

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.04.011

# 考虑落角约束的制导炸弹有限时间控制制导律

穆忠伟, 吴剑, 韩秀枫

(南昌航空大学信息工程学院, 南昌 330063)

**摘要:** 为了提高制导炸弹对目标的毁伤能力, 更加有效地约束终端落角, 利用终端滑模变结构控制理论和有限时间收敛性理论, 在选取自适应趋近律和建立弹目相对运动模型的基础上, 提出了一种考虑落角约束的制导炸弹有限时间控制制导律。然后, 利用 Lyapunov 理论证明了所选取的滑模面和趋近律是有限时间收敛的。通过仿真实验验证了所提算法的有效性。仿真结果表明: 与比例制导律相比, 所提制导律既能使制导炸弹在有限时间内收敛到所期望的入射约束角附近, 又能使炸弹的视线角及其角速度收敛的更快, 具有一定的工程应用价值。

**关键词:** 制导炸弹; 有限时间控制; 终端落角; 滑模变结构; 入射约束角

中图分类号: V249.1

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



文章编号: 2095-8110(2020)04-0089-07

## Finite Time Control Guidance Law for Guided Bombs Considering Impact Angle Constraints

MU Zhong-wei, WU Jian, HAN Xiu-feng

(College of Information Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

**Abstract:** In order to improve the destructive ability of guided bomb to target and restrain the terminal angle more effectively, the terminal sliding mode variable structure control theory and the finite time convergence theory are used to select the adaptive reaching law and establish the relative motion model of missile and target. A finite-time control guidance law of guided bomb considering the fall angle constraint is proposed. Then, Lyapunov theory is used to prove that the selected sliding surface and the reaching law converge in finite time. The effectiveness of the proposed algorithm is verified by simulation experiments. The simulation results show that, compared with the proportional guidance law, the proposed guidance law can not only make the guidance bomb converge to the expected incident constraint angle in a finite time, but also makes the angle of sight of the bomb and its angular velocity converge faster, which has certain engineering application value.

**Key words:** Guided bomb; Limited time control; Terminal angle; Sliding mode variable structure; Incident constraint angle

收稿日期: 2019-03-03; 修订日期: 2019-04-11

基金项目: 航空科学基金(2016ZC56003)

作者简介: 穆忠伟(1990-), 男, 硕士研究生, 主要从事飞行器导航制导与控制的研究。E-mail: 1614372332@qq.com

通信作者: 吴剑(1975-), 男, 副教授, 主要从事先进控制理论与应用、导航制导与控制方面的研究。

E-mail: 78313993@qq.com

## 0 引言

制导炸弹的发展始于第二次世界大战后期,经过数十年的改进与创新取得了长足的发展,具有结构简单、使用方便、射程远、命中精度高、造价低、费效比高等优点,是世界各国机载高精度武器中数量最多的一款空地武器<sup>[1]</sup>。制导炸弹在现代战场中作为一种精确性极高的制导武器,主要用于攻击地下或地面的坚固目标。未来信息化战争是敌对双方在陆、海、空战场的对抗,将使制导炸弹的需求数量显著增加。制导炸弹作为一种精确的制导武器,其制导律的研究越来越重要,目前的制导需求越来越集中在约束条件上,例如脱靶量、攻击落角、消耗能量、过载及攻击时间等,从而提高了制导炸弹对目标的破坏效能。近年来,一些学者基于不同的理论方法提出了诸如最优制导律、滑模变结构制导律、改进型的比例导引律及其他类型的一些制导律<sup>[2]</sup>。

文献[3-5]针对拦截机动目标的过程中考虑攻击角度约束的制导问题,都提出了一种考虑自动驾驶仪动态特性的制导律。文献[6-9]提出了关于积分滑模控制的制导律。文献[10]根据精确打击及高效毁伤的指标要求,面向地面的目标,提出了一种满足末端位置、落角及攻击角度约束的最优导引律。文献[11-13]主要是针对有限时间收敛的制导律方面的研究。文献[14]主要是基于多项式函数推导出的具有落角约束的制导方法。文献[15]主要针对导弹攻击机动目标的要求,约束攻击角度,利用滑模变结构控制理论,提出了一种同时满足脱靶量为0和攻击角度约束要求的制导律。

本文基于终端滑模控制方法,选取包含炸弹前置角和落角约束项及脱靶量约束项作为滑模面切换函数,并结合自适应趋近律,设计了一种带落角约束的有限时间控制制导律。该制导律不仅可以使炸弹在有限时间内收敛到期望的攻击角度,而且还有一定的外内部干扰的能力,最后通过仿真验证了此制导律的有效性。

## 1 弹目相对运动建模与分析

研究制导炸弹的制导律时,需要建立导弹和目标之间的相对运动关系模型。而制导炸弹在飞行过程中,滚转通道处于稳定的状态,弹体的滚转角比较小,可以近似为0。本文仅对纵向平面的情况进行分析,分析的结果同样适用于侧向平面。假设

导弹和目标均视为在平面运动的质点,图1给出了导弹和目标的相对运动关系。

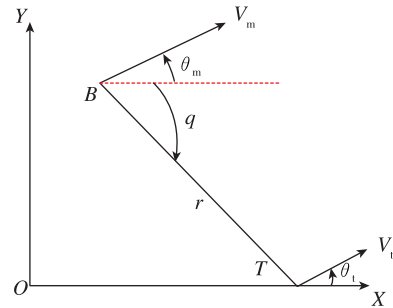


图1 纵向平面内弹目相对运动关系

Fig. 1 Missile-target relative motion relationship in longitudinal plane

在图1中,B表示制导炸弹;T表示目标; $V_m$ 为炸弹的速度, $V_t$ 为目标的速度; $r$ 为目标和炸弹的相对距离; $q$ 为弹目视线角; $\theta_m$ 和 $\theta_t$ 为炸弹和目标的弹道倾角。取 $\eta$ 为炸弹的速度前置角。

制导炸弹与目标的相对关系方程为

$$\begin{cases} \dot{r} = V_t \cos(\theta_t - q) - V_m \cos(\theta_m - q) \\ r\dot{q} = V_m \sin(\theta_m - q) - V_t \sin(\theta_t - q) \end{cases} \quad (1)$$

令炸弹的期望落角为 $\theta_d(t)$ ,期望的终端视线角 $q_d$ 与目标运行速度倾角 $\theta_t(t)$ 的关系可表示为

$$\theta_d(t) = \theta_t(t) + \rho \quad (2)$$

式中: $\rho$ 为炸弹期望的攻击角度。炸弹的弹道倾角 $\theta_m$ 变成期望攻击角度 $\theta_d$ 。当 $\rho = \pm \frac{\pi}{2}$ 时,表示炸弹 $q_d = \theta_t(t) \pm (\pi - \arctan(V_m/V_t))$ 垂直攻击目标。

对于给定的 $\theta_d$ 和 $\theta_t$ ,存在如下的关系<sup>[16]</sup>

$$\begin{cases} V_m \sin(\theta_d - q_d) - V_t \sin(\theta_t - q_d) = 0 \\ |\theta_d - q_d| < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3)$$

由于制导炸弹主要是用来攻击地面的固定目标或机动性很弱的目标,假设目标的机动性可以忽略不计,令 $V_t$ 和 $\theta_t$ 为0。则式(3)可以简化为

$$\begin{cases} V_m \sin(\theta_d - q_d) = 0 \\ |\theta_d - q_d| < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)可以得出 $\theta_d = q_d$ 。因此,命中时刻的视线角与炸弹的期望弹道倾角一致。末制导过程中,弹道倾角跟踪视线角,所以 $\eta = \theta - q$ 是小量。令 $\dot{V}_m \sin \eta = 0, \cos \eta \approx 1$ ,那么其速度前置角 $\eta = 0$ 。

分别对式(1)中两项左右进行微分,整理得出

$$r\dot{q} = -2\dot{r}q + a_t - a_m \quad (5)$$

式中:  $a_m = \dot{V}_m \sin(\theta_m - q) + V_m \dot{\theta}_m \cos(\theta_m - q)$ , 为制导炸弹的加速度在视线法向量上的分量;  $a_t = \dot{V}_t \sin(\theta_m - q) + V_t \dot{\theta}_t \cos(\theta_m - q)$ , 为目标加速度在视线法向量上的分量。

在制导炸弹制导的过程中, 需要使炸弹弹目视线角收敛到期望视线角及角速率收敛到0以保证很小的脱靶量, 取状态变量  $x_1 = q - q_d, x_2 = \dot{q}$ , 建立纵向平面内的状态方程, 可以写成

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ c \end{bmatrix} f \quad (6)$$

式中,  $a = -2\dot{r}/r; b = -1/r; c = 1/r; u = a_m; f = a_t$ 。

## 2 有限时间收敛的预备知识

为了便于下文对导引律有限时间收敛特性的分析和证明, 要求系统在有限时间内收敛, 因此对有限时间控制理论进行了简要的介绍。

考虑如下非线性系统

$$\dot{x} = f(x, t), f(0, t) = 0, x \in R^n \quad (7)$$

式中:  $f: U_0 \times R \rightarrow R^n$  在  $U_0 \times R$  上连续;  $U_0$  是原点  $x = 0$  的一个开邻域。

引理 1<sup>[17]</sup> 假定存在一个定义在原点的领域  $\hat{U} \subset U_0 \subset R^n$  上的光滑函数  $V(x)$ , 并且存在实数  $c > 0$  和  $0 < \gamma < 1$ , 使得  $V(x)$  在  $\hat{U}$  上是正定的,  $\dot{V}(x) + cV^\gamma(x)$  在  $\hat{U}$  上半负定, 则系统的原点是有限时间稳定的。

引理 2<sup>[18]</sup> 对于系统(7), 若存在连续、正定函数  $V(x)$  满足

$$\dot{V}(x) + dV(x) + eV^\gamma(x) \leq 0 \quad (8)$$

式中:  $d, e > 0; 0 < \gamma < 1$  均为常数。对于给定的初始状态  $x(t_0) = x_0$ , 在有限时间内  $V(x) \equiv 0$ , 系统状态到达稳定点的时间  $t$  取决于初值  $x(0) = x_0$ , 且满足不等式

$$t \leq 1/d(1 - \gamma) \ln \frac{dV^{(1-\gamma)}(x_0) + e}{e} \quad (9)$$

即系统状态是在有限时间收敛的。

## 3 带落角约束的有限时间控制的制导律设计

### 3.1 稳定性及有限时间收敛特性分析

首先利用非线性控制系统的有限时间收敛性理论和终端滑模变结构控制理论, 分别对制导系统

的滑模面趋近和沿滑模面运动的2个阶段进行有限时间收敛证明。

针对弹目视线角速率在制导末端变化剧烈的问题, 同时考虑制导炸弹以特定的入射角命中目标的性能指标, 设计终端滑模面的切换函数为

$$s = \eta + k_1 |x_1|^\alpha \operatorname{sgn}(x_1) + k_2 x_2 \quad (10)$$

式中:  $0 < \alpha < 1, k_1, k_2 > 0$ , 等式右边的第一项,  $\theta_m - q = \eta$ , 当  $\eta = 0$  时, 即  $q = \theta_m$ , 则弹目弹道倾角方向和弹目视线方向是一致的, 炸弹能够命中目标, 且弹道较为平直; 第二项为落角约束项, 可满足期望入射角要求, 能够保证以一定落角约束命中目标; 第三项可以满足弹目视线角速率趋近于0, 进一步保证命中的精度。

对式(10)两端进行求导, 可得

$$\dot{s} = \dot{\eta} + k_1 \alpha |x_1|^{\alpha-1} \dot{x}_1 + k_2 \dot{x}_2 \quad (11)$$

为保证有限时间到达滑模面, 并且满足系统状态轨迹的到达条件和具备良好的动态特性, 以及考虑控制系统的时变性, 构造自适应趋近律为

$$\dot{s} = -\frac{1}{r}(\epsilon \operatorname{sgn}(s) + \lambda |s|) \quad (12)$$

式中:  $\epsilon, \lambda > 0$ 。该趋近律的自适应性主要体现在滑模面切换函数向滑模面运动的速率随着  $r$  的变化进行自适应调整。在未制导开始阶段, 弹目距离  $r$  比较大, 趋近的速率较慢, 制导指令的合理分配可有效避免制导指令出现饱和; 当弹目距离  $r$  越来越小时, 趋近的速率迅速增大, 促使  $s$  收敛到0, 避免发散。对式(12)的自适应趋近律进行滑模可达性分析, 将其两边各乘以  $s$ , 可得

$$s\dot{s} = -\frac{s}{r}\epsilon \operatorname{sgn}(s) - \frac{s^2}{r}\lambda |\dot{r}| \leq 0 \quad (13)$$

满足系统的状态运动到滑模面上。

针对制导系统到达滑模面的过程, 对所构造的函数进行有限时间收敛分析。选取 Lyapunov 函数为

$$V_1 = s^2 \quad (14)$$

对式(14)求导并结合式(13), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2s\dot{s} = -\frac{2s}{r}\epsilon \operatorname{sgn}(s) - \frac{2s^2}{r}\lambda |\dot{r}| \\ &= -\frac{2s}{r}|s| - \frac{2s^2}{r}\lambda |\dot{r}| \leq -\frac{2s}{r}|s| \end{aligned} \quad (15)$$

求出式(14)中的  $s$ , 可得

$$s = \sqrt{V_1} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)中, 可得

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{2\epsilon}{r}V_1^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

根据引理(1)可知,制导系统在有限时间内可收敛到滑模动态面  $s=0$ 。

对系统沿着滑模面运动阶段进行分析,滑模面满足如下条件

$$s = \eta + k_1 |x_1|^\alpha \operatorname{sgn}(x_1) + k_2 x_2 = 0 \quad (18)$$

根据式(6)可得

$$\dot{x}_1 = -\frac{(\eta + k_1 |x_1|^\alpha \operatorname{sgn}(x_1))}{k_2} \quad (19)$$

利用 Lyapunov 稳定性原理证明式(19)是稳定的,并使视线角收敛到期望的视线角,取 Lyapunov 函数如下

$$V_2 = x_1^2 \quad (20)$$

对式(20)进行求导并结合式(19),其中令  $\eta = (q - q_d)e^{-r} = x_1 e^{-r}$ ,可得

$$\dot{V}_2 = 2x_1 \dot{x}_1 = \frac{-2(x_1^2 e^{-r} + k_1 |x_1|^{\alpha+1} \operatorname{sgn}(x_1))}{k_2} \leq 0 \quad (21)$$

由式(20)可得

$$x_1 = \sqrt{V_2} \quad (22)$$

将式(22)代入式(21)中,可得

$$\dot{V}_2 = -2e^{-r} V_2 - 2k_1 V_2^{\frac{\alpha+1}{2}} \leq 0 \quad (23)$$

根据引理 2 可知,系统沿着滑模面的运动是有限时间收敛的。

### 3.2 带角度约束的有限时间控制制导律设计

联立式(11)与式(12)可得

$$-\frac{1}{r}(\epsilon \operatorname{sgn}(s) + \lambda |\dot{r}|s) = \dot{\eta} + k_1 \alpha |x_1|^{\alpha-1} x_2 + k_2 \dot{x}_2 \quad (24)$$

由于制导炸弹所攻击的对象是弱机动或固定的,所以将  $a_t$  作为外部干扰项而忽略。将式(24)代入式(6)中,可得

$$a_m = -2\dot{r}x_2 + \frac{\epsilon \operatorname{sgn}(s)}{k_2} + \frac{\lambda |\dot{r}|s}{k_2} + \frac{r\dot{\eta}}{k_2} + \frac{rk_1 \alpha |x_1|^{\alpha-1} x_2}{k_2} \quad (25)$$

令式(1)中的  $v_t = 0$ ,可得

$$\begin{cases} v_m \cos \eta = -\dot{r} \\ v_m \sin \eta = r\dot{q} \end{cases} \quad (26)$$

对式(26)求解后,可得

$$\eta = \arctan\left(-\frac{r\dot{q}}{\dot{r}}\right) \quad (27)$$

对式(27)求导,可得

$$\dot{\eta} = \left( \frac{1}{1 + \left(-\frac{r\dot{q}}{\dot{r}}\right)^2} \right) \left( \frac{\dot{r}\dot{q} + r\ddot{q}}{\dot{r}} - \frac{r\dot{q}\ddot{r}}{\dot{r}^2} \right) \quad (28)$$

由于在实际的制导过程中,炸弹与目标之间的相对速度  $\dot{r}$  变化不大,故  $\ddot{r} \approx 0$ ,所以在制导中忽略  $\ddot{r}$ ,式(28)可以简化为

$$\dot{\eta} = \left( \frac{1}{1 + \left(-\frac{r\dot{q}}{\dot{r}}\right)^2} \right) \left( \frac{\dot{r}\dot{q} + r\ddot{q}}{\dot{r}} \right) \quad (29)$$

将式(29)代入式(25)可得出最终的制导律为

$$a_m = -2\dot{r}x_2 + \frac{\epsilon \operatorname{sgn}(s)}{k_2} + \frac{\lambda |\dot{r}|s}{k_2} + \frac{r \left( \frac{1}{1 + \left(-\frac{r\dot{q}}{\dot{r}}\right)^2} \right) \left( \frac{\dot{r}\dot{q} + r\ddot{q}}{\dot{r}} \right)}{k_2} + \frac{rk_1 \alpha |x_1|^{\alpha-1} x_2}{k_2} \quad (30)$$

## 4 弹道仿真与结果分析

为了验证本文提出的制导炸弹有限时间控制制导律的有效性,采用比例系数  $K=5$  的经典广义比例导引制导律

$$N = K |\dot{r}| \dot{q} \quad (31)$$

进行对比仿真验证。设炸弹的初始位置为  $X_m=0\text{m}, Y_m=4000\text{m}$ ;炸弹飞行的速度  $V_m=260\text{m/s}$ ,初始弹道倾角  $\theta_m=0^\circ$ 。目标的初始位置为  $X_t=4800\text{m}, Y_t=0\text{m}$ ;目标为静止目标,  $V_t=0\text{m/s}$ 。参数设置为  $\lambda=0.1, \alpha=0.1, \epsilon=0.8, k_1=12, k_2=1.75$ 。设炸弹以垂直角度攻击目标为例,仿真结果如图2~图6所示。

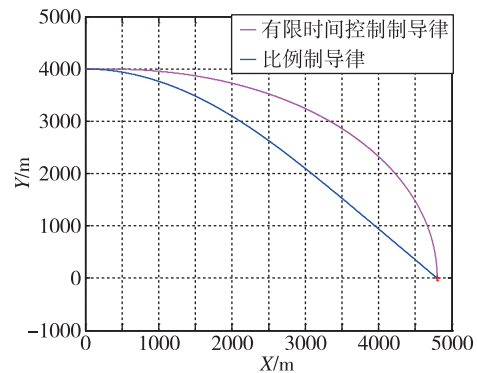


图2 制导炸弹的弹道轨迹

Fig. 2 Trajectory of a guided bomb

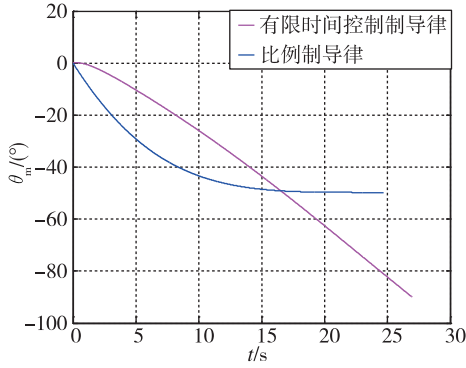


图 3 弹道倾角

Fig. 3 Trajectory inclination angle

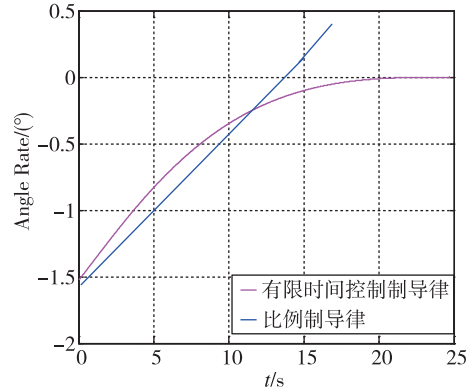


图 6 视线角速度变化曲线

Fig. 6 Line of sight angular velocity curves

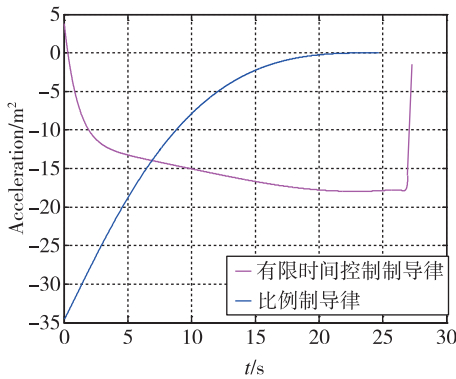


图 4 纵向平面内炸弹法向过载曲线

Fig. 4 Normal overload curves of guided bomb in longitudinal plane

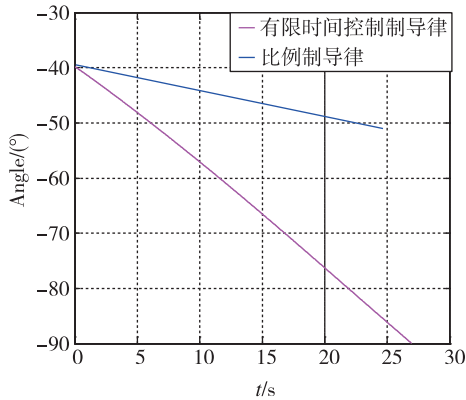


图 5 视线角曲线

Fig. 5 Line of sight angle curve

首先由表 1 可以看出,有限时间控制制导律的制导时间是 26.97s,大于比例导引的制导时间 24.7s,是因为带角度约束的有限时间控制制导律的制导弹道曲线要比传统的比例导引律的制导弹道曲线要高(如图 2 所示)。然而在实际情况中,抬高的弹道可以为炸弹提供更快的攻击速度,增大毁伤效能。从脱靶量来看,有限时间控制制导律的脱靶量是 0.2585m,而比例制导律的脱靶量要达到 1.4519m,可以看出本文所提出的制导律使制导炸弹具有更高的制导精度,脱靶量也非常小。

表 1 两种制导律制导效果的比较  
Tab. 1 Comparisons of guidance performance between two laws

制导律	脱靶量/m	末制导时间/s	实际落角误差/(°)
有限时间控制制导律	0.2585	26.9700	0.0052
比例制导律	1.4519	24.7000	40.2685

从图 3 可以看出,制导炸弹约束以 90°角攻击目标,有限时间控制制导律的实际落角误差是 0.0052,而比例制导律的偏差为 40.2685。很明显可以对比出,有限时间控制制导律几乎以 90°角攻击目标,命中角度很精准,毁伤效能很强。

从图 4 可以看出,当落角约束比较大时,炸弹越接近目标,炸弹的法向加速度幅度越大,炸弹的需用过载越大,但最终收敛于 0 附近,展现出本文制导律具有良好的收敛能力。

图5给出了视线角随时间的变化曲线,图6给出了视线角变化率随着时间变化的曲线。

## 5 结论

本文运用变结构理论与有限时间稳定性理论相结合的方法,提出了一种带落角约束的制导炸弹的制导律。该制导律不仅能够使炸弹在末制导阶段的系统状态轨迹快速地到达滑模面,还能够有限时间内收敛;而且该制导律选取的切换函数使得炸弹能够比其他制导律更加精确地命中目标,并能够满足入射角的约束,使炸弹的视线角及其角速度收敛得更快;同时还能够大幅度地提升制导武器的制导效能,并具备很好的工程适用性。

### 参考文献

- [1] 樊富友,刘林海,陈军,等.制导炸弹结构总体分析与设计[M].西安:西北工业大学出版社,2016.  
Fan Fuyou, Liu Linhai, Chen Jun, et al. Overall analysis and design of guidance bomb structure[M]. Xi'an: Northwest Polytechnic University Press, 2016 (in Chinese).
- [2] 蔡哄,胡正东,曹渊.具有终端角度约束的导引律综述[J].宇航学报,2010,31(2):315-323.  
Cai Hong, Hu Zhengdong, Cao Yuan. A survey of guidance law with terminal impact angle constraints [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2): 315-323 (in Chinese).
- [3] 张凯,杨锁昌,张宽桥,等.考虑导弹自动驾驶仪动态特性的新型制导律[J].北京航空航天大学学报,2017,43(8):1693-1704.  
Zhang Kai, Yang Suochang, Zhang Kuanqiao, et al. Novel guidance law accounting for dynamics of missile autopilot[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1693-1704 (in Chinese).
- [4] 杨靖,王旭刚,王中原,等.考虑自动驾驶仪动态特性和攻击角约束的鲁棒末制导律[J].兵工学报,2017,38(5):900-909.  
Yang Jing, Wang Xugang, Wang Zhongyuan, et al. Robust terminal guidance law with autopilot lag and impact angle constraints[J]. Acta Armament, 2017, 38(5): 900-909 (in Chinese).
- [5] 孙胜,张华明,周荻.考虑自动驾驶仪动态特性的终端角度约束滑模导引律[J].宇航学报,2013(1):69-78.  
Sun Sheng, Zhang Huaming, Zhou Di. Sliding mode guidance law with autopilot lag for terminal angle constrained trajectories[J]. Journal of Astronautics, 2013(1): 69-78 (in Chinese).
- [6] Khan Q, Bhatti A I, Iqbal S, et al. Dynamic integral sliding mode for MIMO uncertain nonlinear systems [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2011, 9(1): 151-160.
- [7] Liang Y W, Chen C C, Liaw D C, et al. Robust guidance law via integral-sliding-mode scheme [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(3): 1038-1042.
- [8] Song J, Song S. Three-dimensional guidance law based on adaptive integral sliding mode control [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2016, 29(1): 202-214.
- [9] Chang J L. Dynamic output feedback integral sliding mode control design for uncertain systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2012, 22(8): 841-857.
- [10] 李强,卢宝刚,王晓辉,等.一种导弹终端侵彻多约束最优制导方法[J].兵工学报,2016,37(6):1131-1137.  
Li Qiang, Lu Baogang, Wang Xiaohui, et al. A terminal multi-constraint optimal guidance law for missile [J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(6): 1131-1137 (in Chinese).
- [11] Hui L, Li J. Terminal sliding mode control for spacecraft formation flying [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2009, 45(3): 835-846.
- [12] Skruch P. A terminal sliding mode control of disturbed nonlinear second-order dynamical systems [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2016, 11(5): 1103-1114.
- [13] Zhang Y, Sun M, Chen Z. Finite-time convergent guidance law with impact angle constraint based on sliding-mode control [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 70(1): 619-625.
- [14] 马爽,杨军,袁博.基于多项式函数求解的落角约束制导律[J].导航定位与授时,2018,5(5):39-43.  
Ma Shuang, Yang Jun, Yuan Bo. Impact angle constraint guidance law proposed by polynomial function [J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(5): 39-43 (in Chinese).
- [15] 王健,崔文昊,史震,等.攻击角度约束下打击机动目标的制导律[J].导航定位与授时,2016,3(5):51-55.  
Wang Jian, Cui Wenhao, Shi Zhen, et al. Guidance

- law with attack angle constraints for maneuvering targets[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2016, 3(5): 51-55(in Chinese).
- [16] Byung S K, Jang G L, Hyung S H. Based PNG law for impact with angular constraint[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(1): 277-288.
- [17] 洪奕光, 程代展. 非线性系统的分析与控制[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- Hong Yiguang, Cheng Daizhan. *Nonlinear system analysis and control*[M]. Beijing: Science Press, 2005 (in Chinese).
- [18] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B Y, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.