

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2021.01.019

基于杆臂补偿的多MIMU六方位倍速率标定方法

陶冶¹, 张东良², 李建利²

(1. 海军研究院, 北京 100161;

2. 北京航空航天大学, 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

摘要: 误差建模、标定与补偿是提高微惯性测量单元(MIMU)精度的关键, 而杆臂效应是影响低成本微机电系统(MEMS)惯导精度进一步提升的瓶颈。针对杆臂效应引起的多MIMU标定误差问题, 提出了一种基于杆臂补偿的多MIMU六方位倍速率标定方法。分析了杆臂效应影响多MIMU标定的误差机理, 设计了一种六方位倍速率标定方案, 建立了基于杆臂补偿的误差系数标定解算模型, 补偿了杆臂效应引起的标定误差, 并应用加权最小二乘法对MIMU加速度通道和角速度通道的非对称性误差进行了抑制。试验结果表明, 与现有六方位正反速率标定方法相比, 采用该方法的MIMU加速度通道补偿误差降低了84%, 角速度通道补偿误差降低了68%。

关键词: 微惯性测量单元; 标定; 杆臂效应; 加权最小二乘

中图分类号: V249.32+2 文献标志码: A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):
文章编号: 2095-8110(2021)01-0168-08



Six-position Multiplied Rates Calibration Method Based on Lever Arm Compensation for Multi MIMUs

TAO Ye¹, ZHANG Dong-liang², LI Jian-li²

(1. Naval Research Academy, Beijing 100161, China; 2. School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Error calibration compensation is the key technology to improve MIMU precision. The effect of lever arm is a bottleneck that restricts the accuracy improvement of low-cost MEMS inertial navigation. Aiming at the problem of multi-MIMU calibration error caused by lever arm effect, a multi-MIMU calibration method based on lever arm compensation is proposed. The error mechanism of multi-MIMU calibration is analyzed. A six-position multiplied rates calibration scheme is designed. A calibration model of error coefficient based on lever arm compensation is established to compensate the calibration error caused by lever arm effect. The weighted least square method is applied to suppress the asymmetric errors of MIMU acceleration channel and angular velocity channel. The experimental results show that the error of the MIMU acceleration channel is reduced by 84% and the error of the angular velocity channel is reduced by 68% using the proposed method, compared with the traditional six-position positive and negative rate calibration method.

Key words: MIMU; Calibration; Lever arm effect; Weighted least squares

收稿日期: 2019-10-08; 修订日期: 2019-11-25

基金项目: 国家高技术研究发展计划(2015AA124002); 国家自然科学基金(61571030)

作者简介: 陶冶(1979-), 男, 博士, 副研究员, 主要从事舰船论证及试验评估工作。E-mail: taoye02@buaa.edu.cn

0 引言

基于微机电系统 (Micro-Electro-Mechanical System, MEMS) 技术的微惯性测量单元 (Micro Inertial Measurement Unit, MIMU) 具有成本低、体积小、易于集成等优点^[1-3], 在智能手机、智能控制、行人导航及姿态测量等领域都在快速推广应用^[4-6]。如何从系统层面提高 MIMU 精度是学术界的研究热点^[7-9]。

通过对 MIMU 进行误差建模、标定与补偿是提高惯导系统输出精度的一项关键技术^[10]。由于小体积的 MIMU 的市场需求量大, 需要进行批量生产和标定, 且 MIMU 的工作机理及加工工艺等不同于传统光学惯性器件, 误差具有强非线性和模型参数不稳定的特点^[11], 传统的标定方法难以直接用于 MIMU 标定。现有 IMU 标定方法中, 通常将加速度通道与角速度通道分立标定, 通过位置法标定加速度通道, 角速率法标定角速度通道, 标定方法复杂, 数据量大^[12-13]。文献[14]提出了一种六位置 + 24 点的机械编排方案, 由于其试验编排较简单, 且无需北向基准, 而被广泛应用; 文献[15]提出了一种六方位正反速率标定方案, 取得了和文献[14]中相同的补偿效果, 通过限定 IMU 测量中心在转台旋转轴上, 避免了角速率运动对加速度通道输出的影响, 仅用一组速率数据同时解算加速度和角速度通道误差系数, 标定工作量较六方位 + 24 点法减少了 3/5。但在 MIMU 标定应用中, 需要单次实验标定多个 MIMU, MIMU 节点与转台旋转中心将存在杆臂。应用传统的六方位正反速率标定方法会受到杆臂效应引起的离心加速度影响, 导致标定精度下降。

本文提出了一种基于杆臂补偿的多 MIMU 六方位倍速率标定方法。首先针对多 MIMU 标定过程中杆臂效应带来标定误差的影响机理进行了分析。然后设计了一种六方位倍速率标定方法, 并建立了杆臂效应误差补偿模型和应用加权最小二乘法的误差解算模型。最后通过试验验证了该方法的有效性。

1 杆臂效应影响机理分析

加速度通道误差模型^[8]

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ax} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & K_{ay} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & K_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: \bar{a}_i 为 i 轴加速度计输出; K_{ai} 为 i 轴加速度计标度因数; a_{i0} 为 i 轴加速度计零偏; a_i 为 i 轴加速度输入; M_{ij} 为 j 轴加速度计在 i 轴的投影。

角速度通道误差模型^[8]

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_x \\ \bar{\omega}_y \\ \bar{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{gx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & K_{gy} & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & K_{gz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} \\ D_{yx} & D_{yy} & D_{yz} \\ D_{zx} & D_{zy} & D_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\bar{\omega}_i$ 为 i 轴陀螺仪输出; K_{gi} 为 i 轴陀螺仪标度因数; ω_{i0} 为 i 轴陀螺仪零偏; ω_i 为 i 轴角速度输入; E_{ij} 为 j 轴陀螺仪在 i 轴的投影; D_{ij} 为 i 轴陀螺仪输出与 j 轴比力有关项系数。

由于系统误差严重影响 MIMU 测量精度, 使用前必须进行标定。MIMU 标定是指在已知输入条件下进行多组测试, 从而构成输入输出关系的方程组, 以解算出模型中的误差系数。

速率法单次标定多个 MIMU 时, 由于 MIMU 测量中心与转台旋转中心之间存在杆臂 \mathbf{r} ($\mathbf{r} = [r_x \ r_y \ r_z]^T$, MIMU 坐标系), 当转台以角速率 $\boldsymbol{\omega}$ ($\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, MIMU 坐标系) 转动时, 产生离心加速度 \mathbf{a}_ω [加速度计的离心加速度场翻滚校准方法]。

$$\mathbf{a}_\omega = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{\omega x} \\ a_{\omega y} \\ a_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x \omega_y^2 + r_x \omega_z^2 - r_y \omega_x \omega_y - r_z \omega_x \omega_z \\ r_y \omega_x^2 + r_y \omega_z^2 - r_x \omega_x \omega_y - r_z \omega_y \omega_z \\ r_z \omega_x^2 + r_z \omega_y^2 - r_x \omega_z \omega_x - r_y \omega_z \omega_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

则加速度通道的实际输入 \mathbf{a}_{in} 为

$$\mathbf{a}_{in} = \mathbf{g} + \mathbf{a}_\omega \quad (4)$$

将式(1)中的加速度输入分解为已知加速度 (重力加速度) 和未知加速度 (离心加速度)

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ax} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & K_{ay} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & K_{az} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{\omega x} \\ a_{\omega y} \\ a_{\omega z} \end{bmatrix} \right) \quad (5)$$

由于在传统六方位正反速率法的解算模型中,加速度通道输入为重力加速度 \mathbf{g} ,用传统方法标定多 MIMU 会带来离心加速度引起的标定误差。用其解算的误差系数进行补偿的结果为

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{ex} \\ a_{ey} \\ a_{ez} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ax} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & K_{ay} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & K_{az} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{z0} \end{bmatrix} \right) \quad (6)$$

式中: a_i 为 i 轴实际加速度值; a_{ei} 为 i 轴由于标定时的离心加速度引起的补偿误差, a_{ei} 与标定时 i 轴离心加速度大小成正比。

2 多 MIMU 六方位倍速率标定方法

依据误差模型和杆臂效应的影响分析,设计了一种基于杆臂补偿的多 MIMU 六方位倍速率标定方法。标定设备仅需单轴速率转台和六面体工装,通过 12 组基准数据实现了单次标定多个 MIMU。

将多个 MIMU 安装在六面体工装上,分 6 次翻转六面体工装,分别使 MIMU 的 X 、 Y 、 Z 轴与转台 ZT 轴和 $-ZT$ 轴(地理系天、地)重合。每个方位分别匀速转动 ω_1 和 ω_2 ($\omega_2 = n\omega_1, n \neq \pm 1$) 并记录 MIMU 输出。如图 1 所示,每个转速点保证旋转 360° 以上。转台旋转时,地球自转角速度水平分量被调制为正弦/余弦周期信号。根据三角函数的特点,当采样总时长为旋转周期的整数倍时,数据求平均将剔除地球自转角速度的影响。即将整周数据平均作为 MIMU 输出,从而消除地球自转角速度水平分量在角速度通道的输入。

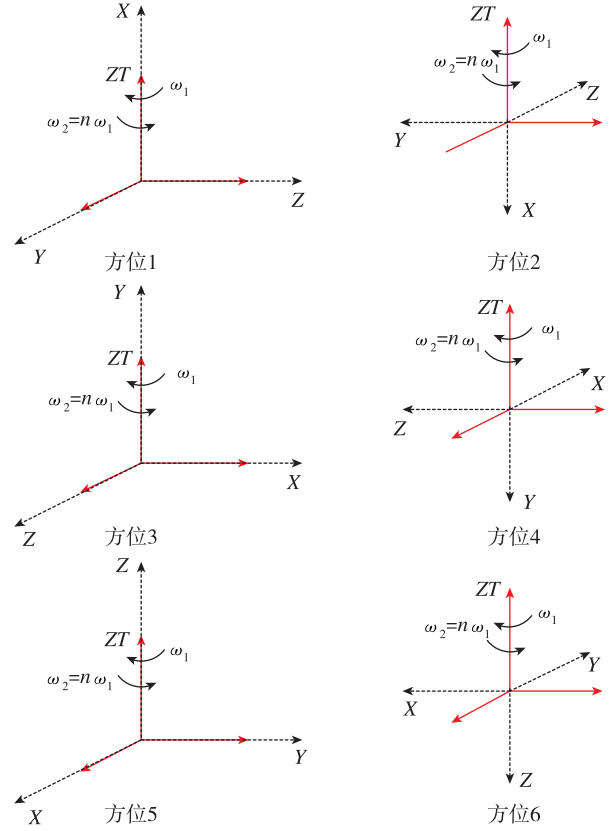


图 1 六方位倍速率标定方案

Fig. 1 Six-position multiplied rates calibration scheme

2.1 加速度通道误差系数解算模型

2.1.1 建立加速度通道输入输出方程

根据实验数据和式(1),得到 12 组数据加速度通道输出与输入关系为

$$\bar{\mathbf{A}}_0 = \mathbf{K}_A \mathbf{A}_1 \quad (7)$$

式中: $\bar{\mathbf{A}}_0$ 为 12 组数据加速度输出矩阵; \mathbf{A}_1 为 12 组数据加速度输入矩阵; \mathbf{K}_A 为加速度通道误差系数矩阵。

$$\bar{\mathbf{A}}_0 = \begin{bmatrix} \bar{a}_{x1} & \bar{a}_{x2} & \bar{a}_{x3} & \bar{a}_{x4} & \bar{a}_{x5} & \bar{a}_{x6} & \bar{a}_{x7} & \bar{a}_{x8} & \bar{a}_{x9} & \bar{a}_{x10} & \bar{a}_{x11} & \bar{a}_{x12} \\ \bar{a}_{y1} & \bar{a}_{y2} & \bar{a}_{y3} & \bar{a}_{y4} & \bar{a}_{y5} & \bar{a}_{y6} & \bar{a}_{y7} & \bar{a}_{y8} & \bar{a}_{y9} & \bar{a}_{y10} & \bar{a}_{y11} & \bar{a}_{y12} \\ \bar{a}_{z1} & \bar{a}_{z2} & \bar{a}_{z3} & \bar{a}_{z4} & \bar{a}_{z5} & \bar{a}_{z6} & \bar{a}_{z7} & \bar{a}_{z8} & \bar{a}_{z9} & \bar{a}_{z10} & \bar{a}_{z11} & \bar{a}_{z12} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_{x1} & a_{x2} & a_{x3} & a_{x4} & a_{x5} & a_{x6} & a_{x7} & a_{x8} & a_{x9} & a_{x10} & a_{x11} & a_{x12} \\ a_{y1} & a_{y2} & a_{y3} & a_{y4} & a_{y5} & a_{y6} & a_{y7} & a_{y8} & a_{y9} & a_{y10} & a_{y11} & a_{y12} \\ a_{z1} & a_{z2} & a_{z3} & a_{z4} & a_{z5} & a_{z6} & a_{z7} & a_{z8} & a_{z9} & a_{z10} & a_{z11} & a_{z12} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_A = \begin{bmatrix} a_{x0} & K_{ax} & M_{xy} & M_{xz} \\ a_{y0} & M_{yx} & K_{ay} & M_{yz} \\ a_{z0} & M_{zx} & M_{zy} & K_{az} \end{bmatrix}$$

将式(7)中比力输入 \mathbf{A}_1 分解为重力加速度项 \mathbf{A}_{11} 和离心加速度项 \mathbf{A}_{12} , 可得(分解的 \mathbf{A}_{12} 由于含全为 0 的行而进行降维)

$$\bar{\mathbf{A}}_0 = \mathbf{K}_A \mathbf{A}_{11} + \mathbf{K}'_A \mathbf{A}_{12} \quad (8)$$

式中: \mathbf{A}_{11} 为 12 组数据重力加速度输入和元素 1 组成的矩阵; \mathbf{A}_{12} 为 12 组数据离心加速度输入矩

阵; \mathbf{K}'_A 为 \mathbf{K}_A 的降维矩阵。

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ g & g & -g & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & g & -g & -g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & g & -g & -g \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} a_{1x1} & a_{2x1} & a_{1x2} & a_{2x2} & a_{1x3} & a_{2x3} & a_{1x4} & a_{2x4} & a_{1x5} & a_{2x5} & a_{1x6} & a_{2x6} \\ a_{1y1} & a_{2y1} & a_{1y2} & a_{2y2} & a_{1y3} & a_{2y3} & a_{1y4} & a_{2y4} & a_{1y5} & a_{2y5} & a_{1y6} & a_{2y6} \\ a_{1z1} & a_{2z1} & a_{1z2} & a_{2z2} & a_{1z3} & a_{2z3} & a_{1z4} & a_{2z4} & a_{1z5} & a_{2z5} & a_{1z6} & a_{2z6} \end{bmatrix}, \mathbf{K}'_A = \begin{bmatrix} K_{ax} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & K_{ay} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & K_{az} \end{bmatrix}$$

其中, a_{jim} 表示 m 方位 ω_j 引起的离心加速度 i 轴分量。

$$a_{2im} = n^2 a_{1im} \tag{9}$$

根据式(9)中离心加速度大小关系可对式(8)中加速度输入输出方程进行解耦,从而消除离心加速度

$$\bar{\mathbf{A}}'_O = (n^2 - 1)\mathbf{K}_A \mathbf{A}'_{11} \tag{10}$$

2.1.2 离心加速度解耦

每次翻转 MIMU, ω_1 和 ω_2 这 2 个速率点采集的数据, r 是一定的,取 $\omega_2 = n\omega_1$, 则其离心加速度的关系为

$$\bar{\mathbf{A}}'_O = \begin{bmatrix} n^2 \bar{a}_{x1} - \bar{a}_{x2} & n^2 \bar{a}_{x3} - \bar{a}_{x4} & n^2 \bar{a}_{x5} - \bar{a}_{x6} & n^2 \bar{a}_{x7} - \bar{a}_{x8} & n^2 \bar{a}_{x9} - \bar{a}_{x10} & n^2 \bar{a}_{x11} - \bar{a}_{x12} \\ n^2 \bar{a}_{y1} - \bar{a}_{y2} & n^2 \bar{a}_{y3} - \bar{a}_{y4} & n^2 \bar{a}_{y5} - \bar{a}_{y6} & n^2 \bar{a}_{y7} - \bar{a}_{y8} & n^2 \bar{a}_{y9} - \bar{a}_{y10} & n^2 \bar{a}_{y11} - \bar{a}_{y12} \\ n^2 \bar{a}_{z1} - \bar{a}_{z2} & n^2 \bar{a}_{z3} - \bar{a}_{z4} & n^2 \bar{a}_{z5} - \bar{a}_{z6} & n^2 \bar{a}_{z7} - \bar{a}_{z8} & n^2 \bar{a}_{z9} - \bar{a}_{z10} & n^2 \bar{a}_{z11} - \bar{a}_{z12} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}'_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ g & -g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & -g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & -g \end{bmatrix}$$

2.1.3 加速度通道误差系数解算

消元后得到无离心加速度的输入输出方程(10),应用加权最小二乘法,加速度通道 12 项误差系数可由 18 个不相关方程组解出。在实际应用中, Z 轴向上为 MIMU 最常用工作状态。增大 Z 轴向上方位数据的权值,有助于抑制 MIMU 常用工作状态的的非线性和非对称性误差,从而提高导航系统性能。

首先在式(10)左右两边同时乘以六方位数据的权值矩阵 σ_a , 得到方程组

$$\bar{\mathbf{A}}''_O = (n^2 - 1)\mathbf{K}_A \mathbf{A}''_{11} \tag{11}$$

式中: $\bar{\mathbf{A}}''_O$ 和 \mathbf{A}''_{11} 乘权值矩阵 σ_a 后得到 $\bar{\mathbf{A}}''_O$ 和 \mathbf{A}''_{11} 。其中, $\sigma_a = \text{diag}[\sigma_{a1} \ \sigma_{a2} \ \sigma_{a3} \ \sigma_{a4} \ \sigma_{a5} \ \sigma_{a6}]$, σ_{a5} 为 Z 轴向上方位权值,大于其他方位权值。

再由最小二乘法解算得到加速度通道误差系数矩阵 \mathbf{K}_A

$$\mathbf{K}_A = \frac{1}{n^2 - 1} (\mathbf{A}''_{11} \mathbf{A}''_{11}{}^T)^{-1} \mathbf{A}''_{11} \bar{\mathbf{A}}''_O{}^T \tag{12}$$

2.2 角速度通道误差系数解算模型

2.2.1 加速度输入解算

由式(4)可知,角速度通道误差系数包括比力相关项。需要先求解未知离心加速度。

对式(8)中重力加速度相关项进行消元,得到

$$\bar{\mathbf{A}}'''_O = (1 - n^2)\mathbf{K}'_A \mathbf{A}'_{12} \tag{13}$$

式中

$$\bar{\mathbf{A}}'''_O = \begin{bmatrix} \bar{a}_{x1} - \bar{a}_{x2} & \bar{a}_{x3} - \bar{a}_{x4} & \bar{a}_{x5} - \bar{a}_{x6} & \bar{a}_{x7} - \bar{a}_{x8} & \bar{a}_{x9} - \bar{a}_{x10} & \bar{a}_{x11} - \bar{a}_{x12} \\ \bar{a}_{y1} - \bar{a}_{y2} & \bar{a}_{y3} - \bar{a}_{y4} & \bar{a}_{y5} - \bar{a}_{y6} & \bar{a}_{y7} - \bar{a}_{y8} & \bar{a}_{y9} - \bar{a}_{y10} & \bar{a}_{y11} - \bar{a}_{y12} \\ \bar{a}_{z1} - \bar{a}_{z2} & \bar{a}_{z3} - \bar{a}_{z4} & \bar{a}_{z5} - \bar{a}_{z6} & \bar{a}_{z7} - \bar{a}_{z8} & \bar{a}_{z9} - \bar{a}_{z10} & \bar{a}_{z11} - \bar{a}_{z12} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}'_{12} = \begin{bmatrix} a_{1x1} & a_{1x2} & a_{1x3} & a_{1x4} & a_{1x5} & a_{1x6} \\ a_{1y1} & a_{1y2} & a_{1y3} & a_{1y4} & a_{1y5} & a_{1y6} \\ a_{1z1} & a_{1z2} & a_{1z3} & a_{1z4} & a_{1z5} & a_{1z6} \end{bmatrix}$$

由式(13)可解出离心加速度为

$$\mathbf{A}'_{12} = \frac{1}{(1-n^2)} \bar{\mathbf{A}}_O \mathbf{K}'_A^{-1} \quad (14)$$

2.2.2 建立角速度通道输入输出方程

由于地球自转角速度水平分量经转台旋转调制为正弦信号,整周期均值为 0。根据式(2)中的角速度通道误差模型,标定方法中 12 组数据角速度通道输出与输入关系为

$$\bar{\mathbf{G}}_O = \mathbf{K}_G \mathbf{G}_1 \quad (15)$$

式中: $\bar{\mathbf{G}}_O$ 为 12 组数据角速度输出矩阵; \mathbf{G}_1 为 12 组数据角速度和加速度输入矩阵; \mathbf{K}_G 为角速度通道误差系数矩阵。

$$\bar{\mathbf{G}}_O = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{x1} & \bar{\omega}_{y1} & \bar{\omega}_{z1} \\ \bar{\omega}_{x2} & \bar{\omega}_{y2} & \bar{\omega}_{z2} \\ \bar{\omega}_{x3} & \bar{\omega}_{y3} & \bar{\omega}_{z3} \\ \bar{\omega}_{x4} & \bar{\omega}_{y4} & \bar{\omega}_{z4} \\ \bar{\omega}_{x5} & \bar{\omega}_{y5} & \bar{\omega}_{z5} \\ \bar{\omega}_{x6} & \bar{\omega}_{y6} & \bar{\omega}_{z6} \\ \bar{\omega}_{x7} & \bar{\omega}_{y7} & \bar{\omega}_{z7} \\ \bar{\omega}_{x8} & \bar{\omega}_{y8} & \bar{\omega}_{z8} \\ \bar{\omega}_{x9} & \bar{\omega}_{y9} & \bar{\omega}_{z9} \\ \bar{\omega}_{x10} & \bar{\omega}_{y10} & \bar{\omega}_{z10} \\ \bar{\omega}_{x11} & \bar{\omega}_{y11} & \bar{\omega}_{z11} \\ \bar{\omega}_{x12} & \bar{\omega}_{y12} & \bar{\omega}_{z12} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 1 & \omega_{i+} & 0 & 0 & g+a_{1x1} & a_{1y1} & a_{1z1} \\ 1 & \omega_{i-} & 0 & 0 & g+a_{2x1} & a_{2y1} & a_{2z1} \\ 1 & \hat{\omega}_{i+} & 0 & 0 & -g+a_{1x2} & a_{1y2} & a_{1z2} \\ 1 & \hat{\omega}_{i-} & 0 & 0 & -g+a_{2x2} & a_{2y2} & a_{2z2} \\ 1 & 0 & \omega_{i+} & 0 & a_{1x3} & g+a_{1y3} & a_{1z3} \\ 1 & 0 & \omega_{i-} & 0 & a_{2x3} & g+a_{2y3} & a_{2z3} \\ 1 & 0 & \hat{\omega}_{i+} & 0 & a_{1x4} & -g+a_{1y4} & a_{1z4} \\ 1 & 0 & \hat{\omega}_{i-} & 0 & a_{2x4} & -g+a_{2y4} & a_{2z4} \\ 1 & 0 & 0 & \omega_{i+} & a_{1x5} & a_{1y5} & g+a_{1z5} \\ 1 & 0 & 0 & \omega_{i-} & a_{2x5} & a_{2y5} & g+a_{2z5} \\ 1 & 0 & 0 & \hat{\omega}_{i+} & a_{1x6} & a_{1y6} & -g+a_{1z6} \\ 1 & 0 & 0 & \hat{\omega}_{i-} & a_{2x6} & a_{2y6} & -g+a_{2z6} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} \omega_{x0} & K_{gx} & E_{xy} & E_{xz} & D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} \\ \omega_{y0} & E_{yx} & K_{gy} & E_{yz} & D_{yx} & D_{yy} & D_{yz} \\ \omega_{z0} & E_{zx} & E_{zy} & K_{gz} & D_{zx} & D_{zy} & D_{zz} \end{bmatrix}$$

其中, $\omega_{i+} = \omega_i + \Omega_e \sin(\phi)$, $\omega_{i-} = -\omega_i + \Omega_e \sin(\phi)$, $\hat{\omega}_{i+} = \omega_i - \Omega_e \sin(\phi)$, $\hat{\omega}_{i-} = -\omega_i - \Omega_e \sin(\phi)$, Ω_e 表示地球自转角速度, $\bar{\omega}_{in}$ 为陀螺输出原始数据, ω_i 为输入角速率, ϕ 为当地纬度。

2.2.3 加速度通道误差系数解算

式(16)中 21 项角速度通道误差系数可由 36 个不相关方程组解出。

首先在式(15)左右两边同时乘以六方位数据的权值矩阵 σ_g , 得到方程组

$$\bar{\mathbf{G}}'_O = \mathbf{K}_G \mathbf{G}'_1 \quad (16)$$

式中: $\bar{\mathbf{G}}_O$ 和 \mathbf{G}_1 乘权值矩阵 σ_g 后得到 $\bar{\mathbf{G}}'_O$ 和 \mathbf{G}'_1 。其中, $\sigma_g = \text{diag}[\sigma_{g1} \ \sigma_{g2} \ \dots \ \sigma_{g11} \ \sigma_{g12}]$, σ_{g9} 和 σ_{g10} 为 Z 轴向上方位数据权值, 大于其他方位权值。

再由最小二乘法解算得到角速度通道误差系数矩阵 \mathbf{K}_G

$$\mathbf{K}_G = (\mathbf{G}'_1 \mathbf{G}'_1{}^T)^{-1} \mathbf{G}'_1 \bar{\mathbf{G}}'_O{}^T \quad (17)$$

3 试验验证

根据六方位倍速率实验方案对 2 个 MIMU 进行标定, 如图 2 所示。 ω_1 和 ω_2 分别为 $10(^{\circ})/s$ 和 $-30(^{\circ})/s$ 。



图 2 多 MIMU 标定实验

Fig. 2 Multi-MIMU calibration test

分别用传统方法(六方位正反速率法^[15])和本

文方法(基于杆臂补偿的六方位倍速率法:先进行杆臂补偿,后进行加权最小二乘法解算)对 1 # MIMU 和 2 # MIMU 进行模型解算。1 # MIMU

误差标定系数如表 1 和表 2 所示,2 # MIMU 误差标定系数如表 3 和表 4 所示。

表 1 1 # MIMU 加速度通道误差系数

Tab. 1 Acceleration channel error coefficient of 1 # MIMU

| 系数 | 传统方法 | 本文方法 | 系数 | 传统方法 | 本文方法 |
|----------|------------|------------|----------|-----------|----------|
| a_{x0} | -11.0341 | -13.0640 | M_{xy} | 22.1075 | 22.1848 |
| a_{y0} | -22.0344 | -19.8851 | M_{xz} | -81.8757 | -81.6404 |
| a_{z0} | -242.1743 | -243.7120 | M_{yx} | -18.8013 | -17.3102 |
| K_{ax} | -4074.2026 | -4075.5824 | M_{yz} | -189.5360 | 189.2359 |
| K_{ay} | -4086.2200 | -4085.9387 | M_{zx} | 83.8154 | 102.2592 |
| K_{az} | -4123.1987 | -4112.3640 | M_{zy} | 232.9808 | 233.2492 |

表 2 1 # MIMU 角速度通道误差系数

Tab. 2 Angular velocity channel error coefficient of 1 # MIMU

| 系数 | 传统方法 | 本文方法 | 系数 | 传统方法 | 本文方法 |
|---------------|----------|----------|----------|---------|---------|
| ω_{x0} | 21.19994 | 21.1935 | E_{zy} | 0.8335 | 0.8335 |
| ω_{y0} | 11.02150 | 11.0772 | D_{xx} | -0.1549 | -0.1549 |
| ω_{z0} | -18.7620 | -18.9195 | D_{xy} | 0.0365 | 0.03649 |
| K_{gx} | -16.2996 | -16.2996 | D_{xz} | 0.0278 | 0.0722 |
| K_{gy} | -16.4224 | -16.4224 | D_{yx} | 0.2815 | 0.2815 |
| K_{gz} | 16.2978 | -16.3005 | D_{yy} | 0.0164 | 0.0164 |
| E_{xy} | 0.1054 | 0.1054 | D_{yz} | 0.0325 | 0.2538 |
| E_{xz} | -0.3990 | -0.3927 | D_{zx} | -0.4353 | -0.4353 |
| E_{yx} | -0.1257 | -0.1257 | D_{zy} | 0.0066 | 0.00665 |
| E_{yz} | -0.8403 | -0.8349 | D_{zz} | -0.1112 | -0.6115 |
| E_{zx} | 0.3564 | 0.3564 | | | |

表 3 2 # MIMU 加速度通道误差系数

Tab. 3 Acceleration channel error coefficient of 2 # MIMU

| 系数 | 传统方法 | 本文方法 | 系数 | 传统方法 | 本文方法 |
|----------|------------|------------|----------|-----------|-----------|
| a_{x0} | 27.9426 | 24.3885 | M_{xy} | 25.1820 | 20.5689 |
| a_{y0} | 31.7642 | 28.1725 | M_{xz} | -60.8115 | -58.8578 |
| a_{z0} | -67.0884 | -63.6660 | M_{yx} | -30.6358 | -31.9405 |
| K_{ax} | -4114.8069 | -4114.7659 | M_{yz} | 181.8327 | 182.5062 |
| K_{ay} | -4117.7547 | -4120.1755 | M_{zx} | 81.8894 | 82.4360 |
| K_{az} | -4082.6481 | -4074.3188 | M_{zy} | -214.3013 | -217.1067 |

表 4 2 # MIMU 角速度通道误差系数

Tab. 4 Angular velocity channel error coefficient of 2 # MIMU

| 系数 | 传统方法 | 本文方法 | 系数 | 传统方法 | 本文方法 |
|---------------|----------|----------|----------|---------|---------|
| ω_{x0} | 31.6883 | 31.6703 | E_{zy} | -0.7903 | -0.7903 |
| ω_{y0} | -1.3675 | -1.4071 | D_{xx} | 0.2100 | 0.2100 |
| ω_{z0} | -10.0663 | -10.1290 | D_{xy} | 0.3501 | 0.3501 |
| K_{gx} | -16.2895 | -16.2895 | D_{xz} | -0.0527 | -0.1633 |
| K_{gy} | -16.3611 | -16.3611 | D_{yx} | -0.2703 | -0.2703 |
| K_{gz} | -16.3556 | -16.3540 | D_{yy} | 1.1615 | 1.1615 |
| E_{xy} | 0.2390 | 0.2390 | D_{yz} | 0.0102 | -0.1366 |
| E_{xz} | -0.4544 | -0.4600 | D_{zx} | 0.0713 | 0.0713 |
| E_{yx} | -0.1299 | -0.1299 | D_{zy} | -1.1772 | -1.1772 |
| E_{yz} | 0.8505 | 0.8477 | D_{zz} | -0.0590 | -0.2309 |
| E_{zx} | 0.1224 | 0.1224 | | | |

传统方法采用正反速率标定模式,不能解决杆臂问题,导致无法准确标定 D_{zz} 参数。而本文提出的方法针对杆臂问题进行了优化,能够相对准确地标定 D_{zz} 参数。在本文设置的标定安装试验条件下,MIMU 的 Z 轴杆臂较大,标定效果较明显。

通过对 MIMU 在不同运动状态的测试数据进行补偿,对加速度通道的标定结果进行验证。分别在 Z 轴向上静止、绕 Z 轴 $20(^{\circ})/s$ 和 $30(^{\circ})/s$ 旋转状态下进行测试,对各加速度计这一时间段内的测量误差求取均值,统计结果如表 5 所示。

表 5 加速度计误差补偿结果
Tab. 5 Accelerometers error compensation results

| MIMU | | 传统方法补偿误差/g | | 本文方法补偿误差/g | |
|------------------|---|------------|----------|------------|----------|
| | | 1# | 2# | 1# | 2# |
| 静止 | X | 0.000429 | 0.000496 | 0.000096 | 0.000021 |
| | Y | 0.000479 | 0.000580 | 0.000028 | 0.000102 |
| | Z | 0.002100 | 0.002837 | 0.000511 | 0.000625 |
| $20(^{\circ})/s$ | X | 0.000572 | 0.000236 | 0.000123 | 0.000142 |
| | Y | 0.000063 | 0.000322 | 0.000179 | 0.000040 |
| | Z | 0.001860 | 0.003888 | 0.000275 | 0.000883 |
| $30(^{\circ})/s$ | X | 0.001707 | 0.000772 | 0.000021 | 0.000022 |
| | Y | 0.001270 | 0.001362 | 0.000039 | 0.000043 |
| | Z | 0.001784 | 0.003906 | 0.000090 | 0.000446 |
| 平均值 | | 0.001370 | | 0.000215 | |

综合对比传统方法和本文方法补偿结果,常用工作方位下,本文方法相对传统方法,单轴加速度计的补偿误差降低了 84.3%。

由于实验中单轴速率转台没有北向基准,无法获得地球自转角速度在 MIMU 坐标系中的各分量值来验证单轴陀螺仪的补偿精度。使 MIMU 在水平面内做匀角速率运动,将 X、Y 轴陀螺仪测量的地球自转角速度水平分量调制成正弦信号,通过整周平均进行消除。统计结果如表 6 所示。

表 6 陀螺仪误差补偿结果
Tab. 6 Gyros error compensation results

| MIMU | | 传统方法补偿 误差/ $[(^{\circ})/h]$ | | 本文方法补偿 误差/ $[(^{\circ})/h]$ | |
|------------------|---|--------------------------------|-------|--------------------------------|------|
| | | 1# | 2# | 1# | 2# |
| $20(^{\circ})/s$ | X | 45.8 | 55.3 | 18.8 | 23.2 |
| | Y | 71.8 | 92.7 | 7.3 | 25.6 |
| | Z | 130.8 | 108.9 | 21.6 | 33.9 |
| $30(^{\circ})/s$ | X | 13.0 | 43.7 | 18.8 | 9.0 |
| | Y | 13.2 | 52.5 | 20.2 | 18.7 |
| | Z | 65.3 | 36.2 | 3.8 | 12.7 |
| 平均值 | | 60.2 | | 19.1 | |

对比传统方法和本文方法补偿结果,常用工作

方位下,本文方法可以有效提高陀螺仪系统误差补偿精度,单轴陀螺仪的补偿误差降低了 68.3%。

4 结论

本文分析了杆臂效应对加速度计输出的影响机理,提出了一种六方位倍速率 MIMU 标定方法,并通过方程解耦对杆臂效应进行补偿,应用加权最小二乘法有效抑制了非线性和非对称性误差。试验结果表明,本文提出的标定方法简易、高效。MIMU 在常用工作方位下,加速度通道和角速度通道系统误差的补偿精度均有较大提高。

参考文献

- [1] 刘振耀,马永健,王同合,等. MIMU/DGNSS 组合导航技术在城市智能公交中的应用[J]. 测绘工程, 2017, 26(3): 51-55.
Liu Zhenyao, Ma Yongjian, Wang Tonghe, et al. Application of MIMU/DGNSS integrated navigation technology to the intelligent public transportation[J]. Engineering of Surveying & Mapping, 2017, 26(3): 51-55(in Chinese).
- [2] Li Y, Zhuang Y, Lan H, et al. Self-contained indoor pedestrian navigation using smartphone sensors and magnetic features[J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(19):

- 7173-7182.
- [3] Abdulrahim K, Hide C, Moore T, et al. Aiding low cost inertial navigation with building heading for pedestrian navigation[J]. *Journal of Navigation*, 2011, 64(2): 219-233.
- [4] Zhang H, Yuan W, Shen Q, et al. A handheld inertial pedestrian navigation system with accurate step modes and device poses recognition[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2015, 15(3): 1421-1429.
- [5] Wendel J, Meister O, Schlaile C, et al. An integrated GPS/MEMS-IMU navigation system for an autonomous helicopter[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2006, 10(6): 527-533.
- [6] Li W, Wang J. Effective adaptive Kalman filter for MEMS-IMU/Magnetometers integrated attitude and heading reference systems[J]. *Journal of Navigation*, 2013, 66(1): 99-113.
- [7] 王坚, 梁建, 韩厚增. 低成本 IMU 的多位置旋转现场标定方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2017, 25(3): 294-298.
Wang Jian, Liang Jian, Han Houzeng. Method for low-cost IMU in-field calibration through multi-position rotation[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2017, 25(3): 294-298(in Chinese).
- [8] Xu Y, Wang Y, Su Y, et al. Research on the calibration method of micro inertial measurement unit for engineering application[J]. *Journal of Sensors*, 2016(1): 1-11.
- [9] Kozlov A, Sazonov I, Vavilova N. IMU calibration on a low grade turntable: embedded estimation of the instrument displacement from the axis of rotation[J]. *Advances in Space Research*, 2014, 48(5): 850-856.
- [10] Fang B, Chou W, Li D. An optimal calibration method for a MEMS inertial measurement unit[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2014, 11(1): 1.
- [11] Ren C, Liu Q, Fu T. A novel self-calibration method for MIMU[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2015, 15(10): 5416-5422.
- [12] Zhang B, Chu H, Sun T, et al. Thermal calibration of a tri-axial MEMS gyroscope based on Parameter-Interpolation method[J]. *Sensors & Actuators A Physical*, 2017, 261: 103-116.
- [13] Sarkka O, Nieminen T, Suuriniemi S, et al. A multi-position calibration method for consumer-grade accelerometers, gyroscopes, and magnetometers to field conditions[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017(99): 1.
- [14] 陈北鸥, 孙文胜, 张桂宏, 等. 捷联组合(设备无定向)六位置测试标定[J]. *导弹与航天运载技术*, 2001(3): 23-27.
Chen Beiou, Sun Wensheng, Zhang Guihong, et al. Strapdown unit(without orientation) six-position test calibration[J]. *Missiles & Space Vehicles*, 2001(3): 23-27(in Chinese).
- [15] 李建利, 房建成, 马艳海, 等. INS 全温六方位速率标定及分段线性插值补偿[J]. *北京航空航天大学学报*, 2012, 38(10): 1331-1335.
Li Jianli, Fang Jiancheng, Ma Yanhai, et al. Six-position rotation rate calibration and piecewise linear interpolation compensation for INS in full temperatures[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics & Astronautics*, 2012, 38(10): 1331-1335(in Chinese).

(编辑:孟彬)