^e)^2 + (z_{eb}^e + e^2 R_N \cos L' \cos \lambda')^2}} \right) \\ \lambda' = \arctan \left(\frac{x_{eb}^e}{z_{eb}^e + e^2 R_N \cos L' \cos \lambda'} \right) \\ h' = \frac{y_{eb}^e}{\sin L'} - R_N \end{cases} \quad (10)$$

由于式(10)中等式右侧包含 L' 、 λ' 、 R_N 项, 且 R_N 是横向经纬度的函数, 故式(10)需经过多次迭代才能得到。一般可取前一时刻的横向位置作为迭代初值。

2 地球坐标系下的惯导编排

利用惯性导航系统输出的测量值在地球坐标系下更新导航参数, 其地球坐标系下的位置矢量 \mathbf{r}_{eb}^e 、速度 \mathbf{v}_{eb}^e 以及姿态矩阵 \mathbf{C}_b^e 的动态微分方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_{eb}^e = \mathbf{v}_{eb}^e \\ \dot{\mathbf{v}}_{eb}^e = \mathbf{f}_{ib}^e + \mathbf{g}_b^e - 2\boldsymbol{\Omega}_{eb}^e \mathbf{v}_{eb}^e \\ \dot{\mathbf{C}}_b^e = \mathbf{C}_b^e \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{C}_b^e \end{cases} \quad (11)$$

式中, \mathbf{f}_{ib}^e 为加速度计输出比力在地球坐标系下的投影, $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$ 为陀螺测量角速度的反对称矩阵, $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e$ 为地球旋转角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_{ie}$ 的反对称矩阵, 重力加速度 \mathbf{g}_b^e 是引力加速度与向心加速度之和

$$\mathbf{g}_b^e = \boldsymbol{\gamma}_{ib}^e + \boldsymbol{\omega}_{ie}^e \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{r}_{eb}^e \quad (12)$$

地球椭球模型中, 引力加速度 $\boldsymbol{\gamma}_{ib}^e$ 在地球坐标系下表示为^[12]

$$\boldsymbol{\gamma}_{ib}^e = -\frac{\mu}{|\mathbf{r}_{eb}^e|^3} \mathbf{r}_{eb}^e + \frac{3}{2} J_2 \frac{R_0^2}{|\mathbf{r}_{eb}^e|^2} \begin{Bmatrix} [1 - 5(x_{eb}^e/|\mathbf{r}_{eb}^e|)^2] x_{eb}^e \\ [1 - 5(y_{eb}^e/|\mathbf{r}_{eb}^e|)^2] y_{eb}^e \\ [3 - 5(z_{eb}^e/|\mathbf{r}_{eb}^e|)^2] z_{eb}^e \end{Bmatrix} \quad (13)$$

其中, μ 为地球引力常数, 取值为 $3.986004418 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$, J_2 为地球第二引力常数, 取值为 1.082627×10^{-3} ^[13]。

惯性导航系统误差模型不仅是系统误差分析与控制的基础, 而且还可用于系统中实时故障检测和卡尔曼滤波的执行。捷联惯导系统在地球坐标系下的误差模型可表示为^[14]

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\psi}}_{eb}^e = -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\psi}_{eb}^e + \mathbf{C}_b^e \boldsymbol{\varepsilon} \\ \dot{\delta \mathbf{v}}_{eb}^e = [\mathbf{C}_b^e \mathbf{f}_{ib}^b] \boldsymbol{\psi}_{eb}^e - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \delta \mathbf{v}_{eb}^e + \mathbf{C}_b^e \mathbf{V} + \delta \mathbf{g}_b^e \\ \dot{\delta \mathbf{r}}_{eb}^e = \delta \mathbf{v}_{eb}^e \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\boldsymbol{\psi}_{eb}^e$ 表示地球坐标系姿态误差, $\delta \mathbf{v}_{eb}^e$ 表示地球坐标系速度误差, $\delta \mathbf{r}_{eb}^e$ 表示地球坐标系位置矢量误差, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 \mathbf{V} 分别为陀螺常值漂移和加速度计零偏。重力误差中引力随纬度变化很小, 且离心项是比三阶更小的量, 一般可忽略离心项及纬度误差相关项, 则重力误差可表示为^[10]

$$\delta \mathbf{g}_b^e \approx -\frac{2\boldsymbol{\gamma}_{ib}^e}{r_{eS}^e} \frac{\hat{\mathbf{r}}_{eb}^{eT}}{|\hat{\mathbf{r}}_{eb}^e|} \delta \mathbf{r}_{eb}^e \quad (15)$$

其中, r_{eS}^e 为地球参考椭球体表面的地心半径, $\boldsymbol{\gamma}_{ib}^e$ 由式(13)确定。

3 地球坐标系组合导航算法

在本文研究的 SINS/GNSS 组合导航系统(见图 2)中,捷联惯导系统选用地球坐标系作为导航解算坐标系,卫星导航系统直接输出地球坐标系下的位置和速度信息作为量测量输入到卡尔曼滤波器,对 SINS 误差进行估计。将滤波器估计的 SINS 误差反馈到惯导系统中对导航参数进行校正,再对校正后的地球坐标系下的导航参数进行导航信息转换,得到横向地理坐标系下的导航参数构成组合导航系统输出。

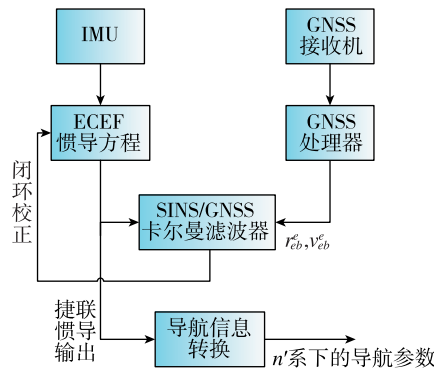


图 2 SINS/GNSS 组合导航系统结构图

Fig. 2 Schematic diagram of SINS/GNSS integrated navigation system

3.1 系统状态方程

选取地球坐标系下的 INS 姿态误差 $\boldsymbol{\psi}_{eb}^e$ 、速度误差 $\delta \mathbf{v}_{eb}^e$ 、位置误差 $\delta \mathbf{r}_{eb}^e$ 、加速度计零偏 \mathbf{V} 以及陀螺零偏 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 作为状态变量,即

$$\mathbf{x} = [(\boldsymbol{\psi}_{eb}^e)^T \quad (\delta \mathbf{v}_{eb}^e)^T \quad (\delta \mathbf{r}_{eb}^e)^T \quad \mathbf{V}^T \quad \boldsymbol{\varepsilon}^T]^T \quad (16)$$

根据式(14)可得系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w}_s \quad (17)$$

式中, \mathbf{w}_s 为系统噪声向量, \mathbf{G} 为系统噪声分布矩阵,系统矩阵 \mathbf{F} 表示为

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \hat{\mathbf{C}}_b^e \\ \mathbf{F}_{21} & -2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e & \mathbf{F}_{23} & \hat{\mathbf{C}}_b^e & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{F}_{21} = [\hat{\mathbf{C}}_b^e \hat{\mathbf{f}}_{ib}^b], \mathbf{F}_{23} = -\frac{2\boldsymbol{\gamma}_{ib}^e}{\mathbf{r}_{eb}^e} \frac{\hat{\mathbf{r}}_{eb}^{eT}}{|\hat{\mathbf{r}}_{eb}^e|} \quad (19)$$

3.2 系统量测方程

将 GNSS 测量的地球坐标系下的载体位置、速度与惯导输出的位置、速度的差值作为观测量,建立量测方程为

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{eb_GNSS}^e - \hat{\mathbf{r}}_{eb}^e \\ \mathbf{v}_{eb_GNSS}^e - \hat{\mathbf{v}}_{eb}^e \end{pmatrix} \quad (20)$$

则量测方程的矩阵形式为

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}_m \quad (21)$$

式中, \mathbf{w}_m 为量测噪声,用 \mathbf{I}_3 表示三阶单位阵,测量矩阵近似为

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{pmatrix} \quad (22)$$

4 仿真验证

为验证基于地球坐标系的 SINS/GNSS 极区组合导航算法的正确性和可行性,对比横向地理坐标系下的组合导航方法,在极点附近进行了仿真实验。设置仿真载体以 20m/s 的速度沿格林尼治子午线运动,初始姿态角均为 0° ,起始纬度为 89.8° ,仿真时长为 1800s,在 1100s 左右穿过极点。INS 数据更新频率为 100Hz,设置陀螺常值漂移为 $0.01^\circ/\text{h}$,陀螺角度游走系数为 $0.001^\circ/\sqrt{\text{h}}$;加计常值漂移为 $100\mu\text{g}$,加计速度游走系数为 $10\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。GNSS 数据更新频率为 1Hz,定位误差为 10m,速度误差为 0.1m/s。仿真开始时设置姿态初始误差为 0.01° ,位置和速度参数由 GNSS 数据初始化。仿真对比结果如图 3~图 5 所示。

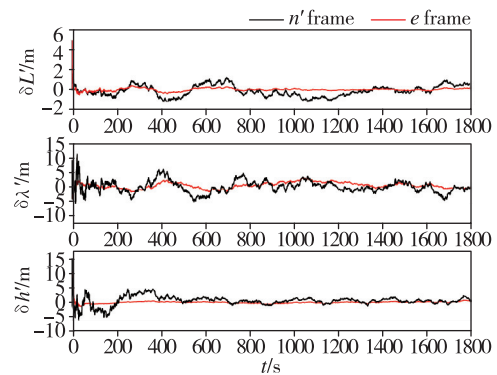


图 3 横向位置误差对比

Fig. 3 Comparison of transverse position errors

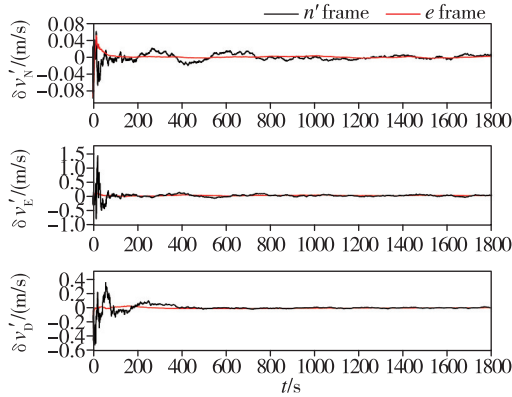


图4 横速度向误差

Fig. 4 Comparison of transverse velocity errors

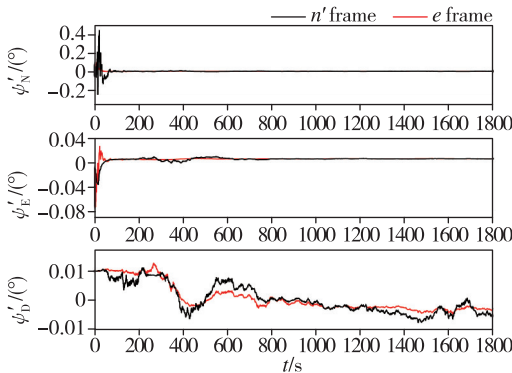


图5 横向姿态误差对比

Fig. 5 Comparison of transverse attitude errors

由图3~图5可得,在1800s的仿真时长内,两种组合导航方法输出的横向地理坐标系下的导航信息均获得了较好的收敛效果。基于地球坐标系的SINS/GNSS极区组合导航方法的横向定位误差不超过2m,横向速度误差不超过0.02m/s,姿态精度达到 $0.4'$ 。在1100s左右穿过极点时,各导航信息未发生跳变,系统十分稳定。其中地球坐标系下的组合导航方法得到的位置和航向精度优于横向地理坐标系下的组合导航方法,且输出导航信息更加稳定。这是因为在极区范围内,地球表面形变较大,不能很好地与地球椭球模型吻合,而地球坐标系下的组合导航方法脱离了地球椭球模型假设,具有更高的导航精度。由此可以看出,本文研究的组合导航系统能有效解决极区环境下惯性导航系统误差随时间积累的问题,满足极区航行作业的需求。

5 结论

本文研究了一种基于地球坐标系的极区SINS/GNSS组合导航算法,给出了横向坐标系的定义,建

立了地球坐标系与横向坐标系之间的转换关系。捷联惯导系统的计算更新在地球坐标系下完成,将GNSS测量的地球坐标系下的载体位置、速度与惯导输出的位置、速度的差值作为观测量进行滤波估计,最后将解算结果转换到横向坐标系下。算法在保证导航精度的情况下,大幅度提升了计算效率。仿真结果表明,该算法满足极区航行的要求,并且在舰船穿越极点时,也可提供高精度的导航信息。

参考文献

- [1] 秦永元. 惯性导航(第2版)[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
Qin Yongyuan. Inertial navigation (Second Edition) [M]. Beijing: Science Press, 2014(in Chinese).
- [2] 高钟毓. 惯性导航系统技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012.
Gao Zhongyu. Inertial navigation system technology[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012(in Chinese).
- [3] 李倩, 孙枫, 奔粤阳, 等. 横坐标系捷联惯导系统极区导航及阻尼设计[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(12): 2496-2503.
Li Qian, Sun Feng, Ben Yueyang, et al. Transversal strapdown INS and damping design in polar region [J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(12): 2496-2503(in Chinese).
- [4] 张福斌, 马朋, 王智辉. 基于横坐标系的捷联惯性导航系统/多普勒速度仪极区组合导航算法[J]. 兵工学报, 2016, 37(7): 1229-1235.
Zhang Fubin, Ma Peng, Wang Zhihui. SINS/DVL integrated navigation algorithm based on transversal coordinate frame in polar region[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(7): 1229-1235(in Chinese).
- [5] 周琪, 秦永元, 严恭敏, 等. 大飞机极区惯性/天文组合导航算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(12): 2559-2565.
Zhou Qi, Qin Yongyuan, Yan Gongmin, et al. Stellar-inertial navigation for transpolar large aircraft[J]. Systems Engineering & Electronics, 2013, 35(12): 2559-2565(in Chinese).
- [6] 刘文超, 谭志杨, 卞鸿巍, 等. 游移方位INS/GPS组合导航在极地地区的应用[J]. 火力与指挥控制, 2013, 38(2): 69-71.
Liu Wenchao, Tan Zhiyang, Bian Hongwei, et al. Application of wander azimuth INS/GPS integrated navigation in polar region[J]. Fire Control & Command Control, 2013, 38(2): 69-71(in Chinese).
- [7] Song L, Zhao W, Chen X, et al. Based on grid refer-

- ence frame for SINS/CNS integrated navigation system in the polar regions[J]. *Complexity*, 2019(3): 1-8.
- [8] Yan Z, Wang L, Zhang W, et al. Polar grid navigation algorithm for unmanned underwater vehicles[J]. *Sensors*, 2017, 17(7): 1599.
- [9] 武智佳, 吴文启, 刘科, 等. 基于 INS/GNSS 紧耦合组合的逐步诱导式欺骗检测算法研究[J]. *导航定位与授时*, 2019, 6(1): 7-13.
Wu Zhijia, Wu Wenqi, Liu Ke, et al. Research on algorithm of gradually induced spoofing detection based on tightly coupled INS/GNSS integration[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2019, 6(1): 7-13 (in Chinese).
- [10] 王安成, 李建胜, 林奕祺. 北斗/惯性深耦合接收机速度误差特性研究[J]. *导航定位与授时*, 2018, 5(5): 27-31.
Wang Ancheng, Li Jiansheng, Lin Yiqi. Research on velocity error of the BDS/IMU deeply-coupled receiver[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2018, 5(5): 27-31 (in Chinese).
- [11] Wei M, Schwarz K P. A strapdown inertial algorithm using an earth-fixed cartesian frame[J]. *Navigation*, 1990, 37(2): 153-167.
- [12] Britting K R. *Inertial navigation systems analysis* [M]. Wiley-Interscience, 1971.
- [13] National Imagery and Mapping Agency. Department of defense world geodetic system 1984 (Third Edition)[R]. NIMA TR8350. 2, 2000.
- [14] Groves P D. *GNSS 与惯性及多传感器组合导航系统原理(第 2 版)*[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
Groves P D. *Principles of GNSS, inertial, and multi-sensor integrated navigation systems(Second Edition)* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015 (in Chinese).