doi:10.19306/j. cnki. 2095-8110. 2021. 05. 016

# 原子钟性能对卫星导航系统定位精度的影响分析

翟 浩<sup>1,2</sup>,廉吉庆<sup>1,3</sup>

(1. 兰州空间技术物理研究所,兰州 730000;
2. 北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院,北京 100083;
3. 真空技术与物理重点实验室,兰州 730000)

摘 要:星载原子钟是卫星导航系统的关键设备,原子钟主要通过影响卫星钟差对定位精度产生 影响,分析了 GNSS 星载原子钟性能对定位精度的影响。通过原理分析,建立了原子钟稳定度与 卫星导航系统定位精度的关系。在不考虑控制段对星钟校准误差的前提下,将原子钟噪声与星上 工作环境因素作为主要因素,分析了 GPS-IIF 铷钟和铯钟对钟差/定位误差的影响,并给出了分析 结果。最后,利用 iGMAS 提供的钟差产品数据,对比了北斗和 GPS 部分原子钟的稳定度及其对 定位精度的影响,为后续星载原子钟的发展与选择提供了一定参考。

关键词:原子钟;卫星导航系统;定位精度;钟差

**中图分类号:**TM935.11 **文献标志码:**A **文章编号:**2095-8110(2021)05-0118-06

## Analysis of the Influence of Atomic Clock Performance on Positioning Accuracy of Satellite Navigation Systems

ZHAI Hao<sup>1,2</sup>, LIAN Ji-qing<sup>1,3</sup>

(1. Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730000, China;

2. School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China;

3. Science and Technology on Vacuum Technology and Physics Laboratory, Lanzhou 730000, China)

**Abstract**: Space-borne atomic clocks are the key components of Global Navigation Satellite Systems (GNSS). Atomic clocks affect positioning accuracy mainly by affecting satellite clock error. This paper analyzes the influence of atomic clocks on positioning accuracy in GNSS. The relationship between atomic clock stability and positioning accuracy has been established by principle analysis. Without considering the calibration error of satellite clock in the control section, the influences of GPS-IIF rubidium atomic clock and cesium atomic clock on satellite clock error/positioning error are analyzed. Finally, by using the clock data products provided by iGMAS, the stability of atomic clocks used in BDS and GPS and their influences on positioning accuracy are analyzed, providing some reference for the development of future on-board atomic clocks.

Key words: Atomic clock; Satellite navigation systems; Positioning accuracy; Clock error

#### 0 引言

目前,所有的全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System,GNSS)都有类似的架构,由 美国全球定位系统(Global Positioning System, GPS)的设计者首创。GNSS是以时间测量为基础 的系统,利用到达时间(Time of Arrival,TOA)测 距的原理确定用户的位置。星载原子钟作为卫星 导航系统上的时间基准与关键设备,是卫星导航系 统的关键核心技术<sup>[1]</sup>。卫星装备高精度原子钟,并 与地面控制段的原子钟同步,建立起导航卫星的精 密时间,该精密时间也是基于精密测距定位技术的 基础。主控站设有基准钟和守时钟,是卫星导航系 统的时间基准,监测站也设有原子钟,与主控站原 子钟同步,星载原子钟与地面控制段同步。

导航定位精度是卫星导航系统的主要技术指标。影响导航定位精度的因素很多,其中原子钟的性能指标和系统时间同步精度是重要影响因素之一,对此影响进行理论分析并给出 GPS 的工程验证结果,可以为 GNSS 的管理运行和卫星导航系统未来原子钟技术的发展与选择提供参考。

卫星导航系统是由空间段、地面控制段和用户段 组成的巨型系统,目前卫星导航系统伪距误差常用用 户等效测距误差(User Equivalent Range Error, UERE)描述<sup>[2]</sup>,UERE包括用户测距误差(User Range Error,URE)和用户设备误差(User Equipment Error,UEE)两部分,数学定义为:UERE =  $\sqrt{\text{URE}^2 + \text{UEE}^2}$ 。

美国波音公司的研究人员针对影响 URE 的主要因素进行了定量分析,如图 1 所示<sup>[3-4]</sup>。主要的几种



图 1 数据龄期为 24h 的 GPS IIF 用户定位误差范围分析

Fig. 1 Significant allocated user range error contributions for the GPS-IIF satellites with age of data 24 hours

影响因素包括:地面控制段(Control Segment)误差、 原子钟(Frequency Standard)误差、卫星群延迟(Space Vehicle Group Delay)误差、卫星加速度(Space Vehicle Acceleration)误差和星上频率综合器(Frequency Synthesizer)误差。其中频率综合器由一个 10.23MHz 的 压控晶振(Voltage-Controlled Oscillator, VCO)和一个 锁相环(Phase Locked Loop, PLL)电路组成, PLL 将 VCO 输出的 10.23MHz 信号进行 2329 分频后, 与铷 钟输出的 13.4MHz 信号的 3051 分频通过鉴相锁定, 实现导航卫星所用时钟信号的稳定输出。

图 1 中数据龄期(Age of Data, AOD)为 24h (根据 GPS 定位服务标准的定义,数据龄期等于控 制段上次上传更新导航卫星信息以来的时间),原 子钟的影响包含了稳定度和预报误差。从图1中可 以看出,在数据龄期为24h的条件下,原子钟对定 位精度的影响仅次于控制段的综合影响,是影响定 位精度的最主要因素之一。显然,数据龄期越短, 控制段对原子钟的运行模型建立得越精确,频率校 准越及时。当数据龄期为0时,表示导航卫星信息 刚刚更新,或可认为地面控制段与卫星的通信是实 时的,即地面控制段钟组对星载钟进行实时同步, 同步误差为控制段系统误差,星载钟对守时误差的 贡献仅为自身随机噪声,即阿伦方差短期稳定度。 目前,星载钟的实际短期稳定度通常优于1×10<sup>-11</sup>  $\tau^{-1/2[6-7]}$ ,时钟校正间隔按 1s 来算,误差优于 1× 10<sup>-11</sup>s,对定位误差的贡献为 mm 量级。因此,数据 龄期的缩短能够降低原子钟对 URE 的影响。而随着 数据龄期的延长,原子钟自主运行引入的随机噪声将 越来越大,根据 2020 年 GPS 定位服务标准,目前 GPS 在正常运行状态下,当数据龄期为最大值时,原 子钟对 UERE 的影响将成为最重要的因素<sup>[5]</sup>。

#### URE 与卫星钟差

星载原子钟为导航卫星提供精准的时钟信号, 用于系统时间计算,原子钟主要通过影响卫星钟差 对定位精度产生影响。假定原子钟导致的卫星钟 差为*t*,则导致的误差范围为*t*×*c*,*c*为光速,即钟差 1ns,测距误差范围为 0.3m,这样就可以把星载原 子钟引入的钟差转换为定位误差。

星载原子钟的钟差如式(1)所示[8-9]

$$\Delta t = t - t_X$$
  
=  $t_0 + At + 1/2Dt^2 + \Delta_1(t) + \Delta_2(t) + \Delta_X(t)$   
(1)

式中,  $\Delta t$  为 t 时刻星钟的钟差;  $t_0$  为 t = 0 时的 钟差; A 为星载钟的准确度; D 为星载钟的频率漂移 率(老化率);  $\Delta_1(t)$  为星载钟的外部环境特性对钟 误差的影响;  $\Delta_2(t)$  为星载钟的噪声造成的误差;  $\Delta_x(t)$  为相对论效应对原子钟的影响。在要求准确 度和稳定度接近10<sup>-13</sup> 量级的频标应用中,必须考虑 相对论效应,对于空间应用来说尤其如此。

在理想情况下,初始钟差t。和初始准确度A由 控制段的同步校准精度决定,星载钟的漂移率也可 以由控制段精确计算和补偿,同时相对论效应也由 控制段进行计算补偿,因此上述几种钟差理论上均 能够由控制段进行计算补偿,即时间偏差补偿。但 由于控制段对时间偏差的补偿无法做到完美,总会 存在一定量的时间偏差;同时,星载钟的工作环境 虽然相对稳定,但工作温度和空间磁场总是存在变 化的,对星载钟输出频率产生的影响难以被忽略, 因此时间偏差是不可避免的,这也直接导致了定位 偏差的存在<sup>[3]</sup>。

另一方面,星载钟自身输出频率的随机噪声也 会导致守时出现随机误差,即星钟的守时偏差也存 在随机变化,星载钟对定位误差的影响是两方面作 用的结果。

理论上,原子钟准确度和漂移率是可以通过地 面控制段进行精确测量和补偿的。在对导航卫星 系统进行误差分析时,通常将准确度和漂移率引起 的误差算作地面控制段的修正误差,而相对论引起 的误差会另做分析。因此对星载钟导致的定位误 差进行分析时,仅考虑式(1)中 $\Delta_1(t)$ 和 $\Delta_2(t)$ ,即 星载钟对 URE 的影响考虑原子钟的随机噪声和环 境因素引起的守时误差。

#### 1.1 星载钟稳定度对钟差的影响

星载钟随机噪声引起的钟差噪声通常以阿伦 方差的形式进行估算,在去除环境、漂移等因素的 情况下,阿伦方差稳定度反映了星载钟的自身噪声 情况<sup>[10-11]</sup>。在不考虑环境因素的前提下,根据星载 钟稳定度得到的时间偏差量的方差可以表示为式 (2)<sup>[12]</sup>

$$\sigma_{\rm b}^2(t) = \sigma_{\rm b0}^2(t) + \sigma_{\rm bs}^2(t - t_0)$$
(2)

其中, $\sigma_b^2(t)$ 为t时刻的钟差方差; $\sigma_{bo}^2(t)$ 为初 始参考时刻( $t_0$ 时刻,即上次控制段对星载时钟校准 时刻)的钟差方差; $\sigma_{bs}^2(t-t_0)$ 为控制段对星钟同步 校准后星钟稳定度导致的钟差方差。仅分析星载 钟引入的误差时,以控制段对星钟校准的时刻为参考,忽略控制段校准的噪声,因此 $\sigma_{bo}^2(t) = 0$ ,式(2) 变为式(3)

$$\sigma_{\rm b}^2(t) = \sigma_{\rm bs}^2(t - t_0) \tag{3}$$

设  $t_0$  时刻的钟差测量数据为  $t_1$ ,t 时刻的钟差测 量数据为  $t_2$ ,2次测量的钟差为  $t_2 - t_1 = \Delta t = f_0(t - t_0)$ 。其中  $f_0$ 为2次钟差测量间隔时间内星载钟的平 均频率准确度。考虑该式左右两端变量的方差,则有  $\sigma_{bs}^2(t - t_0) = (t - t_0)^2 \sigma_{\gamma}^2(t - t_0)^{[12]}$ ,其中 $\sigma_{\gamma}(t - t_0)$ 为 星载原子钟稳定度表达式,式(3)可变为式(4)

$$\sigma_{\rm b}^2(t) = (t - t_0)^2 \sigma_{\gamma}^2(t - t_0) \tag{4}$$

根据星载原子钟的噪声模型,当仅考虑其自身 噪声时,主要包括随机噪声和闪烁噪声,其中随机 噪声对稳定度的贡献量随采样时间  $\tau \equiv \tau^{-1/2}$  的系数 关系,而闪烁噪声对稳定度的贡献为常量。通常当  $\tau$ 小于 1d 时可认为原子钟噪声以自身随机噪声为 主,当  $\tau$  接近或大于 1d 时原子钟噪声以闪烁噪声为 主。假定星载钟 1s 稳定度为  $\sigma_s$ ,天稳为  $\sigma_d$ ,由于原 子钟随机噪声和闪烁噪声是相对独立的,因此可将 原子钟的稳定度用  $\sigma_s$  和  $\sigma_d$  表示,式(4)可表示为式 (5)

$$\sigma_{\rm b}^{2}(t) = (t - t_{0})^{2} \sigma_{\gamma}^{2} (t - t_{0})$$
  
=  $(t - t_{0})^{2} [\sigma_{\rm s} (t - t_{0})^{-1/2}]^{2} + \sigma_{\rm d}^{2} (t - t_{0})^{2}$   
=  $\sigma_{\rm s}^{2} (t - t_{0}) + \sigma_{\rm d}^{2} (t - t_{0})^{2}$  (5)

即童铠院士给出的原子钟稳定度对定位精度 的影响计算公式<sup>[13]</sup>。

将原子钟稳定度代入式(4)中即可得出 t 时刻 的时间偏移方差,图 2 和图 3 所示分别为波音公司 研究人员建立的 GPS IIF 星载钟稳定度曲线和相应 的守时误差(即秒信号相位差)<sup>[3]</sup>,图 4 和图 5 所示 分别为美国宇航公司研究人员建立的 GPS 原子钟 稳定度与相应的等效定位误差均方根值<sup>[6]</sup>(即时间 误差乘以光速)。



图 2 GPS-IIF 星载原子钟样机稳定度指标(波音公司) Fig. 2 GPS-IIF AFS stability data (Boeing)



图 3 原子钟噪声对钟差的影响(波音公司)

Fig. 3 AFS noise contribution to phase error (Boeing)



图 4 GPS-IIF 星载原子钟样机稳定度指标(宇航公司) Fig. 4 GPS-IIF AFS stability data (Aerospace)



#### 1.2 星载钟工作环境变化引起的守时误差

美国 GPS 卫星上星载钟工作环境温度变化范 围为±3℃<sup>[4]</sup>,由于 GPS 铷钟的整机温度系数非常 小(GPS 铷钟整机温度系数可达  $10^{-15}/$ ℃量级<sup>[14]</sup>), 且铷钟工作底板增加了控温装置<sup>[15]</sup>,因此温度变化 对 GPS 铷钟的影响较小。而星载铯钟实测温度系 数为  $3\times10^{-14}/$ ℃左右,对钟差产生了相对较大的影 响。对此,GPS 采用了专门的卡尔曼滤波器对温度 系数进行补偿。波音公司估计了在全部数据龄期 范围内,GPS IIF 星载铯钟受温度变化影响对守时 产生的误差约为 0.88ns,即 URE 为 0.264m。另 外,星载钟在轨工作时会工作在一定的磁场环境 中,其中 GPS 铯钟最大工作磁场为 1.64Gauss, GPS 铷钟最大工作磁场为 0.88Gauss,磁场变化也 会引起原子钟守时误差。同样,GPS 卫星也设计了 专门的卡尔曼滤波器对磁场频移进行补偿。由于 GPS 铯钟设计了专门的磁场补偿电路,因此星上磁 场变化主要影响的是铷钟。波音公司估计了在全 部数据龄期范围内,GPS IIF 星载铷钟受磁场变化 影响对守时产生的误差约为 0.14ns,该值即图 6 系 统补偿曲线的标准差。



Fig. 6 Control segment compensated magnetic phase error

综上,GPS 星载钟对 URE 的贡献主要包括 3 个方面:随机噪声(稳定度)、磁敏感度和温度系数, 其中铯钟的贡献主要是随机噪声和温度系数,铷钟 的主要贡献是随机噪声和磁敏感度,不同的因素可 认为是相互独立的,对 URE 的贡献采用均方根方 法进行组合。

### 2 原子钟稳定度估算与 URE 贡献

根据分析,原子钟稳定度是定位误差的重要影响因素之一。利用国际 GNSS 监测评估系统(international GNSS Monitoring & Assessment System, iGMAS)提供的钟差产品,能够实现对各大导航系 统在轨原子钟性能的评估<sup>[16]</sup>。图 7 所示为利用 iG-MAS 提供的最终钟差产品估算的 GPS 铷钟(G23 (III)、G25(IIF))和北斗系统铷钟(C32、C33)及氢钟 (C25、C26)去漂移后的阿伦方差稳定度数据。为了 尽可能反映原子钟的随机噪声,选取原子钟输出频 率无异常波动的连续1个月(20210122—20210220) 运行数据进行计算,其中 PRN 编号为 C33 的北斗 卫星铷钟在 2021 年 2 月 12 日进行准确度调整,频 率准确度不连续,取 20210113—20210211 的 30d 数 据。根据图 7 可知,去漂移后,2 台北斗铷钟和 2 台 北斗氢钟的稳定度近似,除 G25 铷钟外(G25 铷钟 存在周期性频率波动,影响了千秒到万秒的稳定度),5台原子钟在10000s以内的稳定度相当,在天稳定度方面,2台 GPS 铷钟的指标更好。



上述 6 台原子钟随机噪声产生的等效定位误差 均方根值如图 8 所示。估算数据与原子钟稳定度对 应,当数据龄期小于 1h 时,6 台原子钟的噪声对定 位误差的影响相当;当数据龄期为 1d 时,北斗原子 钟噪声产生的误差均方根值约为 0.5~0.6m,GPS 原子钟约为 0.2~0.3m。





值得注意的是,上述分析仅考虑了原子钟噪声 的影响,实际上根据式(1),原子钟自身对钟差的主 要影响除自身噪声外,还有频率漂移率,其影响主 要体现在定位偏差上。根据 iGMAS 的钟差数据, 上述 2 台北斗 铷钟的频率漂移率指标均在 1× 10<sup>-13</sup>/d 左右,2 台北斗氢钟的频率漂移均小于 5× 10<sup>-15</sup>/d。因此,在实际工程应用中,氢钟与铷钟虽 然具有相当的随机噪声,但控制段对星钟频率漂移 率的估算和补偿无法做到完美的程度,频率漂移率 的优势使氢钟比铷钟能够获得更好的钟差指标。

## 3 结论

本文针对原子钟性能与卫星导航定位精度的 关系,从原理和 GNSS 的工程验证结果两方面进行 了分析,结果表明:

1) 星载原子钟对导航定位系统的误差影响包 括两方面: 偏差和随机误差, 分别对应于原子钟的 准确度和稳定度。

2)针对偏差,控制段可对星载原子钟进行同步 校准、漂移率补偿以及工作温度和磁场变化补偿, 但补偿和同步存在系统误差,无法完全消除偏差, 且无法消除的偏差会直接引起定位的偏差。

3)对于星载原子钟稳定度引起的随机误差难 以直接消除,目前最有效的方法仍是提升稳定度指 标来减小该误差。根据分析,在不考虑其他误差的 情况下,当数据龄期为1d,原子钟天稳定度为2× 10<sup>-14</sup>时,由此因素引起的时钟误差小于2ns,即对 URE的贡献小于0.6m;未来若将原子钟天稳定度 提升至优于3×10<sup>-15</sup>,则稳定度引起的定位误差将 在0.1m以内。

#### 参考文献

- [1] 王字谱, 吕志平, 王宁. BDS 星载原子钟长期性能分析[J]. 测绘学报, 2017, 46(2): 157-169.
  Wang Yupu, Lyu Zhiping, Wang Ning. The long-term performance analysis for on-board atomic clocks of BDS[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2017, 45(2): 157-169(in Chinese).
- [2] 夏蕊溪,董绪荣,尚晨,等.北斗卫星导航系统 URE 与定位精度分析[J].现代电子技术,2014,37(17): 26-31.

Xia Ruixi, Dong Xurong, Shang Chen, et al. Analysis on URE and positioning accuracy of Beidou navigation system [J]. Modern Electronics Technique, 2014, 37(17): 26-31(in Chinese).

- [3] Emmer W, Watts E. Atomic frequency standards for the GPS IIF satellites [C]// Proceedings of 29<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting. Long Beach, California, USA, 1997: 201-212.
- [4] 侯洪涛.面向全球导航卫星系统的多层可用性分析 方法研究[D].长沙:国防科技大学,2015:67-68.
   Hou Hongtao. Multi-hiberarchy based availability analysis method for global navigation satellite system

[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015: 67-68(in Chinese).

- US Office of the Department of Defense. Global positioning system standard service performance standard (5<sup>th</sup> Edition)[S]. 2020, Appendix A15-A16.
- [6] Mallette L A, White J, Rochat P. Space qualified frequency sources (clocks) for current and future GNSS application[EB/OL]. [2014-05-21]. [2020-12-28]. https://www.researchgate.net/publication/2241549.
- [7] Rochat P, Droz F, Wang Q, et al. Atomic clocks and timing systems in global navigation satellite systems
   [C]// Proceedings of 2012 European Navigation Conference. Gdansk, Poland, 2012.
- [8] Riley W J. NIST Special Publication 1065: handbook of frequency stability analysis [M]. Washington: U. S. Government Printing Office, 2008: 14-19.
- [9] Li H, Liao X, Li B, et al. Modeling of the GPS satellite clock error and its performance evaluation in precise point positioning[J]. Advances in Space Research, 2018, 62(4): 845-854.
- [10] Wu A, Feess B. Development and evaluation of GPS space clocks for GPS III and beyond[C]// Proceedings of 32<sup>nd</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting. Reston, Virginia, USA, 2000; 389-400.
- [11] Nuth V, Feess W A, Wu C. An evaluation of various space clocks for GPS IIF [C]// Proceedings of 33<sup>rd</sup>

Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting. Long Beach, California, USA, 2001: 55-62.

- [12] Sturza M A. GPS navigation using three satellites and a precise clock[J]. Navigation, 1983, 30(2): 146-156.
- [13] 童铠,童铠院士文集[M].北京:中国宇航出版社, 2007:353-355.
  Tong Kai. Collected works of academician Tong Kai
  [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2007:353-355(in Chinese).
- [14] Formichella V, Camparo J, Sesia I, et al. The ac stark shift and space-borne rubidium atomic clocks[J]. Journal of Applied Physics, 2016, 120(19):1-10.
- [15] Bhaskar N D, White J, Mallette L A, et al. A historical review of atomic frequency standards used in space systems[C]// Proceedings of 1996 IEEE International Frequency Control Symposium. Honolulu, Hawaii, USA, 1996: 24-32.
- [16] 陈国通,张璞,张晓旭,等. 基于 iGMAS 的星载原 子钟性能评估[J]. 无线电工程,2018,48(10):831-836.

Chen Guotong, Zhang Pu, Zhang Xiaoxu, et al. Evaluation of spaceborne atomic clock performance based on iGMAS[J]. Radio Engineering, 2018, 48(10): 831-836(in Chinese).

(编辑:孟彬)