

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2021.05.006

# 基于 EMD-TFPF 的仿生偏振光罗盘去噪方法

赵成帅<sup>1,2</sup>, 吴新冬<sup>1,2</sup>, 赵东花<sup>1,2</sup>, 王晨光<sup>1,3</sup>, 刘晓杰<sup>1,2</sup>, 申冲<sup>1,2</sup>

- (1. 中北大学仪器科学与动态测试教育部重点实验室, 太原 030051;
2. 中北大学仪器与电子学院, 太原 030051;
3. 中北大学信息与通信工程学院, 太原 030051)

**摘要:** 为了提高仿生偏振光罗盘定向精度, 降低罗盘在进行航向角测量时存在的高斯白噪声, 基于经验模态分解(EMD)和时频峰值滤波(TFPF), 设计了一种用于仿生偏振光罗盘的 EMD-TFPF 联合去噪方法。在去噪过程中, 首先将含噪声的航向角信号分解为不同的模式, 对不同模式采用不同窗长进行时频峰值滤波, 进而改善了单一窗长去噪对有用信号造成的衰减, 有效提高了去噪算法的自适应能力。经过机载实验验证, 采用该方法去噪后的仿生偏振光罗盘可以实现定向精度  $0.3259^\circ$ , 比原始信号精度提升了 18.4%。

**关键词:** 信号去噪; 偏振光罗盘; 经验模态分解; 时频峰值滤波

中图分类号: V217+.1

文献标志码: A

文章编号: 2095-8110(2021)05-0038-07

## Bionic Polarized Light Compass Denoising Method Based on EMD-TFPF

ZHAO Cheng-shuai<sup>1,2</sup>, WU Xin-dong<sup>1,2</sup>, ZHAO Dong-hua<sup>1,2</sup>, WANG Chen-guang<sup>1,3</sup>, LIU Xiao-jie<sup>1,2</sup>, SHEN Chong<sup>1,2</sup>

- (1. Key Laboratory of Instrumentation Science and Dynamic Measurement of Ministry of Education, North University of China, Taiyuan 030051, China;
2. School of Instrument and Electronics, North University of China, Taiyuan 030051, China;
3. School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** In order to improve the orientation accuracy of the biomimetic polarized light compass and reduce the Gaussian white noise in the heading angle measurement of the compass, based on the empirical mode decomposition(EMD) and time-frequency peak filter(TFPF), this paper designs a bionic polarized light compass EMD-TFPF joint denoising method. In the denoising process, the noisy heading angle signal is first decomposed into different modes, and different window lengths are used for time-frequency peak filtering for different modes, and then the attenuation of useful signals caused by single window length denoising is reduced, which effectively improves the adaptive ability of the denoising algorithm. The results of airborne experiments show that the bionic polarized light compass denoised by this method can achieve an orientation accuracy of  $0.3259^\circ$  and an accuracy increase of 18.4%.

**Key words:** Signal denoising; Polarized light compass; Empirical mode decomposition; Time-frequency peak filtering

收稿日期: 2021-05-22; 修订日期: 2021-07-06

基金项目: 国网山西省电力公司科技项目(52053018000T)

作者简介: 赵成帅(1994-), 男, 硕士研究生, 主要从事仿生偏振光导航方面的研究。

通信作者: 申冲(1986-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事仿生传感与智能导航方面的研究。

## 0 引言

仿生偏振光罗盘可用于无人机、无人车等无人运动平台的自主定向。成像式偏振光罗盘运动过程中测得的航向角包含偏振角测量和太阳方位角测量两方面的误差,其中偏振角测量过程中包含了高斯白噪声。本文首次提出了一种应用于仿生偏振光罗盘基于经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)和时频峰值滤波(Time-Frequency Peak Filtering, TFPF)的联合降噪方法。

目前,研究人员对仿生偏振光导航系统的定向原理进行了大量研究,并设计了一系列的定向系统。但是只有少部分研究人员考虑到通过减小偏振光定向系统的误差来提升其定向精度。例如,2016年,基于脉冲耦合神经网络(Pulse Coupled Neural Network, PCNN)的算法被提出,并应用于恶劣环境下的成像式仿生偏振光导航系统的导航方法当中<sup>[1]</sup>。该方法在对偏振度图像 PCNN 滤波后,仅保存了偏振角图像中的高精度区域,从而大大提高了罗盘的准确性和鲁棒性。经实验验证,天气晴朗时的罗盘精度为  $0.1805^\circ$ ,在遮挡情况下的精度优于  $1^\circ$ ,月光等弱偏振信息源下的精度为  $0.8780^\circ$ 。2017年,国防科技大学的韩国良等设计了一种由电荷耦合器件(Charge Coupled Device, CCD)相机、像素化偏振器阵列和广角镜头组成的偏振光罗盘<sup>[2]</sup>,并且建立了包括 CCD 像素响应误差和像素化偏振阵列安装误差在内的误差模型,提出了一种基于最小二乘迭代估计的标定方法,定向误差标准方差达到  $0.15^\circ$ 。2019年, Gkaniats 等提出了一种运用偏振信息直接估计太阳方位角及其置信度的方法,可以用于估计太阳随时间的变化,并介绍了一种在非平坦地面上校正偏振光传感器阵列倾斜的方法<sup>[3]</sup>。2021年,一种通过连续旋转法改进太阳子午线最小二乘拟合过程的算法被提了出来<sup>[4]</sup>,经室外实验验证,航向角精度为  $0.3335^\circ$ ,该算法提高了航向角计算过程中相对航向角的精度,但是没有考虑太阳方位角(绝对航向角)求解过程中的误差。

此外,虽然一些研究人员使用反向传播神经网络、Elman 神经网络和径向基函数(Radical Basis Function, RBF)神经网络很好地逼近了误差的非线性关系,但是在提高罗盘精度上并没有显著的效果<sup>[5-6]</sup>。这些方法中均没有考虑到偏振相机在测量偏振角时系统本身带来的噪声。

小波分析去噪方法也是一种经典的振动信号去噪算法,但仍存在一些局限性,在使用过程中通常需要设定阈值函数来改进图像或振动信号的去噪效果<sup>[7-9]</sup>。卡尔曼滤波算法是一种经常使用在导航定位与姿态测量系统中的算法,对连续运动的系统状态具有良好的线性估计作用。但是该方法需要建立准确的传感器量测模型,在观测值(真值)和估计值相差较大的情况下容易出现数据发散的现象。通常在工程实践中使用联邦卡尔曼滤波或容积卡尔曼滤波来提高其自适应性<sup>[10-12]</sup>。

EMD 经常使用在信号的噪声分析与抑制当中<sup>[13-14]</sup>,可以有效地提高测量精度,并且表现出了极强的自适应分解特性。火箭军工程大学的李文华等基于 EMD 和模态集合选择标准,结合时间序列建模及卡尔曼滤波算法,提出了一种改进的微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)陀螺仪随机漂移分析方法,实现了 MEMS 陀螺仪信号去噪<sup>[15]</sup>。TFPF 算法广泛应用于信号处理等领域,它是一种基于瞬时频率估计的信号滤波方法,通过频率调制将含噪声的信号调制为解析信号,将时频分布的峰值作为瞬时频率估计,从而消除噪声。但是,在 TFPF 算法中,参数窗长的确定决定了信号不失真程度和噪声抑制程度:长窗长能够很好地抑制随机噪声,但是有用信号的幅值同样会衰减;短窗长能很好地保留有用信号的幅值,但是并不能有效抑制噪声。因此,TFPF 中合适窗长的选择成为信号有效去噪的关键环节。

本文提出了一种在 EMD 后 TFPF 时的窗长权衡方案,并将其应用于仿生偏振光罗盘系统去噪。即对含有有用信号的低频分量使用短窗长滤波,对含噪声和有用信号的混合分量使用长窗长滤波,对更高频的分量直接舍去。最后,将滤波后的低频分量和混合分量重构得到去噪后的航向信号。经转台实验和机载实验验证,该去噪方法优于小波分析和卡尔曼滤波算法。机载实验条件下,航向角去噪后的精度可达  $0.3259^\circ$ ,比原始信号精度提高了 18.4%。

## 1 原理

### 1.1 EMD 原理

EMD 将原始信号分解为多个从高频到低频的本征模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)分量和 1 个残余分量。通常认为高频的 IMF 分量主要含有噪声成分,低频分量及余项主要含有有用信号

成分。即

$$x(t) = \sum_{i=1}^n imf_i(t) + r_n(t) \quad (1)$$

其中,  $imf_i(t)$  为第  $i$  个 IMF 分量;  $r_n(t)$  为单调残差序列。每个 IMF 分量必须满足 2 个条件:

1) 其极点个数和过零点个数相等或最多相差 1 个;

2) 极值点构成的局部上下包络线的均值为零。

对待处理的信号  $x(t)$  进行 EMD 的流程为:

1) 对信号  $x(t)$  寻找其中所有局部极值点, 包括极大值点和极小值点;

2) 利用三次样条插值对信号  $x(t)$  中的极大值点建立上包络线  $x_u(t)$ , 极小值点建立下包络线  $x_d(t)$ ;

3) 计算上下包络线的均值

$$x_a(t) = \frac{x_u(t) + x_d(t)}{2} \quad (2)$$

4) 提取细节

$$h(t) = x(t) - x_a(t) \quad (3)$$

式中: 若  $h(t)$  满足 IMF 的上述 2 个条件, 则此时  $h(t)$  即是满足条件的一个 IMF 分量, 否则对  $h(t)$  重复以上步骤 1)~4), 直至  $h(t)$  满足均值条件;

实际运算过程中, 需要计算  $h_k(t)$  的标准差 (Standard Deviation, SD) 值, 如果  $h_k(t)$  的 SD 值小于设定的阈值, 则  $h_k(t)$  记为一个 IMF 分量  $imf_i(t)$ , 否则, 对  $h_k(t)$  重复步骤 1)~4),  $h_k(t)$  的 SD 值计算公式如下

$$SD = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{\sum_{t=0}^T h_{k-1}(t)^2} \quad (4)$$

5) 计算残余信号分量  $r_i(t)$

$$r_i(t) = x(t) - imf_i(t) \quad (5)$$

余量  $r_i(t)$  中仍包含有用信号, 如果  $r_i(t)$  的极值点数大于 2, 则跳转至步骤 1), 按照上述步骤继续对  $r_i(t)$  进行分解; 否则, 分解过程结束。

从上述分解过程可以得到, 偏振光定向系统输出的航向角被分解为  $n$  个 IMF 分量和 1 个残余项。低阶分量包含高频的高斯白噪声, 高阶的 IMF 分量包含太阳方位角随时间的变化和真实信号。实际的降噪过程中, 如果能将 IMF 分量区分为真实信号部分、真实信号和噪声的混合部分和噪声部分三类, 将能很容易地达到去噪的效果。因此, 引入了样本熵来对 IMF 分量进行评估。样本熵反映了时

间序列的复杂程度或不规则程度。样本熵值越大, 时间序列越复杂。它的值为时间序列中顺序抽取的 2 个  $m$  维和 2 个  $m+1$  维序列在相似容限  $r$  下匹配概率之比的自然对数的相反数<sup>[16]</sup>, 即

$$SE(m, r) = -\ln\left(\frac{A^m(r)}{B^m(r)}\right) \quad (6)$$

## 1.2 TFPF 原理

TFPF 算法的基本思路是将含有大量随机噪声的信号调制成一个解析信号, 然后计算解析信号的维格纳-维利 (Wigner-Ville) 分布, 将其峰值作为信号的瞬时频率估计值, 进而消除噪声, 得到去噪后的信号。

假设原始信号的模型为

$$x(n) = s(n) + r(n) \quad (7)$$

其中,  $s(n)$  为不带噪声的纯净信号;  $r(n)$  为噪声信号;  $x(n)$  为混合后的含噪声的待处理信号。  $n$  为采样点。

利用 TFPF 去除信号噪声的步骤如下:

1) 首先, 对包含噪声的信号  $x(n)$  进行频率调制, 将其变为解析信号  $z(n)$

$$z(n) = e^{j2\pi\mu \sum_{m=0}^n x(m)} \quad (8)$$

式中,  $\mu$  为与调频指数类似的尺度缩放参数。

2) 求取解析信号  $z(n)$  的伪维格纳-维利分布频谱

$$W_z(n, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m) z(n+m) z^*(n-m) e^{-j4\pi f m} \quad (9)$$

其中:  $z^*(n)$  为  $z(n)$  的共轭函数;  $h(n)$  为选取的时变窗函数。本文通过调整窗函数来权衡抑制随机噪声和保持信号。

根据最大似然估计原理, 求解析信号  $z(t)$  的 PWVD 分布频谱的峰值, 作为解析信号瞬时频率估计, 即可得到原始有用信号的幅值估计

$$\hat{x}(n) = f(n) = \frac{\operatorname{argmax}[W_z(n, f)]}{\mu} \quad (10)$$

## 1.3 联合降噪算法

由于实际的含噪信号的每个模态分量不是纯噪声模态或者是纯有用信号模态, 而是有用信号成分和噪声成分相互叠加的模态, 所以需要判断哪些模态需要进行滤波处理。此外, 当样本数据点较多时, 如果将所有的 IMF 模态均进行 TFPF, 计算复杂度将会很大。

为了结合 EMD 和 TFPF 两者在处理信号时的

优势,本文提出了基于两者的联合降噪算法。算法分为以下 4 个步骤,图 1 所示为联合降噪算法的步骤流程图。

1)分解。将原始航向角信号根据 EMD 法分解为若干个 IMF 模态。

2)分类。计算各个 IMF 的样本熵。将具有接近样本熵的 IMF 函数划分为一类。根据样本熵的值,将 IMF 相应地分为低频有用分量(LFU-C)、混合分量(M-C)和噪声分量(N-C)三类。

3)去噪。从第二步可以得到,低频有用分量由真实信号以及太阳方位角随时间的变化组成,混和分量由真实信号和噪声组成,噪声分量由噪声构成。考虑到 TFPF 的特点,为了尽可能地保护有用信号,选用短窗长处理低频有用分量;为了尽可能地减少噪声,选用长窗长处理混合分量;噪声分量直接舍去。

4)重构。将滤波后的低频有用分量和混合分量相加得到去噪后的最终信号。

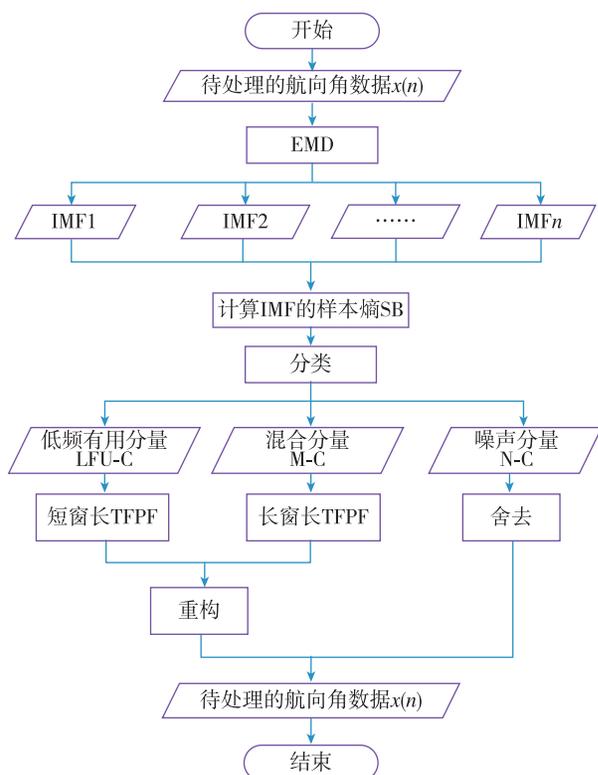


图 1 基于 EMD 和 TFPF 的联合去噪算法步骤  
Fig. 1 Procedures of joint denoising algorithm based on EMD and TFPF

对于仿生偏振光罗盘,输出的航向角由偏振角和太阳方位角作和求得。由于太阳方位角由时间

与当地经纬度获得,与载体的运动状态无关,因此,静态试验时太阳方位角随时间变化比较缓慢。而偏振角包含了系统的测量误差,所以将仿生偏振光罗盘输出的航向角信号 EMD 后,低频的 IMF 包含了太阳方位角随时间的变化,而高频的 IMF 则包含了偏振角的测量误差。

## 2 实验验证

### 2.1 转台实验

为了测试 EMD-TFPF 联合去噪方法应用于仿生偏振光罗盘的定向精度,对系统进行了转台试验,如图 2 所示。实验过程中,将成像式仿生偏振光罗盘安装于多轴旋转台 GT-111 顶部与旋转台固连,水平放置,多轴旋转台 GT-111 由 TMC-USB 系列的控制器控制。其中旋转滑台的重复定位精度为  $0.005^\circ$ 。实验中航向角数据以文本形式保存在成像式仿生偏振光罗盘中。



图 2 转台实验场景图

Fig. 2 The scene of the turntable experiment

图 3 所示为转台实验的航向角输出信号的对比结果,实验中共采集了 165 个数据点。对比时,求取各段航向角平均值作为参考基准,可以看出,实际的航向角输出信号当中包含高斯白噪声,这将严重影响成像式仿生偏振光罗盘的定向精度。因此,很有必要对原始航向角输出信号进行去噪处理。所以,对转台实验的航向角信号使用小波分析法、卡尔曼滤波法以及本文提出的 EMD-TFPF 联合去噪方法分别进行了去噪。图 4 所示为三种不同去噪方法处理后的航向角误差对比。

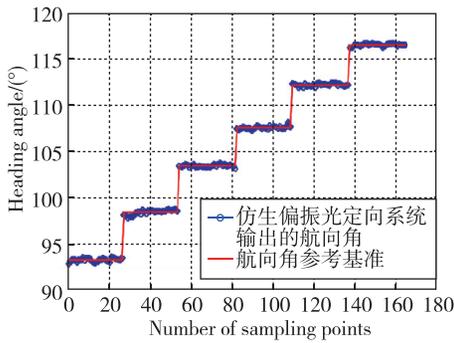


图3 转台实验航向角原始数据和参考基准对比

Fig. 3 Comparison of original data and reference datum of heading angle in the turntable experiment

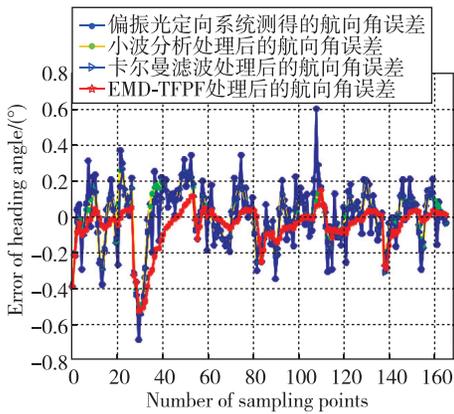


图4 转台实验中各种不同去噪算法求得的航向角误差

Fig. 4 The heading angle error obtained by various denoising algorithms in the turntable experiment

图5所示为将转台实验采集的航向角信号进行EMD之后从低阶到高阶的各阶模态分量。根据各阶模态样本熵值的大小,将SE值大于1.2的IMF定义为低频有用分量(LFU-C),小于1.2并且大于0.6的IMF定义为混合分量(M-C),小于0.6的IMF定义为噪声分量(N-C),并对LFU-C和M-C进行TFPF处理。图6所示为各阶模态的样本熵值和对低频分量采用短窗长滤波、对混合分量进行长窗长滤波后的TFPF效果图。之后,舍去了噪声分量,对滤波后的低频分量和混合分量进行了重构,得到了去噪后的航向角信号。

此外,对使用小波分析、卡尔曼滤波和EMD-TFPF三种滤波方法得到的航向角进行了对比,并计算了其误差标准差和最大误差,如表1所示。可以得到,与其他方法相比,本文提出的EMD-TFPF方法对成像式仿生偏振光罗盘的去噪效果最为显著。

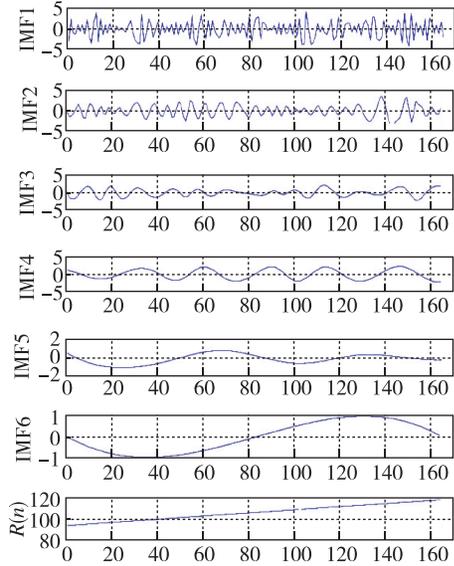


图5 转台实验中原始信号EMD求得的各阶IMF分量及余量

Fig. 5 IMF component and margin of each order obtained from the EMD decomposition of the original signal in the turntable experiment

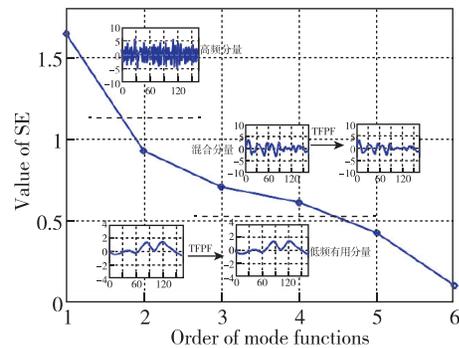


图6 转台实验中原始信号EMD求得的各阶IMF分量的SE值和混合分量与低频有用分量的TFPF结果

Fig. 6 The SE values of the IMF component of each order obtained from the EMD decomposition of the original signal in the turntable experiment and the TFPF results of the M-C and the LFU-C

表1 转台实验中三种不同方法输出的航向角误差对比表

Tab. 1 Comparison table of heading angle error output by three different methods in turntable experiment

	原始信号	小波分析	卡尔曼滤波	EMD-TFPF
误差标准方差/(°)	0.1872	0.1439	0.1484	0.1158
最大误差/(°)	-0.6817/0.6020	-0.5293/0.2700	-0.5426/0.2905	-0.5225/0.1509

### 2.2 机载实验

为了测试去噪算法在实际机载飞行过程中的定向精度,对系统进行了机载实验,机载实验时的场景如图 7 所示。



图 7 机载实验时的场景

Fig. 7 The scene of the airborne experiment

实验过程中,将成像式仿生偏振光罗盘水平安装于无人机顶部,并与载体固连。将高精度的分体式闭环光纤组合导航系统作为参考基准进行对比。其中高精度组合导航基准的定向精度为  $0.035^\circ$ ,输出频率为  $100\text{Hz}$ ,成像式仿生偏振光罗盘的输出频率为  $10\text{Hz}$ 。对成像式仿生偏振光罗盘同样使用三种去噪方法进行去噪,并计算了误差标准方差和最大误差。实验的对比结果如图 8、图 9 和表 2 所示。

从实验结果可以看出,与小波分析法和卡尔曼滤波法相比,EMD-TFPF 联合去噪方法的去噪效果最为显著,将原始信号的精度从  $0.3994^\circ$  提升到  $0.3259^\circ$ ,提升了  $18.4\%$ 。

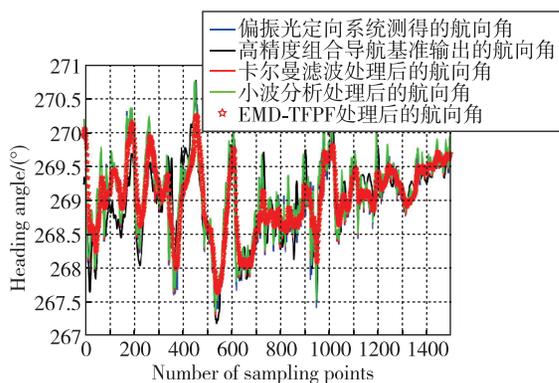


图 8 机载实验中各种不同去噪算法求得的航向角

Fig. 8 The heading angle obtained by various denoising algorithms in the airborne experiment

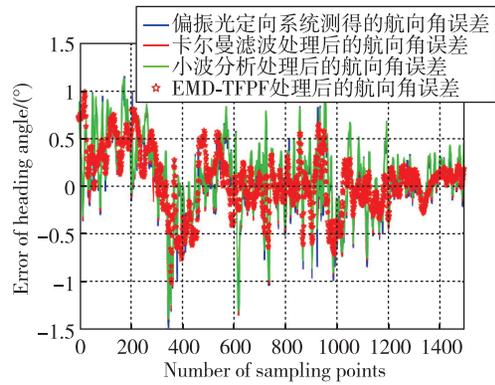


图 9 机载实验中各种不同去噪算法求得的航向角误差

Fig. 9 The heading angle error obtained by various denoising algorithms in airborne experiment

表 2 机载实验中三种不同方法输出的航向角误差对比表  
Tab. 2 Comparison table of heading angle error output by three different methods in airborne experiment

	原始信号	小波分析	卡尔曼滤波	EMD-TFPF
误差标准方差/ $^\circ$	0.3994	0.3890	0.3872	0.3259
最大误差/ $^\circ$	-1.493/1.305	-1.401/1.274	-1.406/1.170	-1.014/0.989

### 3 总结与展望

本文研究了 EMD 和 TFPF 的基本原理,首次提出了将 EMD-TFPF 联合去噪方法应用于仿生偏振光罗盘的航向信号。通过计算各个模态的样本熵,将各阶模态划分为三类,选择其中的低频有用分量和混合分量进行 TFPF,大大提高了 TFPF 的滤波效果。

通过转台试验和机载实验对算法的精度进行测试,验证了去噪算法的有效性。实验和对比结果表明,无论是在转台实验还是机载实验情况下,与传统的小波算法和卡尔曼滤波算法相比,EMD-TFPF 联合去噪方法具有最佳的去噪能力,可以有效抑制仿生偏振光导航系统航向角输出的高斯白噪声。

#### 参考文献

[1] Tang J, Nan Z, Li D, et al. Novel robust skylight compass method based on full-sky polarization imaging under harsh conditions[J]. Optics Express, 2016, 24(14): 15834-15844.

[2] Han G, Hu X, Lian J, et al. Design and calibration of a novel bio-inspired pixelated polarized light compass[J].

- Sensors, 2017, 17(11):2623.
- [3] Gkaniyas E, Risse B, Mangan M, et al. From skylight input to behavioural output: a computational model of the insect polarised light compass[J]. PLOS Computational Biology, 2019, 15(7): 1-30.
- [4] 赵成帅, 吴新冬, 赵东花, 等. 一种基于改进太阳子午线拟合方法的仿生偏振光定向系统[J]. 导航定位与授时, 2021, 8(4): 68-74.  
Zhao Chengshuai, Wu Xindong, Zhao Donghua, et al. A bionic polarized light orientation system based on improved solar meridian fitting method[J]. Navigation Positioning and Timing, 2021, 8(4): 68-74(in Chinese).
- [5] Yaseena Z M, Sulaimanb S O, Deo R C, et al. An enhanced extreme learning machine model for river flow forecasting: state-of-the-art, practical applications in water resource engineering area and future research direction[J]. Journal of Hydrology, 2019, 569:387-408.
- [6] Guo W, Xu T, Lu Z. An integrated chaotic time series prediction model based on efficient extreme learning machine and differential evolution[J]. Neural Computing & Applications, 2016, 27(4):883-898.
- [7] 李红延, 周云龙, 田峰, 等. 一种新的小波自适应阈值函数振动信号去噪算法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(10):2200-2206.  
Li Hongyan, Zhou Yunlong, Tian Feng, et al. A new wavelet adaptive threshold function vibration signal denoising algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(10): 2200-2206(in Chinese).
- [8] 孙铭阳, 谢子殿, 韩龙, 等. 自适应阈值函数小波算法的电机振动信号去噪[J]. 电子科技, 2020, 33(1):63-67.  
Sun Mingyang, Xie Zidian, Han Long, et al. Motor vibration signal denoising based on adaptive threshold function wavelet algorithm[J]. Electronic Science and Technology, 2020, 33(1):63-67(in Chinese).
- [9] 王立东, 张凯, 王良润. 改进小波阈值算法在电机振动信号降噪中的应用[J]. 电子技术应用, 2015, 41(5):77-80.  
Wang Lidong, Zhang Kai, Wang Liangrun. Application of improved wavelet threshold algorithm in noise reduction of motor vibration signal[J]. Application of Electronic Technology, 2015, 41(5): 77-80(in Chinese).
- [10] 陈帅, 王宁, 陈廷凯, 等. 置信检验自适应联邦卡尔曼滤波及其水下机器人组合导航应用[J]. 中国舰船研究, doi: 10.19693/j.issn.1673-3185.02216.  
Chen Shuai, Wang Ning, Chen Tingkai, et al. Confidence-checking adaptive federated Kalman filter and its integrated navigation application for underwater robots[J]. Chinese Ship Research, doi: 10.19693/j.issn.1673-3185.02216(in Chinese).
- [11] 孙玉山, 李岳明, 万磊, 等. 改进的自适应 Kalman 滤波方法及其在 AUV 组合导航中的应用[J]. 高技术通讯, 2013, 23(2):174-180.  
Sun Yushan, Li Yueming, Wan Lei, et al. Improved adaptive Kalman filtering method and its application in AUV integrated navigation[J]. High Technology Communications, 2013, 23(2):174-180(in Chinese).
- [12] 闫德立, 喻薇, 宋宇, 等. 基于矩阵李群表示及容积卡尔曼滤波的视觉惯导里程计新方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(8):34-43.  
Yan Deli, Yu Wei, Song Yu, et al. A new visual inertial navigation odometer method based on matrix Lie group representation and volume Kalman filter[J]. Control and Decision, 2020, 35(8): 34-43(in Chinese).
- [13] Shen C, Li J, Zhang X, et al. A noise reduction method for dual-mass micro-electromechanical gyroscopes based on sample entropy empirical mode decomposition and time-frequency peak filtering[J]. Sensors(Basel, Switzerland), 2016, 16(6): 796.
- [14] 宁少慧, 韩振南, 武学峰, 等. EEMD 和 TFPF 联合降噪法在齿轮故障诊断中的应用[J]. 振动, 测试与诊断, 2017, 37(5): 1011-1017.  
Ning Shaohui, Han Zhennan, Wu Xuefeng, et al. Application of EEMD and TFPF combined noise reduction method in gear fault diagnosis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(5): 1011-1017(in Chinese).
- [15] 李文华, 汪立新, 沈强, 等. 基于 EMD 的 MEMS 陀螺仪随机漂移分析方法[J/OL]. 北京航空航天大学学报, 1-8.  
Li Wenhua, Wang Lixin, Shen Qiang, et al. Analysis of random drift of MEMS gyroscope based on EMD[J/OL]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1-8(in Chinese).
- [16] Xu M, Shang P, Huang J. Modified generalized sample entropy and surrogate data analysis for stock markets[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2016, 35:17-24.

(编辑:李瑾)