

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2021.01.010

# 鲁棒 Kalman 滤波及其在水下组合导航中的应用

朱 兵<sup>1</sup>, 李 星<sup>1</sup>, 刘 强<sup>2</sup>, 李作虎<sup>3</sup>

- (1. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094;
2. 浙江警察学院, 公安部大数据重点实验室, 杭州 310053;
3. 中国卫星导航系统管理办公室, 北京 100044)

**摘要:**在水下捷联惯导(SINS)/多普勒计程仪(DVL)组合导航系统中,当外部辅助信息受到野值等非高斯噪声污染时,选取调节因子 $\gamma$ 为固定值将会降低基于 Huber 方法的鲁棒 Kalman 滤波(HRKF)算法的精度和鲁棒性。针对此问题,提出了一种基于马氏距离(MD)算法的调节因子自适应的鲁棒 Kalman 滤波(HRAKF)算法。首先利用 MD 算法对正常/异常的观测量进行辨识;进而建立 $\gamma_k$ 递推关系式,并根据量测噪声特性对 $\gamma$ 值进行实时调整;最后利用 $\gamma_k$ 求取 Huber 权函数,并对量测噪声阵进行修正。选取 8000s 船载实测数据,分别利用 Kalman 滤波(KF)、HRKF 及 HRAKF 算法进行水下组合导航半物理仿真试验。试验结果初步表明:在观测量受到野值或混合高斯分布噪声污染时,相较于 KF 和 HRKF, HRAKF 可实现更高精度、更加稳定的组合导航。

**关键词:**捷联式惯导系统;水下;非高斯;Huber;调节因子;自适应

中图分类号:TP391 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):  
文章编号:2095-8110(2021)01-0096-08



## Robust Kalman Filter and Its Application in Underwater Intergrated Navigation

ZHU Bing<sup>1</sup>, LI Xing<sup>1</sup>, LIU Qiang<sup>2</sup>, LI Zuo-hu<sup>3</sup>

- (1. Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094, China;
2. Big data Key Laboratory of the Ministry of Public Security, Zhejiang Police College, Hangzhou 310053, China;
3. China Satellite Navigation Office, Beijing 100044, China)

**Abstract:** In the process of underwater integrated navigation of strapdown inertial navigation system (SINS), the accuracy and robustness of Huber-based robust filter (HRKF) will degrade when choosing the tuning factor as a fixed value in the non-Gaussian cases. To solve this problem, a Huber-based robust adaptive algorithm (HRAKF) with adaptive tuning factor based on Mahalanobis distance (MD) algorithm is proposed. The normal/abnormal measurements are firstly identified by using MD algorithm, and then adaptively estimate the tuning factor according to the characteristics of the measurement noise based on the relationship between  $\gamma_k$  and  $\gamma_{k-1}$ . Finally, the Huber weight function is obtained to modify the measurement noise covariance by using  $\gamma_k$ . The underwater integrated navigation experiment is carried out by the Kalman filter (KF), HRKF and HRAKF based on 8000s ship test data, respectively. The experiment results demonstrate that the

收稿日期:2019-10-01;修订日期:2019-12-14

基金项目:国家自然科学基金(41804076,42004067)

作者简介:朱兵(1992-),男,博士,助理研究员,主要研究方向为惯性导航、组合导航。

通信作者:刘强(1980-),男,硕士,副教授,主要研究方向为惯性导航、组合导航。E-mail:xjn\_dh@163.com

precision and robustness of HRAKF are higher than that of KF or HRKF under the conditions that the measurement is contaminated by outliers or thick-tailed non-Gaussian noise.

**Key words:** Strapdown inertial navigation system; Underwater; Non-Gaussian; Huber; Tuning factor; Adaptive

## 0 引言

捷联惯性导航系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)具备自主性高、隐蔽性强、成本较低等诸多优势<sup>[1-3]</sup>,其在水下定位导航授时(Position, Navigation and Time, PNT)领域中受到广泛关注。SINS 与多普勒计程仪(Doppler Velocity Log, DVL)的组合可实现全天候、完全自主的导航<sup>[4]</sup>,是当前水下组合导航设计的主流<sup>[5]</sup>。DVL 属于主动声呐设备,在发射声信号的同时也需要接收外部反射的声波,因此 DVL 接收的声信号与周围环境有很大的关系<sup>[6]</sup>。如图 1 所示,如果水下航行器(Underwater Vehicle, UV)在航行的过程中遇到海洋生物阻挡、海底淤泥和深沟等情况,将会导致 DVL 测速不稳定甚至对地失锁,从而使 DVL 测速信息易受非高斯噪声的污染,直接影响 SINS/DVL 组合导航系统的水下导航性能。

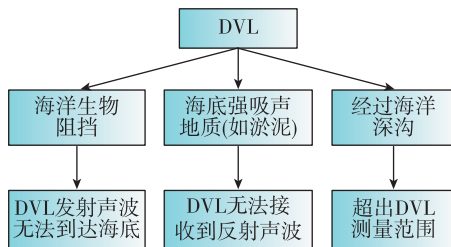


图 1 DVL 工作性能与海洋环境之间的关系

Fig. 1 The relationship between the performance of DVL and marine environment

针对观测量受非高斯噪声干扰的问题,Huber 提出了基于  $l_1/l_2$  范数的极大似然估计方法,即 Huber 方法<sup>[7]</sup>,增强了 Kalman 滤波(Kalman Filter, KF)算法的鲁棒性。文献[8]指出,基于 Huber 方法的鲁棒 KF(Huber-based Robust KF, HRKF)算法本质上是对量测噪声协方差进行修正,同时针对 Huber 方法无法有效克服高强度野值干扰的问题,提出了基于卡方检验的改进鲁棒 KF 算法,对高强度野值进行有效检测并剔除。但是,在遇到连续强干扰时,该方法长时间无法进行滤波更新,而且对于干扰中存在的大量有效信息的剔除也会造成滤波发散。

也就是说,选取  $\gamma$  为固定值并不能有效克服高强度野值带来的影响。文献[9]基于投影统计(Projection Statistics, PS)算法设计了量测噪声非高斯条件下  $\gamma$  自适应调整的策略,但该方法需要事先存储固定时间长度的新息数据,在一定程度上增加了滤波算法的计算量。

针对水下组合导航过程中,DVL 的测速辅助信息易受野值等非高斯噪声污染的问题,本文提出了一种基于马氏距离(Mahalanobis Distance, MD)算法的 Huber 鲁棒自适应 KF(Huber-based Robust Adaptive KF, HRAKF)算法,根据量测噪声特性对调节因子进行实时的自适应调整。基于船载实测数据,分别在观测量受到混合高斯分布噪声和高强度野值污染的条件下,对 HRAKF 应用于水下组合导航中的有效性及其相较于 KF 和 HRKF 的优势进行半物理仿真试验验证。

## 1 SINS/DVL 组合导航线性滤波模型

当外部辅助信息为 DVL 测量的载体系下的速度信息时,  $k$  时刻 SINS/DVL 组合导航滤波模型如式(1)和式(2)所示

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{x}_k$  和  $\mathbf{w}_{k-1}$  分别为状态向量和过程噪声向量;  $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k)$ ,  $\mathbf{Q}_k$  为过程噪声协方差阵;  $\mathbf{z}_k$  和  $\mathbf{v}_k$  分别为观测量和量测噪声向量,且通常假定  $\mathbf{v}_k$  服从正态分布,即  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ ,  $\mathbf{R}_k$  为量测噪声协方差阵;  $\mathbf{F}_k$  为状态转移矩阵,其具体表达式可参看文献[10],在此不再赘述。由于 SINS 高度通道是独立、发散的,且可借助外部传感器如水压计准确获得,本文选取 SINS 状态量如下

$$\mathbf{x}_{\text{SINS}} = [\delta L; \delta \lambda; \delta v_E; \delta v_N; \phi_x; \phi_y; \phi_z; \boldsymbol{\varepsilon}_x^b; \boldsymbol{\varepsilon}_y^b; \boldsymbol{\varepsilon}_z^b; \nabla_x^b; \nabla_y^b; \nabla_z^b] \quad (3)$$

式中,  $\delta L$  和  $\delta \lambda$  分别为纬度误差和经度误差;  $\delta v_E$  和  $\delta v_N$  分别为东向和北向速度误差;  $\boldsymbol{\phi} = [\phi_x; \phi_y; \phi_z]$  为失准角;  $\boldsymbol{\varepsilon}^b = [\boldsymbol{\varepsilon}_x^b; \boldsymbol{\varepsilon}_y^b; \boldsymbol{\varepsilon}_z^b]$  为陀螺仪常值漂移;  $\nabla^b = [\nabla_x^b; \nabla_y^b; \nabla_z^b]$  为加速度计零偏。

DVL 输出的速度为  $\mathbf{v}_{\text{DVL}}^b$ , 选取东向速度误差

$\delta v_E$  和北向速度误差  $\delta v_N$  作为 SINS/DVL 组合导航系统的观测量,则有

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &= \begin{bmatrix} \delta v_{E,k} \\ \delta v_{N,k} \end{bmatrix} = [\delta \mathbf{v}_k^a - (\mathbf{C}_{b,k}^n \mathbf{v}_{DVL,k}^b \times) \boldsymbol{\varphi}_k]_{2 \times 3} \\ &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (4)$$

式中,量测噪声  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ 。在实际应用中,用  $\mathbf{C}_{b,k}^n$  代替  $\mathbf{C}_b^n$  可得量测矩阵为  $\mathbf{H}_k = [\mathbf{0}_{2 \times 2}, \mathbf{I}_{2 \times 2}, [-\mathbf{C}_{b,k}^n \mathbf{v}_{DVL,k}^b \times]_{2 \times 3}, \mathbf{0}_{2 \times 6}], [-\mathbf{C}_b^n \mathbf{v}_{DVL}^b \times]_{2 \times 3}$  表示  $[-\mathbf{C}_b^n \mathbf{v}_{DVL}^b \times]$  的前 2 行。

## 2 KF 算法鲁棒化

$k$  时刻 KF 的量测更新方程如下

$$\boldsymbol{\mu}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1} = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k |_{k-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k |_{k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k |_{k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k |_{k-1} = \hat{\mathbf{x}}_k |_{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k |_{k-1}) \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k |_{k-1} \quad (8)$$

式中,  $\boldsymbol{\mu}_k$  为新息向量;  $\hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1}$  为观测量的先验估计;  $\mathbf{K}_k$  为 Kalman 滤波增益;  $\mathbf{P}_k |_{k-1}$  和  $\mathbf{P}_k$  分别为状态误差协方差的先验估计和后验估计;  $\hat{\mathbf{x}}_k |_{k-1}$  和  $\hat{\mathbf{x}}_k |_{k-1}$  分别为状态量的先验估计和后验估计。如图 1 所示,水下复杂环境致使 DVL 输出难免会受到非高斯噪声污染,观测量的异常将会降低基于标准 KF 算法的组合导航系统的导航性能。Huber 代价函数是 Huber M 估计中最常用的代价函数,其表达式如式(9)所示<sup>[9]</sup>

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 0.5\tau^2, & |\tau| \leq \gamma \\ \gamma|\tau| - 0.5\gamma^2, & |\tau| > \gamma \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $\gamma$  为调节因子,从理论上无法确定<sup>[9]</sup>,一般取经验值 1.345<sup>[11]</sup>;  $\boldsymbol{\tau}_k = \mathbf{R}_k^{-1/2} [\mathbf{z}_k - h(\mathbf{x}_k |_{k-1})]$ 。Huber 权值函数的表达式如式(10)所示<sup>[9]</sup>

$$\psi(\tau) = \frac{\phi(\tau)}{\tau} = \begin{cases} 1, & |\tau| \leq \gamma \\ \gamma/|\tau|, & |\tau| > \gamma \end{cases} \quad (10)$$

令

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}}(\tau) = \text{diag}[\psi(\tau)/\tau] = \text{diag}(\tilde{\boldsymbol{\psi}}_z, \tilde{\boldsymbol{\psi}}_x)$$

利用  $\tilde{\boldsymbol{\psi}}(\tau)$  对量测噪声协方差阵  $\mathbf{R}_k$  进行修正,得到修正后的量测噪声协方差阵如式(11)所示

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = (\mathbf{R}_k)^{1/2} [\tilde{\boldsymbol{\psi}}(\tau)]^{-1} (\mathbf{R}_k)^{T/2} \quad (11)$$

用  $\tilde{\mathbf{R}}_k$  替代  $\mathbf{R}_k$ , 并进行标准 Kalman 滤波即可实现 KF 的鲁棒化,从而得到 HRKF<sup>[8]</sup>。

## 3 基于 MD 算法的 HRAKF

$\gamma$  对 HRKF 性能的影响如图 2 所示<sup>[9]</sup>。

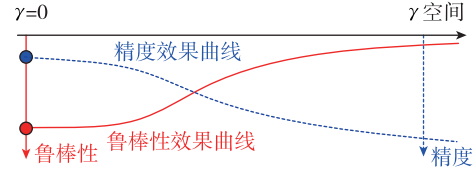


图 2  $\gamma$  对 HRKF 性能的影响

Fig. 2 The influence of  $\gamma$  on the performance of HRKF

由式(9)和图 2 可以看出,当  $\gamma$  值增加使得  $|\tau| \leq \gamma$  时,代价函数将退化为  $\rho(\tau) = 0.5\tau^2$ ,使  $\phi_{z,k} = 1$ ,此时 HRKF 的滤波精度有所提高,但鲁棒性(即抗干扰能力)减弱;反之,当  $\gamma$  值减小使得  $|\tau| > \gamma$  时,HRKF 的滤波精度有所降低,但鲁棒性增强。选取  $\gamma$  为固定值,将会在一定程度上损失 HRKF 的滤波精度。因此,有必要根据量测噪声特性自适应地调整  $\gamma$  值,以实现 HRKF 滤波精度与鲁棒性的折中。

当观测量受到非高斯噪声污染时,观测新息向量  $\boldsymbol{\mu}_k$  会出现异常。选择  $k$  时刻的观测量  $\tilde{\mathbf{z}}_k$  与观测量的先验估计  $\hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1}$  之间的 MD 作为评判指标,则  $k$  时刻评判指标  $\eta_k$  的定义如式(12)所示

$$\begin{aligned} \eta_k &= M_k^2 \\ &= \sqrt{(\tilde{\mathbf{z}}_k - \hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1})^T (\mathbf{P}_{ee,k} |_{k-1})^{-1} (\tilde{\mathbf{z}}_k - \hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1})} \\ &= \boldsymbol{\mu}_k^T (\mathbf{P}_{zz,k} |_{k-1} + \mathbf{R}_k)^{-1} \boldsymbol{\mu}_k \end{aligned} \quad (12)$$

式中,

$M_k = \sqrt{(\tilde{\mathbf{z}}_k - \hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1})^T (\mathbf{P}_{ee,k} |_{k-1})^{-1} (\tilde{\mathbf{z}}_k - \hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1})}$  为 MD;  $\mathbf{P}_{zz,k} |_{k-1} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k |_{k-1} \mathbf{H}_k^T$  为量测误差协方差阵的先验估计;  $\boldsymbol{\mu}_k$  为观测新息向量。对于真实的观测量  $\tilde{\mathbf{z}}_k$ ,若其评判指标  $\eta_k$  满足  $\eta_k \leq \chi_{n,\alpha}^2$ ,则  $\tilde{\mathbf{z}}_k$  被标记为正常观测量,此时应增加  $\gamma$  值以进一步提高滤波精度;反之,若其评判指标  $\eta_k$  满足  $\eta_k > \chi_{n,\alpha}^2$ ,则  $\tilde{\mathbf{z}}_k$  被标记为异常观测量,此时应减小  $\gamma$  值以进一步增强滤波鲁棒性。类似于文献[9],定义时变参数  $\alpha_k$  和  $\beta_k$  分别如式(13)和式(14)所示

$$\alpha_k = \beta_k - \beta_{k-1} \quad (13)$$

$$\beta_k = \|\hat{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_k |_{k-1}\| = \|\mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k |_{k-1})\| \quad (14)$$

式中,  $\beta_k$  表示外部观测信息受污染的程度,即  $\beta_k$  越大,表明非高斯噪声强度越高。给定初始调节因子  $\gamma_0$ ,定义  $k$  时刻调节因子  $\gamma_k$  与  $k-1$  时刻调节因子  $\gamma_{k-1}$  之间的关系式如式(15)所示

$$\gamma_k = \begin{cases} \gamma_{k-1} + \omega_1 MD_k |\alpha_k|, & MD_k \leq \chi_{2,0.99} \\ \gamma_{k-1} \exp(-\omega_2 MD_k |\alpha_k|), & MD_k > \chi_{2,0.99} \end{cases} \quad (15)$$

式中,  $\omega_1$  和  $\omega_2$  为缩放因子, 分别决定调节因子增加和减小的速度;  $\chi_{n,\alpha}^2$  服从卡方分布即  $\chi_{n,\alpha}^2 \sim \chi^2(n)$ , 且  $\chi_{2,0.99}^2 = 9.2$ 。利用  $\gamma_k$  通过式(9)、式(10)求得 Huber 权函数, 进而通过式(11)对量测噪声协方差阵进行修正, 并进行标准 KF 即可得到 HRAKF。由式(15)可知, 当  $\mu_k$  的 MD 值满足  $MD_k \leq \chi_{2,0.99}^2$ , 即辨识出观测量为正常时,  $\gamma_k$  值将增加使得 HRAKF 具有更高的精度; 反之, 当  $\mu_k$  的 MD 值满足  $MD_k > \chi_{2,0.99}^2$ , 即辨识出观测量异常时,  $\gamma_k$  值将减小使得 HRAKF 具有更高的鲁棒性。

由以上分析可知, HRKF 仅选取调节因子为固定常值, 而 HRAKF 根据量测噪声特性对调节因子进行自适应的调整。因此, HRAKF 与 HRKF 的区别仅在于量测更新过程。HRAKF 的量测更新过程具体如下:

1) 计算 Kalman 滤波增益  $\mathbf{K}_k$  如式(6)所示;

2) 根据式(12)计算新息  $\mu_k$  的 MD 值, 根据式(13)和式(14)计算  $\beta_k$  和  $\alpha_k$ ;

3) 若  $MD_k > \chi_{2,0.99}^2$ , 则令

$$\gamma_k = \gamma_{k-1} \exp(-\omega_2 MD_k | \alpha_k |)$$

若  $MD_k \leq \chi_{2,0.99}^2$ , 则令

$$\gamma_k = \gamma_{k-1} + \omega_1 MD_k | \alpha_k |$$

4) 将  $\gamma_k$  代入式(9), 根据式(11)计算权值矩阵  $\tilde{\Psi}_k = \text{diag}(\tilde{\Psi}_{z,k}, \tilde{\Psi}_{x,k})$ , 并对  $\mathbf{R}_k$  进行修正,  $\tilde{\mathbf{R}}_k = (\mathbf{R}_k)^{1/2} [\tilde{\Psi}_k(\tau)]^{-1} (\mathbf{R}_k)^{T/2}$ ;

5) 将  $\tilde{\mathbf{R}}_k$  代入式(6)重新计算 Kalman 滤波增益  $\mathbf{K}_k$ ;

6) 计算  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$  以及  $\mathbf{P}_{k|k}$  分别如式(7)和式(8)所示。

## 4 试验验证与分析

### 4.1 数据来源

利用安装在试验船上的 SINS 和 DVL 采集 8000s 实测数据, SINS 和 DVL 的主要性能指标如下<sup>[12]</sup>:

SINS: 陀螺漂移优于  $0.02(^{\circ})/h(1\sigma)$ , 加速度计零偏约为  $5 \times 10^{-5} g(1\sigma)$ , 采样率为 200Hz;

DVL: 测速精度为  $0.5\%V \pm 0.5\text{cm/s}$ , 采样率为 1Hz。

试验中, 对 DVL 的安装误差进行了事先标定。DVL 的输出如图 3 所示。试验船上安装了 1 个单天线的全球定位系统(Global Positioning System, GPS)接收机, 由 SINS/GPS 组合导航生成姿态、速

度和位置基准。

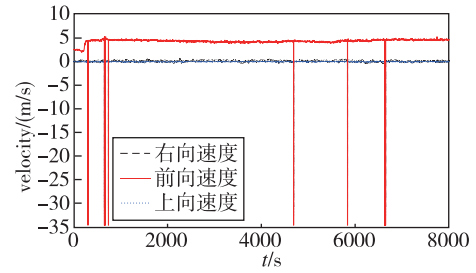


图 3 DVL 输出

Fig. 3 The output of DVL

### 4.2 试验验证与结果分析

选取 8000s 船载实测数据进行水下组合导航半物理仿真试验, 分别在混合高斯分布噪声(厚尾噪声)和野值情形下, 对 HRAKF 的有效性和 HRAKF 相较于 KF、HRKF 的优势进行验证。水下环境中, 可由声学单应答器(Acoustic Single Transponder, AST)为自主水下航行器(Autonomous Underwater Vehicle, AUV)提供初始位置信息。为了更加真实地模拟水下环境, 基于 GPS 位置信息人为地引入 20m 的初始定位误差<sup>[13]</sup>。

#### 4.2.1 混合高斯噪声情形

假设量测噪声的实际概率分布如式(16)所示<sup>[14-16]</sup>

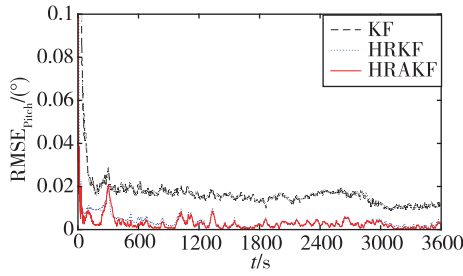
$$\rho_{\text{actual}} = (1 - \alpha)N(0, \mathbf{R}_c) + \alpha N(0, \mathbf{R}_p) \quad (16)$$

式中,  $\alpha$  为污染比;  $\mathbf{R}_c$  为 DVL 输出速度信息的量测噪声协方差阵;  $\mathbf{R}_p = lmt \cdot \mathbf{R}_c$  为具有较大标准偏差的干扰噪声协方差阵,  $lmt$  为放大倍数。选取姿态估计误差和速度估计误差、位置估计误差的均方根误差(Root Mean-Square Errors, RMSE)作为评判滤波性能的指标, RMSE 的定义可参看文献[9]和文献[15], 在此不再赘述。

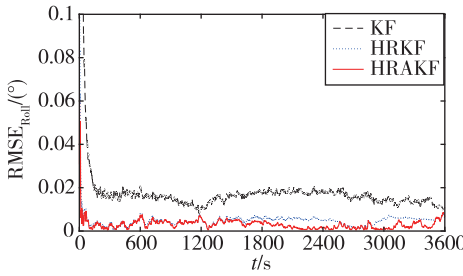
在此情形下, 选取 800~4400s 期间的实测数据, 人为地将式(16)引入式(4), 而后进行 100 次 Monte Carlo 仿真试验。组合导航试验中, 设置  $\alpha = 0.1$ ,  $\mathbf{R}_c = \text{diag}(0.1^2, 0.1^2)(\text{m}^2/\text{s}^2)$ ,  $lmt = 200$ 。设置 HRAKF 的参数:  $\bar{\omega}_1 = 1, \bar{\omega}_2 = 0.1$ ; 调节因子初始为  $\gamma_0 = 1.345$ 。设置 HRKF 的参数: 调节因子为  $\gamma = 1.345$ 。设置量测噪声阵为  $\mathbf{R} = \text{diag}([0.1^2, 0.1^2])(\text{m}^2/\text{s}^2)$ 。

分别利用 KF、HRKF 和 HRAKF 进行组合导航试验, 试验重复进行 100 次。不同方法得到的姿态估计误差、速度估计误差和位置估计误差的

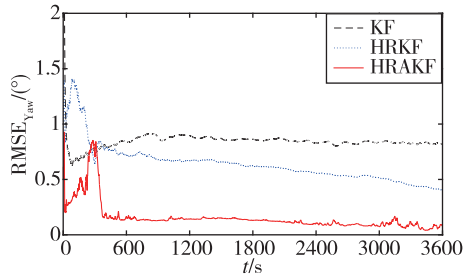
RMSE 分别如图 4~图 6 所示。



(a)俯仰角估计误差的 RMSE



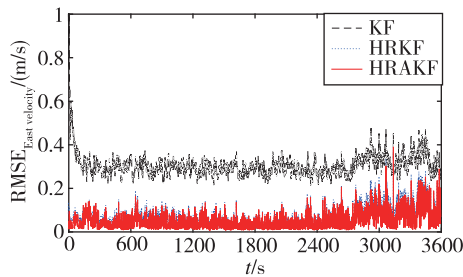
(b)横滚角估计误差的 RMSE



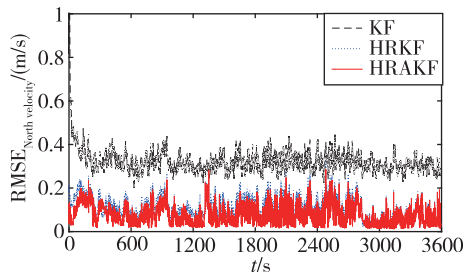
(c)航向角估计误差的 RMSE

图 4 姿态估计误差的 RMSE(100 次)

Fig. 4 RMSEs of the estimating attitude error (100 times)



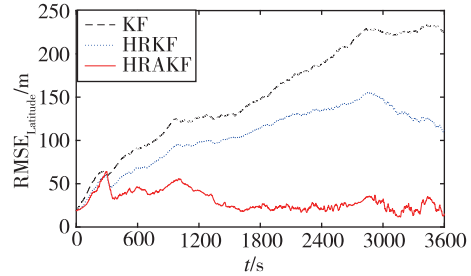
(a)东向速度估计误差的 RMSE



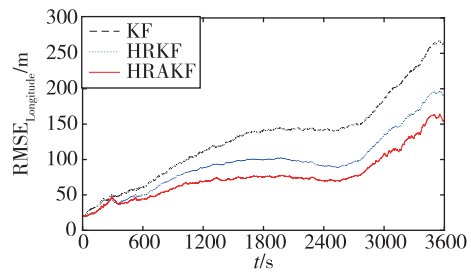
(b)北向速度估计误差的 RMSE

图 5 速度估计误差的 RMSE(100 次)

Fig. 5 RMSEs of the estimating velocity error(100 times)



(a)纬度估计误差的 RMSE



(b)经度估计误差的 RMSE

图 6 位置估计误差的 RMSE(100 次)

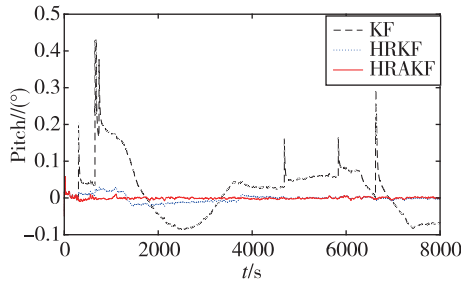
Fig. 6 RMSEs of the estimating position error(100 times)

由图 4~图 6 可以看出,当 DVL 输出受到混合高斯噪声污染时,HRKF 和 HRAKF 的鲁棒性明显优于 KF。由图 4~图 6 还可以看出,HRKF 对俯仰角、横滚角和速度的估计误差的 RMSE 与 HRAKF 相当,但是 HRKF 对航向角、纬度和经度的估计误差的 RMSE 明显大于 HRAKF。也就是说,在 DVL 输出受厚尾噪声污染时,HRAKF 组合导航精度优于 HRKF。这是因为,在 HRKF 中,设置  $\gamma$  为固定值 1.345,在一定程度上牺牲了滤波精度以换取鲁棒性的增强。而在 HRAKF 中,根据量测噪声特性对  $\gamma$  进行自适应的调整,在 DVL 输出正常时,使得  $\gamma$  值增加以达到更高的滤波精度;而在 DVL 输出受非高斯噪声污染时,使得  $\gamma$  值减小以达到更高的滤波鲁棒性。试验结果初步验证了 HRAKF 的可行性,以及相较于 KF 和 HRKF 在水下组合导航中的优势。

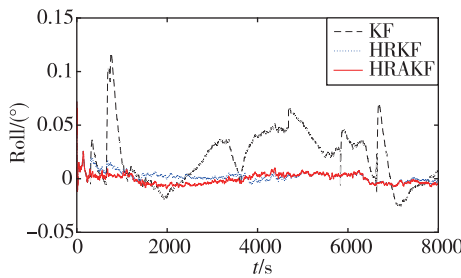
### 4.2.2 野值情形

如图 3 所示,DVL 输出在绝大多数情况下服从高斯分布。但在实际应用中,由于受到外部环境的影响,DVL 输出的速度信息在时刻  $t$  为 303s、654s、657s、674s、740s、4685s、5834s、6626s、6627s、6630s、6645s 时受到野值污染。在组合导航试验中,设置 HRAKF 的参数:  $\bar{\omega}_1=1, \bar{\omega}_2=0.1$ ; 调节因子初始值为  $\gamma_0=1.345$ 。设置 HRKF 的参数: 调节因子为  $\gamma$

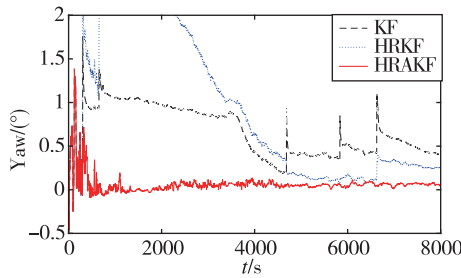
$= 1.345$ 。设置量测噪声阵为  $\mathbf{R} = \text{diag}([0.1^2, 0.1^2]) (\text{m}^2/\text{s}^2)$ 。分别利用 KF、HRKF、HRAKF 在此情形下进行 8000s 组合导航试验,不同方法得到的组合导航误差结果分别如图 7~图 9 所示。



(a) 俯仰角估计误差



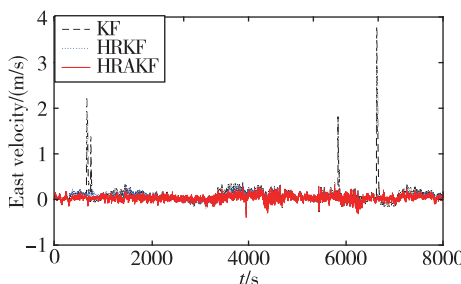
(b) 横滚角估计误差



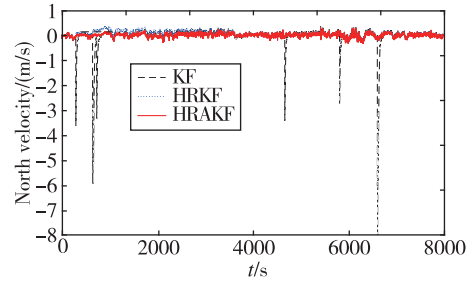
(c) 航向角估计误差

图 7 姿态估计误差

Fig. 7 The estimating attitude error



(a) 东向速度估计误差



(b) 北向速度估计误差

图 8 速度估计误差

Fig. 8 The estimating velocity error

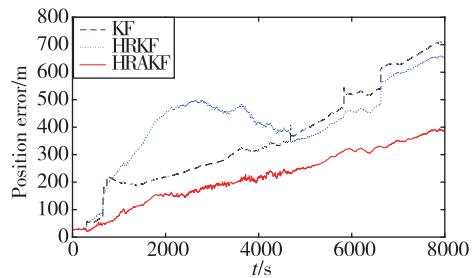


图 9 位置估计误差

Fig. 9 The estimating position error

由图 7~图 9 可以明显看出, KF 对非高斯噪声无鲁棒性, 在利用 KF 进行组合导航的过程中, 当 DVL 输出受野值污染时, 利用 KF 得到的姿态和速度误差曲线呈现突变和不收敛的趋势。

定义参数  $\lambda_{\text{KF},\psi}$  和  $\lambda_{\text{HRKF},\psi}$  分别表示 HRAKF 相较于 KF、HRKF 对航向角导航精度的提升幅度, 表达式分别如式 (17) 和式 (18) 所示;  $\lambda_{\text{KF},P}$  和  $\lambda_{\text{HRKF},P}$  分别表示 HRAKF 相较于 KF、HRKF 对位置导航精度的提升幅度, 表达式分别如式 (19) 和式 (20) 所示

$$\lambda_{\text{KF},\psi} = \left( 1 - \frac{|\delta\psi_{\text{HRAKF}}|}{|\delta\psi_{\text{KF}}|} \right) \times 100\% \quad (17)$$

$$\lambda_{\text{HRKF},\psi} = \left( 1 - \frac{|\delta\psi_{\text{HRAKF}}|}{|\delta\psi_{\text{HRKF}}|} \right) \times 100\% \quad (18)$$

$$\lambda_{\text{KF},P} = \left( 1 - \frac{|\delta P_{\text{HRAKF}}|}{|\delta P_{\text{KF}}|} \right) \times 100\% \quad (19)$$

$$\lambda_{\text{HRKF},P} = \left( 1 - \frac{|\delta P_{\text{HRAKF}}|}{|\delta P_{\text{HRKF}}|} \right) \times 100\% \quad (20)$$

由试验可知, 8000s 试验船的总航程为 31436.4m。当 DVL 提供  $b$  系下速度信息作为观测量时, 航向角和位置的可观测性较差。在组合导航结束时刻(即 8000s), 利用不同方法进行组合导航得到的航向角误差、位置误差和位置误差的总航程

占比如表1所示。

表1 组合导航误差及总航程占比(结束时刻)

Tab. 1 The error of integrated navigation and the proportion of total voyage(Ending time of integrated navigation)

	KF	HRKF	HRAKF
航向角/(°)	0.3911	0.2375	0.0598
位置/m	712.7	657.8	389.5
占比/%	2.27	2.09	1.24

通过表1计算可知,相较于KF和HRKF,基于HRAKF的组合导航航向角精度分别提升了84%和74%以上;基于HRAKF的组合导航位置精度分别提升了45%和40%以上。结合图7~图9可知,HRAKF的组合导航性能明显优于HRKF和KF。这是因为:1)相较于KF和HRKF,当野值出现时,HRAKF首先利用MD算法对观测新息异常进行抑制,而后根据量测噪声特性自适应地估计调节因子值,使得HRAKF在DVL输出正常时具有更高的组合导航精度,以及在DVL输出受野值污染时具有更强的组合导航鲁棒性;2)DVL的输出在绝大多数情况下是正常的,也就是说DVL输出速度噪声统计特性在绝大多数情况下服从高斯分布,

此时,基于 $\gamma=1.345$ 的HRKF将以牺牲精度为代价换取算法的鲁棒性,导致HRKF呈现较差的组合导航性能;3)由图3可以看出,速度野值的幅值超过30m/s,也就是说速度野值对应的干扰噪声协方差阵至少是量测噪声阵 $\mathbf{R}$ 的 $(30/0.1)^2$ 倍。试验结果与文献[16]和文献[17]的实验结果一致,即高强度野值会降低基于 $\gamma=1.345$ 的HRKF算法的滤波性能。因此,根据量测噪声特性自适应地调整 $\gamma$ 值对于保证和提升HRKF的精度是十分有利的。图10所示为试验过程中 $\gamma$ 值随时间的变化情况。通过试验可知,在野值出现时刻的新息向量对应的MD值及相应的 $\gamma$ 值如表2所示。

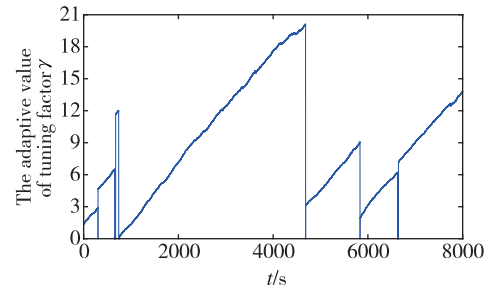


图10 自适应 $\gamma$ 值随时间的变化结果

Fig. 10 Time-varying results of adaptive value of  $\gamma$

表2 新息向量的MD值及相应的 $\gamma$ 值

Tab. 2 The MD value and the tuning factor of innovation vector

时刻 $t/s$	303	654	657	674	740	4685
MD	455.412	459.347	454.863	439.545	458.476	458.148
$\gamma$	$4.074 \times 10^{-71}$	$2.764 \times 10^{-69}$	$1.557 \times 10^{-152}$	$4.342 \times 10^{-136}$	$4.970 \times 10^{-69}$	$3.221 \times 10^{-67}$
时刻 $t/s$	5834	6626	6627	6630	6645	
MD	459.783	459.456	457.930	457.602	459.347	
$\gamma$	$2.208 \times 10^{-67}$	$1.583 \times 10^{-67}$	$5.014 \times 10^{-72}$	$4.766 \times 10^{-74}$	$3.812 \times 10^{-69}$	

由图10及表2可以看出,HRAKF可根据量测噪声特性自适应地调整 $\gamma$ 值,当DVL测速受非高斯噪声污染即野值出现时,对应的新息向量的MD值明显大于 $9.2^{1/2}=3.033$ ,且对应的 $\gamma$ 值明显小于经验值1.345,这使得HRAKF比HRKF具备更强的滤波鲁棒性;反之,当DVL测速正常时, $\gamma$ 值大于1.345,使得HRAKF相较于HRKF具备更高的滤波精度。试验结果进一步验证了第3节的理论分析结果。

## 5 结论

本文在HRKF算法的基础上,研究了调节因子

$\gamma$ 值对HRKF滤波性能的影响,设计了一种基于MD算法的 $\gamma$ 自适应调整策略,进而提出了基于 $\gamma$ 自适应调节的HRKF算法。根据量测噪声特性,建立了 $\gamma_k$ 的递推关系式,并对 $\gamma$ 值进行实时自适应估计。基于车载实测数据的水下组合导航半物理仿真试验结果验证了HRAKF的有效性及其相较于KF和HRKF的优势。

试验结果表明:

1)在水下非高斯量测噪声条件下,HRAKF在确保组合导航鲁棒性的同时,有效提高了导航精度;相较于KF和HRKF,基于HRAKF的组合导航航向角精度分别提升了84%和74%以上,组合导

航位置精度分别提升了 45% 和 40% 以上。

2) HRAKF 能够有效解决组合导航观测量受混合高斯噪声和野值污染时滤波精度与滤波鲁棒性相互矛盾的问题。

### 参考文献

- [1] Tooley M, Wyatt D. Aircraft communications and navigation systems[M]. Routledge, 2017.
- [2] Lager M, Topp E A, Malec J. Underwater terrain navigation using standard sea charts and magnetic field maps [C]// Proceedings of 2017 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI). IEEE, 2017: 78-84.
- [3] Tooley M, Wyatt D. Aircraft communications and navigation systems[M]. Routledge, 2017.
- [4] Zhu B, Wu M, Xu J, et al. Robust adaptive unscented Kalman filter and its application in initial alignment for body frame velocity aided strapdown inertial navigation system[J]. Review of Scientific Instruments, 2018, 89(11): 115102.
- [5] 朱兵. 惯导系统水下初始对准及导航误差补偿技术研究[D]. 武汉: 海军工程大学, 2016.  
Zhu Bing. Research on initial alignment and navigation error compensation for underwater INS[D]. Wuhan: Naval University of Engineering, 2016(in Chinese).
- [6] 赵俊波, 葛锡云, 冯雪磊, 等. 水下 SINS/DVL 组合导航技术综述[J]. 水下无人系统学报, 2018, 26(1): 2-9.  
Zhao Junbo, Ge Xiyun, Feng Xuelei, et al. A review of underwater SINS/DVL integrated navigation technology[J]. Journal of Unmanned Undersea Systems, 2018, 26(1): 2-9(in Chinese).
- [7] Huber P. Robust estimation of a location parameter [J]. Annals of Mathematical Statistics, 1964, 35(1): 73-101.
- [8] 高敬东, 李开龙, 常路宾. 基于 Huber 的改进鲁棒滤波算法[J]. 系统仿真学报, 2014, 26(8): 1769-1774.  
Gao Jingdong, Li Kailong, Chang Lubin. Huber-based modified robust filter algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2014, 26(8): 1769-1774(in Chinese).
- [9] Zhu B, Chang L, Xu J, et al. Huber-based adaptive unscented Kalman filter with non-Gaussian measurement noise[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2018, 37(9): 3842-3861.
- [10] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. Kalman 滤波与组合导航原理(第 3 版)[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2015.  
Qin Yongyuan, Zhang Hongyue, Wang Shuhua. Kalman filter and principle of integrated navigation(3<sup>rd</sup> Edition)[M]. Xi'an: Northwest Polytechnic University Press, 2015(in Chinese).
- [11] Karlgaard C, Schaub H. Adaptive Huber-based filtering using projection statistics; application to spacecraft attitude estimation[C]// Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. IEEE, 2008: 7389.
- [12] 李万里. 惯性/多普勒组合导航回溯算法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013.  
Li Wanli. INS/DVL integrated navigation by using backtracking scheme[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013(in Chinese).
- [13] 兰华林. 深海水声应答器定位导航技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2008.  
Lan Hualin. Research on positioning and navigation technique with underwater acoustic transponder in deep sea[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2008(in Chinese).
- [14] Arasaratnam I, Haykin S, Elliott R J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(5): 953-977.
- [15] Zhu B, Wu M, Xu J, et al. Robust adaptive unscented Kalman filter and its application in initial alignment for body frame velocity aided strapdown inertial navigation system[J]. Review of Scientific Instruments, 2018, 89(11): 115102.
- [16] Gandhi M A. Robust Kalman filters using generalized maximum likelihood-type estimators [D]. Virginia Tech, 2009.
- [17] Gandhi M A, Mili L. Robust Kalman filter based on a generalized maximum-likelihood-type estimator[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 2509-2520.

(编辑: 孟彬)