

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2021.06.019

一种基于模观测法的离心机加速度计 组合标定方法研究

王世明, 李梦真

(天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222)

摘要: 为了实现惯性组合中加速度计误差模型系数的整体标定, 提高惯性导航系统的导航精度, 应用模观测法重点实现了对加速度计二次项系数的标定。应用 Tylor 级数对加速度模型的解进行多项式展开, 利用最小二乘法求得含误差模型系数的中间变量, 并给出了加速度计的二次项系数、标度因数以及零偏的计算公式。设计了 20 位置法对加速度计组合进行标定, 通过仿真验证了该方法的有效性, 并分析了安装误差角和杆臂误差对系数标定精度的影响。结果表明, 安装误差角与杆臂误差对系数标定的影响小于 10^{-8} , 在实际标定过程中可以忽略。

关键词: 模观测法; 加速度计组合; 精密离心机; 标定方法

中图分类号: TH824+.3; U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2021)06-0138-09

A Calibration Method for Accelerometer Combination on Centrifuge Based on Norm-observation Method

WANG Shi-ming, LI Meng-zhen

(School of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China)

Abstract: In order to realize the overall calibration of the error model coefficients of the accelerometers in the inertial combination, and to improve the navigation accuracy of the inertial navigation system, norm-observation method is applied to the calibration especially for the quadratic coefficient of the accelerometer. The Tylor series is used to expand the solution of the acceleration model, and the intermediate variables with error model coefficients are obtained by using the least square method. The formulas for calculating the quadratic term coefficient, scale factor and bias of the accelerometer are given. A 20-position method is designed to calibrate the accelerometer combination, the effectiveness of the method is verified by simulation, and the effects of installation misalignment and rod arm error on calibration accuracy are analyzed. The results show that the installation misalignment and rod arm error have little influence on the coefficient calibration, less than 10^{-8} , and can be neglected in practical calibration process.

Key words: Norm-observation method; Accelerometer combination; Precision centrifuge; Calibration method

收稿日期: 2021-05-03; 修订日期: 2021-06-20

基金项目: 天津市自然科学基金青年基金(18JCQNJC74700); “十三五”综投基本科研业务费项目(2018KJ103)

作者简介: 王世明(1984-), 男, 博士, 硕士生导师, 主要从事惯性仪表标定方面的研究。

0 引言

加速度计在惯性导航系统中处于核心地位,用于精确给出运载体相应的位置信息。因此,提高加速度计的标定精度是提高惯导系统导航精度的必要条件^[1]。目前,针对惯导系统中加速度计的标定方法主要为分立法且大部分在重力场下进行,通过在拆卸安装仪表的过程中引入安装误差角来影响标定精度;重力场下可提供加速度计的最大输入比力为 1g,不足以有效激励加速度计的高阶项误差参数,不满足高加速度飞行的导航条件^[2-4]。因此,大激励且整体标定加速度计是惯性仪表标定研究的主流。

整体法标定旨在标定加速度计组合全部误差模型系数的同时,降低测试设备误差对系数标定精度的影响。荷兰学者 J. C. Lötters 等^[5]提出了一种利用模观测标定方法很好地解决过度依赖转台的问题,大大降低了转台误差对误差模型系数标定结果的影响;董春梅等^[6]在此基础上利用模观测法在重力场下标定了单一陀螺仪和加速度计的零偏、一阶标度因数,重点分离了安装误差在标定过程中的影响;戴邵武等^[7]将导航姿态解算引入微惯性测量单元(Micro Inertial Measurement Unit, MIMU)的标定中,提出了在 MIMU 转动过程中采用四元数进行姿态解算,静止时列写 MIMU 标定模观测非线性方程的方法,实现了待标定参数的完全激励,并将基于 Logistic 函数的改进粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法应用于 MIMU 的标定;王世明等^[8]引入了一种无转台标定中高精度惯导系统的方法,依据正交轴上加速度计输出的矢量和等于重力的原理,标定出加速度计输出模型中的相关参数;张红良等^[9]推导了基于高精度转台的惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)标定方法的误差解析式,提出了一种抑制转台误差的标定编排改进方案,建立了 IMU 标定参数模型,并研究了静态多位置 IMU 模观测标定方法。上述模观测法仍在重力静力场或转台低转速模式下进行研究,误差模型中不包含高次项系数,无法适应惯导系统高加速度飞行的应用环境。

精密离心机能够持续提供大于 1g 的高精确度的加速度,通常用于辨识加速度计的高阶系数模型^[10-11],为得到带有高阶项的加速度计系数模型奠定了良好的基础。但是,标定方法的差异对标定精

度产生了一定的影响,实际标定过程中常需要设计相应的测试方法^[12-14]对其产生的误差进行补偿、规避、抑制甚至消除。

基于模观测法的标定思想,以高速旋转的精密离心机作为标定设备,研究加速度计组合的整体标定方法,重点研究模观测法对加速度计二次项系数的标定原理,借助 Taylor 级数展开和最小二乘法^[15-16]等数学方法,给出误差模型系数标定结果的数学表达,同时考虑安装误差角和杆臂误差对标定结果精度的影响,为提高惯性组合标定精度打下基础。

1 标定设备

为准确标定各项系数,选用带有反转平台的高精度离心机作为标定设备,建立此系统的坐标系及结构图如图 1 所示。此系统的地理(主轴)坐标系为 $O_n X_n Y_n Z_n$, 主轴轴套坐标系为 $O_0 X_0 Y_0 Z_0$, 水平轴坐标系为 $O_2 X_2 Y_2 Z_2$, 水平轴轴套坐标系为 $O_{2t} X_{2t} Y_{2t} Z_{2t}$ 。

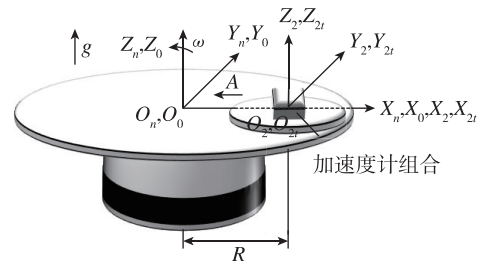


图 1 加速度计组合结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of inertial assembly structure for centrifuge calibration

加速度计组合内部加速度计各轴的取向如图 2 所示。

2 标定设备离心机模观测法标定原理

IMU 在重力场静态条件下的输入比力满足^[7]

$$\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_g^b = -\mathbf{g}^n \quad (1)$$

应用模观测法,对式(1)两边分别取模,得

$$f_g^b = |\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_g^b| = |-\mathbf{g}^n| = g^n \quad (2)$$

从式(2)可以看出,在静态条件下,加速度计的测量模固定并且是已知的。其中, \mathbf{C}_b^n 为载体系到导航系的方向余弦阵; \mathbf{g}^n 为重力加速度; f_g^b 为重力场 3 个方向的比力输入。

类似地,在离心机上进行加速度计标定时输入比力满足

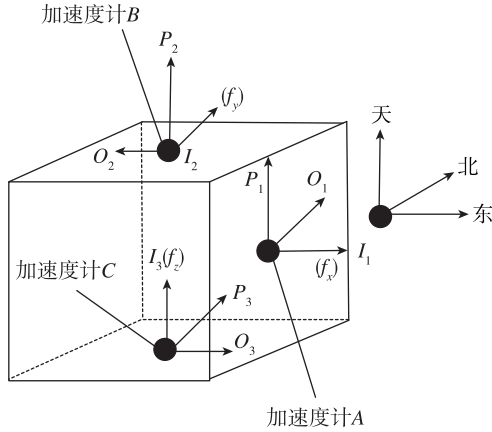


图2 加速度计组合内部示意图

Fig. 2 Internal schematic diagram of accelerometer combination

$$\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b = -\mathbf{g}^n - \mathbf{A}^n \quad (3)$$

\mathbf{A}^n 为离心机提供的向心加速度; \mathbf{f}^b 为3个方向的比力输入, $\mathbf{f}^b = [f_x^b \ f_y^b \ f_z^b]^T$, 其中, f_x^b 表示加速度A的比力输入, f_y^b 表示加速度B的比力输入, f_z^b 表示加速度C的比力输入。

应用模观测法, 对式(3)两边分别取模, 得

$$f^b = |\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b| = |-\mathbf{g}^n - \mathbf{A}^n| = \mathbf{g}^n + \mathbf{A}^n \quad (4)$$

由式(4)可知, 在离心机标定加速度计组合时, 3个方向加速度计输入比力的合成等于向心加速度和重力加速度的合成, 可用式(5)进一步表示

$$(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2 = A^2 + g^2 \quad (5)$$

其中, $A = \omega^2 R$, ω 为离心机旋转角速度, R 为半径标称值。

由于加速度计的输出值与输入比力正相关。因此, 只要获得加速度计输出值, 就可以通过取模的方式构建辨识加速度计误差模型系数的条件。

3 加速度计的模型

考虑一阶及二阶误差模型系数, 则加速度计的误差模型如式(6)所示

$$\mathbf{N}_a = \mathbf{K}_a [\mathbf{f}^b + \mathbf{D}_a (\mathbf{f}^b)^2] + \mathbf{b}_a + \mathbf{n}_a \quad (6)$$

其中, $\mathbf{K}_a = \mathbf{S}_a \Phi_a$, 代入即可建立加速度计的误差模型分解形式

$$\mathbf{S}_a \Phi_a [\mathbf{f}^b + \mathbf{D}_a (\mathbf{f}^b)^2] = (\mathbf{N}_a - \mathbf{b}_a - \mathbf{n}_a) \quad (7)$$

式中, $\mathbf{S}_a = \begin{pmatrix} S_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & S_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & S_{az} \end{pmatrix}$ 为标度因数; $\Phi_a =$

$$\begin{pmatrix} 1 & -\gamma_{xz}^a & \gamma_{xy}^a \\ \gamma_{yz}^a & 1 & -\gamma_{yx}^a \\ -\gamma_{zy}^a & \gamma_{zx}^a & 1 \end{pmatrix} \text{为安装误差系数, } \gamma_{xz}^a \text{ 等为}$$

加表坐标系与载体坐标系之间的安装误差角; $\mathbf{D}_a = [D_{ax} \ D_{ay} \ D_{az}]^T$ 为二次项系数; $\mathbf{N}_a = [N_{ax} \ N_{ay} \ N_{az}]^T$ 为加速度计输出值; $\mathbf{b}_a = [b_{ax} \ b_{ay} \ b_{az}]^T$ 为零偏; $\mathbf{n}_a = [n_{ax} \ n_{ay} \ n_{az}]^T$ 为测量误差。

4 模观测法标定加速度计组合方法

对式(7)进行化简, 并忽略高阶无穷小项, 可得

$$\begin{cases} f_x^b + D_{ax} (f_x^b)^2 + \Delta_1 = 0 \\ f_y^b + D_{ay} (f_y^b)^2 + \Delta_2 = 0 \\ f_z^b + D_{az} (f_z^b)^2 + \Delta_3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中

$$\begin{cases} \Delta_1 = -S_{ax}^{-1} (N_{ax} - b_{ax} - n_{ax}) + \\ \quad \gamma_{xz}^a S_{ay}^{-1} (N_{ay} - b_{ay}) - \gamma_{xy}^a S_{az}^{-1} (N_{az} - b_{az}) \\ \Delta_2 = -S_{ay}^{-1} (N_{ay} - b_{ay} - n_{ay}) + \\ \quad \gamma_{yz}^a S_{ax}^{-1} (N_{ax} - b_{ax}) - \gamma_{yx}^a S_{az}^{-1} (N_{az} - b_{az}) \\ \Delta_3 = -S_{az}^{-1} (N_{az} - b_{az} - n_{az}) + \\ \quad \gamma_{zx}^a S_{ax}^{-1} (N_{ax} - b_{ax}) - \gamma_{zy}^a S_{ay}^{-1} (N_{ay} - b_{ay}) \end{cases} \quad (9)$$

式(8)为3个加速度计输入比力的二元一次方程, 利用求根公式并根据输入比力的值为正, 舍去数值为负的一项, 计算输入比力的表达式为

$$\begin{aligned} f_x^b &= \frac{-1 + \sqrt{1 - 4D_{ax}\Delta_1}}{2D_{ax}} \\ f_y^b &= \frac{-1 + \sqrt{1 - 4D_{ay}\Delta_2}}{2D_{ay}} \\ f_z^b &= \frac{-1 + \sqrt{1 - 4D_{az}\Delta_3}}{2D_{az}} \end{aligned} \quad (10)$$

从式(10)可知, 3个加速度计的输入比力与 $(1 - 4D_a \Delta)^{0.5}$ 相关, 该项表达式在参数辨识过程中不易于参数分离, 因此考虑将式(10)用Tylor级数展开式展开。通过数值仿真可知, Tylor级数展开至第二项后, 输入比力的误差与真值偏差小于 10^{-4} 量级, 满足加速度计输出精度要求, 故以展开至二次项系数为输入比力关系表达式, 可得

$$\begin{cases} f_x^b = -\Delta_1 - D_{ax} \Delta_1^2 \\ f_y^b = -\Delta_2 - D_{ay} \Delta_2^2 \\ f_z^b = -\Delta_3 - D_{az} \Delta_3^2 \end{cases} \quad (11)$$

若以 g 为计量单位, 将式(11)代入式(5)中, 忽略高阶无穷小项, 同时忽略安装误差角的影响, 可得

$$\begin{aligned}
 (\tilde{f}_x^b)^2 + (\tilde{f}_y^b)^2 + (\tilde{f}_z^b)^2 &= S_{ax}^{-2}b_{ax}^2(1+K_x)^2 + S_{ay}^{-2}b_{ay}^2(1+K_y)^2 + S_{az}^{-2}b_{az}^2(1+K_z)^2 - \\
 &2S_{ax}^{-2}b_{ax}(1+K_x)(1+2K_x)N_{ax} - 2S_{ay}^{-2}b_{ay}(1+K_y)(1+2K_y)N_{ay} - \\
 &2S_{az}^{-2}b_{az}(1+K_z)(1+2K_z)N_{az} + S_{ax}^{-2}(1+6K_x+6K_x^2)N_{ax}^2 + S_{ay}^{-2}(1+ \\
 &6K_y+6K_y^2)N_{ay}^2 + S_{az}^{-2}(1+6K_z+6K_z^2)N_{az}^2 - 2D_{ax}S_{ax}^{-3}(1+2K_x)N_{ax}^3 - \\
 &2D_{ay}S_{ay}^{-3}(1+2K_y)N_{ay}^3 - 2D_{az}S_{az}^{-3}(1+2K_z)N_{az}^3 + D_{ax}^2S_{ax}^{-4}N_{ax}^4 + \\
 &D_{ay}^2S_{ay}^{-4}N_{ay}^4 + D_{az}^2S_{az}^{-4}N_{az}^4 \\
 &= \tilde{A}^2 + 1
 \end{aligned} \tag{12}$$

式中, $K_x = D_{ax}S_{ax}^{-1}b_{ax}$; $K_y = D_{ay}S_{ay}^{-1}b_{ay}$; $K_z = D_{az}S_{az}^{-1}b_{az}$ 。经仿真验算, $D_a^2S_a^{-4}N_a^4$ 项的量级同为 10^{-4} 量级, 为了保证参数辨识精度, 需要对该项进一步修正, 故将式(10)泰勒级数展开至第三项, 即 $f^b = -\Delta - D_a\Delta^2 - 2D_a^2\Delta^3$, 修正 $D_a^2S_a^{-4}N_a^4$ 的系数为 $5D_a^2S_a^{-4}N_a^4$, 则修正后的式(12)可简写为

$$\begin{aligned}
 (\tilde{f}_x^b)^2 + (\tilde{f}_y^b)^2 + (\tilde{f}_z^b)^2 &= C_0 + C_{11}N_{ax} + C_{12}N_{ay} + C_{13}N_{az} + C_{21}N_{ax}^2 + \\
 &C_{22}N_{ay}^2 + C_{23}N_{az}^2 + C_{31}N_{ax}^3 + C_{32}N_{ay}^3 + \\
 &C_{33}N_{az}^3 + C_{41}N_{ax}^4 + C_{42}N_{ay}^4 + C_{43}N_{az}^4 \\
 &= \tilde{A}^2 + 1
 \end{aligned} \tag{13}$$

式中

$$\begin{aligned}
 C_0 &= S_{ax}^{-2}b_{ax}^2(1+K_x)^2 + S_{ay}^{-2}b_{ay}^2(1+ \\
 &K_y)^2 + S_{az}^{-2}b_{az}^2(1+K_z)^2 \\
 C_{11} &= -2S_{ax}^{-2}b_{ax}(1+K_x)(1+2K_x) \\
 C_{12} &= -2S_{ay}^{-2}b_{ay}(1+K_y)(1+2K_y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{13} &= -2S_{az}^{-2}b_{az}(1+K_z)(1+2K_z) \\
 C_{21} &= S_{ax}^{-2}(1+6K_x+6K_x^2) \\
 C_{22} &= S_{ay}^{-2}(1+6K_y+6K_y^2) \\
 C_{23} &= S_{az}^{-2}(1+6K_z+6K_z^2) \\
 C_{31} &= -2D_{ax}S_{ax}^{-3}(1+2K_x) \\
 C_{32} &= -2D_{ay}S_{ay}^{-3}(1+2K_y) \\
 C_{33} &= -2D_{az}S_{az}^{-3}(1+2K_z) \\
 C_{41} &= 5D_{ax}^2S_{ax}^{-4}N_{ax}^4 \\
 C_{42} &= 5D_{ay}^2S_{ay}^{-4}N_{ay}^4 \\
 C_{43} &= 5D_{az}^2S_{az}^{-4}N_{az}^4
 \end{aligned} \tag{14}$$

根据式(13)可知, 若标定过程中给予加速度计组合不同的测试位置, 则可以获得若干个加速度计的输出, 通常测试位置数 $N \geq 4n + 2$, n 为拟辨识系数个数。式(13)中, C 为待辨识参数, 共 13 项, 故测试位置数 N 至少为 54 个。则可得出 N 个方程, 可表示为

$$\Phi_a \cdot \tilde{q} = Y \tag{15}$$

式中

$$\begin{aligned}
 \Phi_a &= \begin{pmatrix} 1 & N_{ax1} & N_{ay1} & N_{az1} & N_{ax1}^2 & N_{ay1}^2 & N_{az1}^2 & N_{ax1}^3 & N_{ay1}^3 & N_{az1}^3 & N_{ax1}^4 & N_{ay1}^4 & N_{az1}^4 \\ 1 & N_{ax2} & N_{ay2} & N_{az2} & N_{ax2}^2 & N_{ay2}^2 & N_{az2}^2 & N_{ax2}^3 & N_{ay2}^3 & N_{az2}^3 & N_{ax2}^4 & N_{ay2}^4 & N_{az2}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & N_{axN} & N_{ayN} & N_{azN} & N_{axN}^2 & N_{ayN}^2 & N_{azN}^2 & N_{axN}^3 & N_{ayN}^3 & N_{azN}^3 & N_{axN}^4 & N_{ayN}^4 & N_{azN}^4 \end{pmatrix} \\
 \tilde{q} &= (C_0 \quad C_{11} \quad C_{12} \quad C_{13} \quad C_{21} \quad C_{22} \quad C_{23} \quad C_{31} \quad C_{32} \quad C_{33} \quad C_{41} \quad C_{42} \quad C_{43})^T \\
 Y &= (\tilde{A}_1^2 + 1 \quad \tilde{A}_2^2 + 1 \quad \dots \quad \tilde{A}_N^2 + 1)^T
 \end{aligned}$$

进而利用最小二乘法, 可得 13 项待辨识参数的计算公式为

$$\tilde{q} = (\Phi_a^T \Phi_a)^{-1} \Phi_a^T Y \tag{16}$$

通过观察式(15)系数之间的关系, 可知

$$\begin{cases} \frac{C_{41}}{C_{31}} \cdot \frac{C_{11}}{C_{21}} = \frac{5K_x(1+K_x)}{(1+6K_x+6K_x^2)} \\ \frac{C_{42}}{C_{32}} \cdot \frac{C_{12}}{C_{22}} = \frac{5K_y(1+K_y)}{(1+6K_y+6K_y^2)} \\ \frac{C_{43}}{C_{33}} \cdot \frac{C_{13}}{C_{23}} = \frac{5K_z(1+K_z)}{(1+6K_z+6K_z^2)} \end{cases} \tag{17}$$

$$\text{令 } M_1 = \frac{C_{41}}{C_{31}} \cdot \frac{C_{11}}{C_{21}}, M_2 = \frac{C_{42}}{C_{32}} \cdot \frac{C_{12}}{C_{22}}, M_3 = \frac{C_{43}}{C_{33}} \cdot$$

$\frac{C_{13}}{C_{23}}$ 。则可得如下方程

$$\begin{cases} (6M_1 - 5)K_x^2 + (6M_1 - 5)K_x + M_1 = 0 \\ (6M_2 - 5)K_y^2 + (6M_2 - 5)K_y + M_2 = 0 \\ (6M_3 - 5)K_z^2 + (6M_3 - 5)K_z + M_3 = 0 \end{cases} \tag{18}$$

则可解得

$$\begin{cases} K_x = \frac{-(6M_1 - 5) + \sqrt{12M_1^2 - 40M_1 + 25}}{2(6M_1 - 5)} \\ K_y = \frac{-(6M_2 - 5) + \sqrt{12M_2^2 - 40M_2 + 25}}{2(6M_2 - 5)} \\ K_z = \frac{-(6M_3 - 5) + \sqrt{12M_3^2 - 40M_3 + 25}}{2(6M_3 - 5)} \end{cases} \quad (19)$$

进而可求得3个加速度计的标度因数为

$$\begin{cases} S_{ax} = \sqrt{\frac{(1 + 6K_x + 6K_x^2)}{C_{21}}} \\ S_{ay} = \sqrt{\frac{(1 + 6K_y + 6K_y^2)}{C_{22}}} \\ S_{az} = \sqrt{\frac{(1 + 6K_z + 6K_z^2)}{C_{23}}} \end{cases} \quad (20)$$

3个加速度计的二次项系数为

$$\begin{cases} D_{ax} = \sqrt{\frac{C_{41}S_{ax}^4}{5}} \\ D_{ay} = \sqrt{\frac{C_{42}S_{ay}^4}{5}} \\ D_{az} = \sqrt{\frac{C_{43}S_{az}^4}{5}} \end{cases} \quad (21)$$

3个加速度计的零偏为

$$\begin{cases} b_{ax} = \frac{C_{21} \times (1 + 6K_x + 6K_x^2)}{-2C_{11} \times (1 + K_x)(1 + 2K_x)} \\ b_{ay} = \frac{C_{22} \times (1 + 6K_y + 6K_y^2)}{-2C_{12} \times (1 + K_y)(1 + 2K_y)} \\ b_{az} = \frac{C_{23} \times (1 + 6K_z + 6K_z^2)}{-2C_{13} \times (1 + K_z)(1 + 2K_z)} \end{cases} \quad (22)$$

至此,误差模型(5)中的待标定系数的表达式如式(20)~式(22)所示。实际标定过程中,通过设定多位置,采集3个加速度计在不同位置的输出,按照式(16)~式(22)的计算过程即可完成对加速度计组合的整体标定,特别实现了模观测法对加速度计二次项系数的标定。

5 实验仿真与误差分析

设置仿真条件:假设如图1所示离心机标称半径为1m, g 为 9.8 m/s^2 , 实验当地纬度为北纬 39° 。

拟选用的加速度计标度因数分别为

$$S_{ax} = 1.29, S_{ay} = 1.21, S_{az} = 1.26$$

加速度计零偏分别为

$$b_{ax} = 0.213g, b_{ay} = 0.256g, b_{az} = 0.516g$$

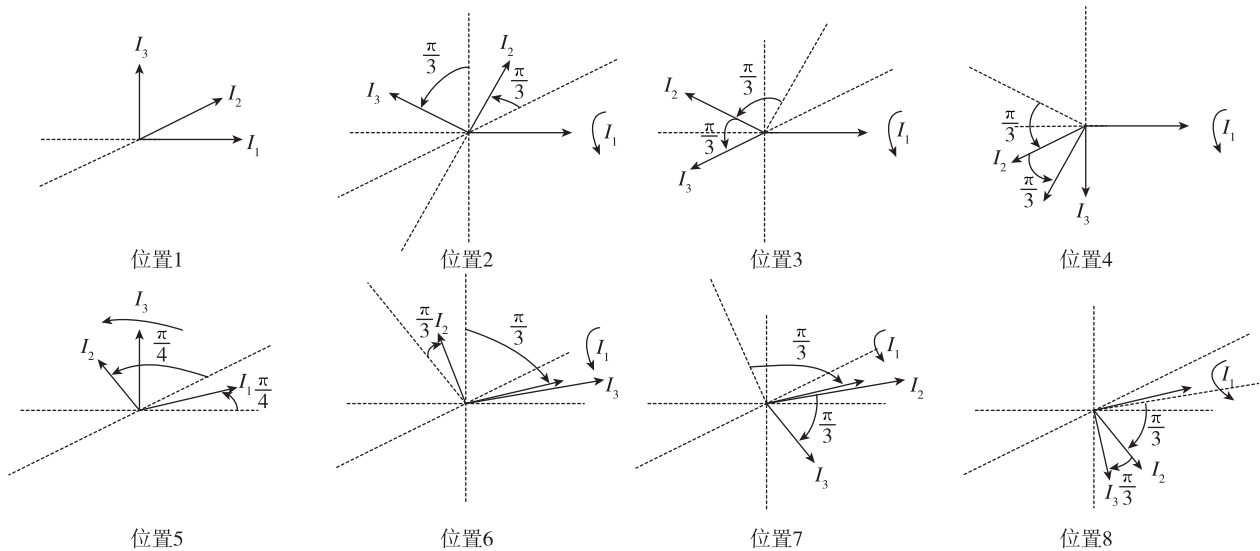
加速度计二次项系数分别为

$$D_{ax} = 0.57 \times 10^{-4} g/g^2, D_{ay} = 0.31 \times 10^{-4} g/g^2,$$

$$D_{az} = 0.45 \times 10^{-4} g/g^2$$

加速度计测量噪声为 10^{-5} V 。采集测试位置数 N 为 60 个,此时 $N > 54$, 故满足要求。加速度计的三轴转向具体示意图如图3所示,仿真过程中各加速度计具体输出如表1所示。

根据式(8)~式(22),在不考虑安装误差角和杆臂误差的情况下,可得出3个加速度计零偏、标度因数以及二次项系数的具体数值。仿真标定结果如表2所示。



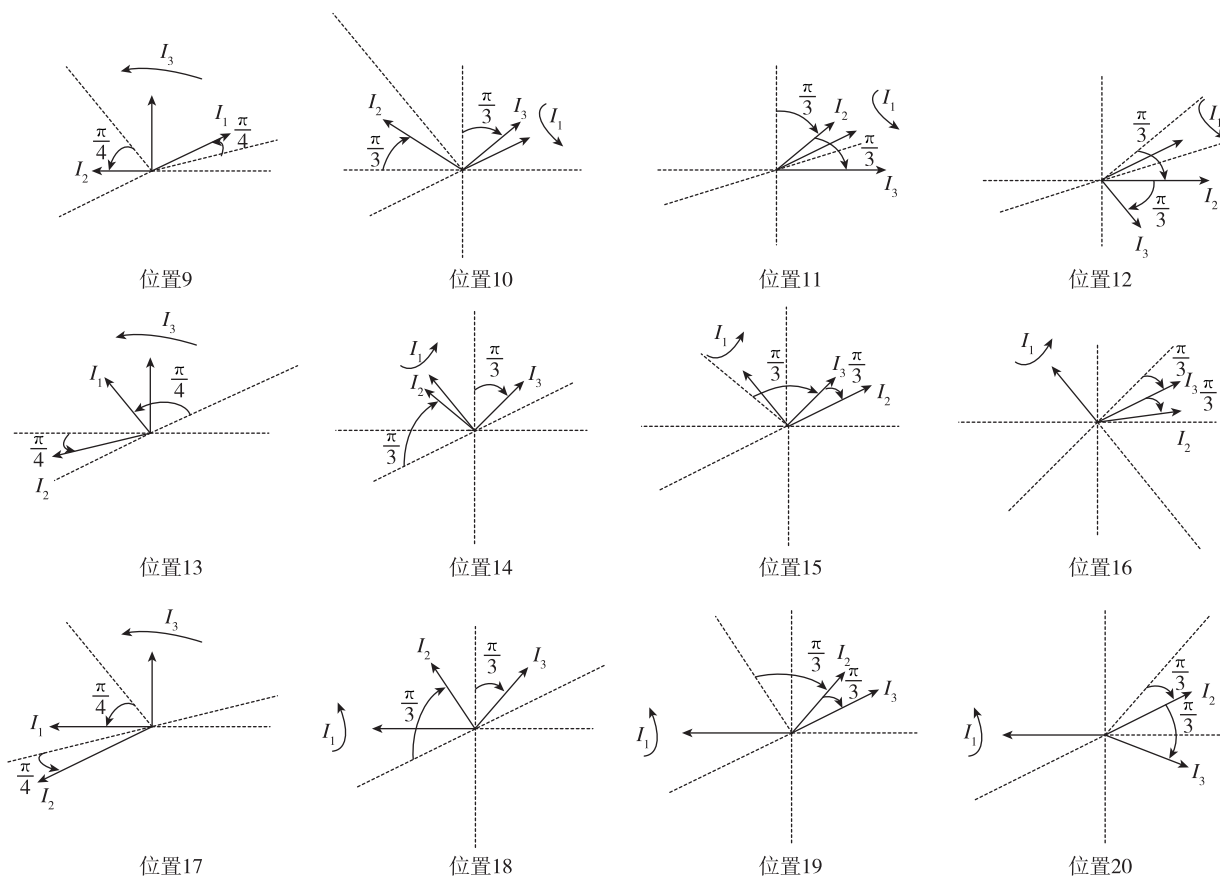


图 3 20 位置下 3 个加速度计的输入轴指向示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the input axis of the three accelerometers at 20 positions

表 1 20 位置下 3 个加速度计不同离心机转速下的实际输出

Tab. 1 Actual output of three accelerometers at different centrifuge speeds at 20 positions

离心机转速 $\omega_1 = 2\pi\text{rad/s}$							
序号	N_{ax}/g	N_{ay}/g	N_{az}/g	序号	N_{ax}/g	N_{ay}/g	N_{az}/g
1	-4.982455	0.256000	0.743943	11	1.330228	-4.617767	1.146014
2	-1.268055	0.256000	-4.508867	12	0.213000	-4.617767	1.776057
3	3.9291072	0.256000	-3.249262	13	3.888182	-3.190400	0.743943
4	5.410842	0.256000	1.776057	14	3.167851	-3.190400	2.994497
5	-3.460989	-3.190400	0.743943	15	0.507097	-3.190400	4.254777
6	0.507097	-3.190400	-3.221779	16	3.460989	-3.190400	1.776057
7	3.167851	-3.190400	-1.962058	17	5.410842	0.256000	0.743943
8	3.888182	-3.190400	1.776057	18	3.929107	0.256000	4.282275
9	0.213000	-4.617767	0.743943	19	1.268055	0.256000	5.542671
10	1.330228	-4.617767	0.113986	20	4.982455	0.256000	1.776057
离心机转速 $\omega_2 = 4\pi\text{rad/s}$							
1	-20.554503	0.256000	0.743943	11	1.330228	-19.231765	1.146014
2	-9.059323	0.256000	-17.685228	12	0.213000	-19.231765	1.776057
3	11.729325	0.256000	-16.426810	13	14.920888	-13.525948	0.743943
4	21.018687	0.256000	1.776057	14	8.682511	-13.525948	12.324087
5	-14.475796	-13.525948	0.743943	15	-6.017282	-13.525948	13.585206

续表

离心机转速 $\omega_2 = 4\pi\text{rad/s}$							
序号	N_{ax}/g	N_{ay}/g	N_{az}/g	序号	N_{ax}/g	N_{ay}/g	N_{az}/g
6	-6.017282	-13.525948	-12.541017	16	-14.475796	-13.525948	1.776057
7	8.682511	-13.525948	-11.282136	17	21.018687	0.256000	0.743943
8	14.920888	-13.525948	1.776057	18	11.729325	0.256000	17.479339
9	0.213000	-19.231765	0.743943	19	-9.059323	0.256000	18.740922
10	1.330228	-19.231765	0.113986	20	-20.554503	0.256000	1.776057
离心机转速 $\omega_3 = 6\pi\text{rad/s}$							
序号	N_{ax}/g	N_{ay}/g	N_{az}/g	序号	N_{ax}/g	N_{ay}/g	N_{az}/g
1	-46.460186	0.256000	0.743943	11	1.330228	-43.564078	1.146014
2	-22.032837	0.256000	-39.618226	12	0.213000	-43.564078	1.776057
3	24.741620	0.256000	-38.361787	13	33.332597	-30.739686	0.743943
4	47.079493	0.256000	1.776057	14	17.879577	-30.739686	27.887205
5	-32.809944	-30.739686	0.743943	15	-15.194958	-30.739686	29.149723
6	-15.194958	-30.739686	-28.059279	16	-32.809944	-30.739686	1.776057
7	17.879577	-30.739686	-26.801797	17	47.079493	0.256000	0.743943
8	33.332597	-30.739686	1.776057	18	24.741620	0.256000	39.502051
9	0.213000	-43.564078	0.743943	19	-22.032837	0.256000	40.765611
10	1.330228	-43.564078	0.113986	20	-46.460186	0.256000	1.776057

表 2 仿真标定结果(不考虑安装误差与杆臂误差)
Tab. 2 Simulation of calibration results (without installation error and rod arm error)

标定结果	真实值	标定值
$D_{ax}/(g/g^2)$	5.7×10^{-5}	5.700684×10^{-5}
$D_{ay}/(g/g^2)$	3.1×10^{-5}	3.100221×10^{-5}
$D_{az}/(g/g^2)$	4.5×10^{-5}	4.500459×10^{-5}
S_{ax}	1.29	1.28999
S_{ay}	1.21	1.21001
S_{az}	1.26	1.25996
b_{ax}/g	0.213	0.212999
b_{ay}/g	0.256	0.256004
b_{az}/g	0.516	0.515972

1) 考虑安装误差角

将式(9)代入式(10)~式(12)中,可得带误差项且校正过的输入比力表达式,如式(23)所示

$$\begin{cases} f_x^b = -(\Delta_1 + \epsilon_1) - D_{ax}(\Delta_1 + \epsilon_1)^2 \\ \quad = -(1 + 2D_{ax}\epsilon_1)\Delta_1 - D_{ax}\Delta_1^2 - \epsilon_1 \\ f_y^b = -(\Delta_2 + \epsilon_2) - D_{ay}(\Delta_2 + \epsilon_2)^2 \\ \quad = -(1 + 2D_{ay}\epsilon_2)\Delta_2 - D_{ay}\Delta_2^2 - \epsilon_2 \\ f_z^b = -(\Delta_3 + \epsilon_3) - D_{az}(\Delta_3 + \epsilon_3)^2 \\ \quad = -(1 + 2D_{az}\epsilon_3)\Delta_3 - D_{az}\Delta_3^2 - \epsilon_3 \end{cases} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \gamma_{xz}^a S_{ay}^{-1}(N_{ay} - b_{ay}) - \gamma_{xy}^a S_{az}^{-1}(N_{az} - b_{az}) \\ \epsilon_2 &= \gamma_{yx}^a S_{az}^{-1}(N_{az} - b_{az}) - \gamma_{yz}^a S_{ax}^{-1}(N_{ax} - b_{ax}) \\ \epsilon_3 &= \gamma_{zy}^a S_{ax}^{-1}(N_{ax} - b_{ax}) - \gamma_{zx}^a S_{ay}^{-1}(N_{ay} - b_{ay}) \end{aligned}$$

由此可知,安装误差角主要影响式(14)中的 C_{11} 、 C_{12} 和 C_{13} 项,而应用式(17)~式(22)计算各误差模型系数时对各系数标定结果均有影响。设3个加速度计安装误差角的变化范围从 $2 \times 10^{-4} \text{rad}$ ~ $10 \times 10^{-4} \text{rad}$,计算安装误差角对标度因数、二次项系数以及零偏的影响,如图4所示。

由图4中可知,随着安装误差角的增大,其对所有误差模型系数标定精度的影响也随之增大。其中,误差角的存在对3个加速度计标度因数影响最大,对零偏的影响次之,对二次项系数的影响最小。从影响大小的角度分析,安装误差角的影响远小于误差模型系数的精度要求。因此,实际标定过程中,可以忽略安装误差角对误差模型系数标定精度的影响。

2) 考虑杆臂误差

从图2中可以看出,由于3个加速度计的安装位置不同,使得离心机的旋转半径不同。加速度计B、C和加速度计A敏感的输入比力会存在一定的误差,即会影响 \tilde{A}^2 的大小。设杆臂误差数值为 $2 \times 10^{-2} \text{m}$,应用式(17)~式(22)计算杆臂误差对标度因数、二次项系数以及零偏的影响,如表3所示。

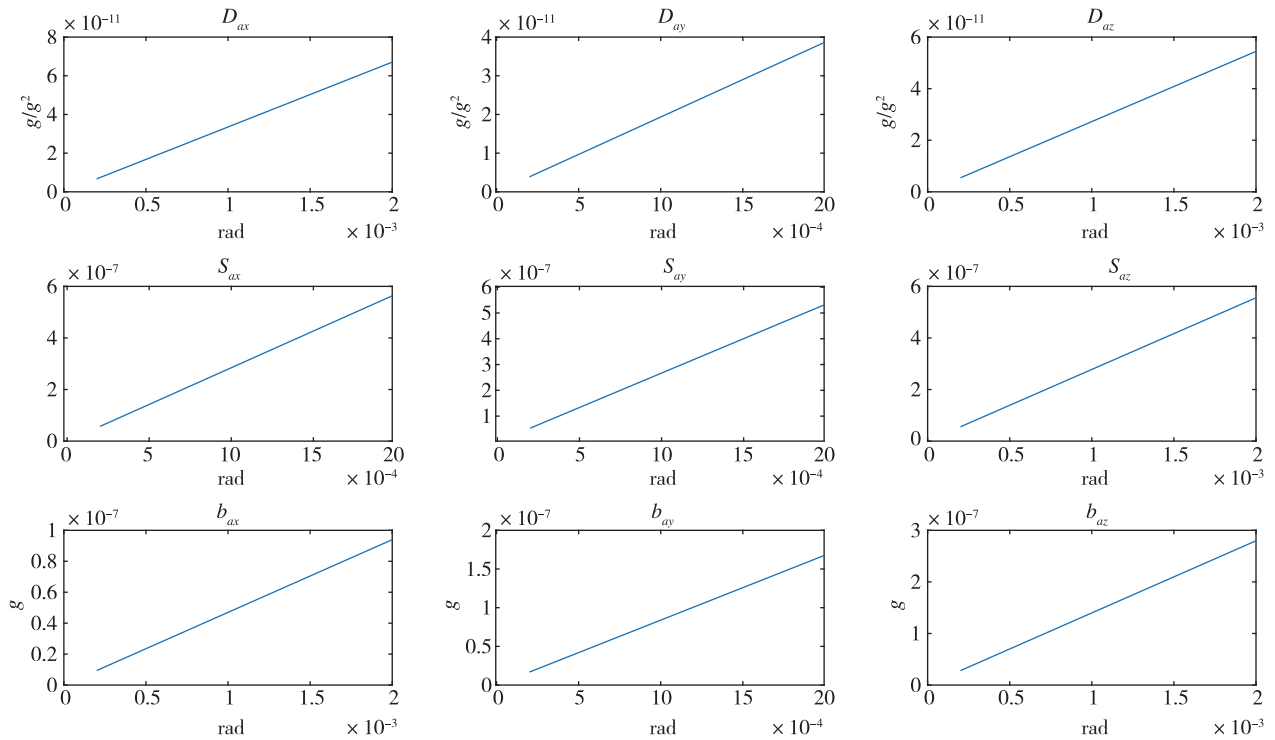


图 4 安装误差角对于二次项系数、标度因数和零偏的影响

Fig. 4 The influence of installation misalignment on quadratic term coefficient, scale factor and bias

表 3 杆臂误差对误差模型系数的影响

Tab. 3 The influence of rod arm error on the coefficients of the error model

标定结果	误差值
$D_{ax}/(g/g^2)$	8.117×10^{-11}
$D_{ay}/(g/g^2)$	2.289×10^{-13}
$D_{az}/(g/g^2)$	1.863×10^{-13}
S_{ax}	2.073×10^{-10}
S_{ay}	3.795×10^{-11}
S_{az}	3.191×10^{-10}
b_{ax}/g	5.012×10^{-8}
b_{ay}/g	7.918×10^{-10}
b_{az}/g	4.682×10^{-10}

由表 3 可知,在标定误差系数时,杆臂误差对 3 个加速度计的零偏系数、标度因数和二次项系数都会产生一定的影响。其中,对加速度计 A 的误差模型系数影响相对较大。从影响大小的角度分析,杆臂误差的影响远小于误差模型系数的精度要求。

综上,安装误差角与杆臂误差对加速度计误差模型系数标定的影响很小,实际标定过程中可以忽略。

6 结论

采用模观测法的标定思想,以精密离心机作为标定设备,实现了对加速度计组合的整体标定,重点实现了对加速度计二次项系数的标定,通过仿真验证了该方法的有效性。其创新性在于:

1)应用 Tylor 级数对加速度模型的解进行多项式展开,并利用最小二乘法实现了模观测对非线性系数的标定,给出了加速度计的二次项系数、标度因数以及零偏的计算公式。

2)设计了 20 位置法标定加速度计组合误差模型系数,通过仿真验证了该方法的有效性。

3)分析了安装误差角和杆臂误差对误差模型系数的影响,仿真验证了安装误差角和杆臂误差对误差模型系数标定的影响很小,实际标定过程中可以忽略。

参考文献

[1] 董春梅, 陈希军, 任顺清. 捷联惯导系统的一种系统级标定方法[J]. 导航定位与授时, 2016, 3(4): 74-80.
Dong Chunmei, Chen Xijun, Ren Shunqing. Systematic calibration method for strapdown inertial navigation system[J]. Navigation Positioning and Timing, 2016, 3

- (4): 74-80(in Chinese).
- [2] Sun C, Ren S Q, Wang C H. Revised error calibration model of linear accelerometer on precision centrifuge[J]. Review of Scientific Instruments, 2019, 90(8): 085002.
- [3] Ren S Q, Liu Q B, Zeng M, et al. Calibration method of accelerometer's high order error model coefficients on precision centrifuge[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019 (99): 1-10.
- [4] 董春梅, 任顺清, 陈希军, 等. 一种激光陀螺捷联惯性导航系统级标定方法[J]. 兵工学报, 2019, 40(8): 1618-1626.
Dong Chunmei, Ren Shunqing, Chen Xijun, et al. A system-level calibration method for laser gyro SINS [J]. Acta Armamentarii, 2019, 40(8): 1618-1626(in Chinese).
- [5] Lötters J C, Schipper J, Veltink P H, et al. Procedure for in-use calibration of triaxial accelerometers in medical applications[J]. Journal of Applied Behavior Analysis, 1998, 68(1-3): 221-228.
- [6] 董春梅, 任顺清, 陈希军, 等. 激光陀螺捷联惯导系统的模观测标定方法[J]. 红外与激光工程, 2018, 47(9): 277-285.
Dong Chunmei, Ren Shunqing, Chen Xijun, et al. Calibration method for the laser gyro strapdown inertial navigation system based on norm-observation[J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47(9): 277-285(in Chinese).
- [7] 戴邵武, 王克红, 戴洪德. 一种基于模观测的MIMU标定新方法[J]. 自动化与仪器仪表, 2014(11): 102-106.
Dai Shaowu, Wang Kehong, Dai Hongde. A new calibration method for MIMU based on norm observation principle[J]. Automation & Instrumentation, 2014(11): 102-106(in Chinese).
- [8] 王世明, 王翌, 伊国兴, 等. 精密离心机的惯性组合加速度计的参数标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(2): 264-270.
Wang Shiming, Wang Yi, Yi Guoxing, et al. Calibration of accelerometers fixed in SINS on precision centrifuge[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(2): 264-270(in Chinese).
- [9] 张红良. 陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统误差参数估计方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
Zhang Hongliang. Research on error parameter estimation method of land high precision laser gyro strapdown inertial navigation system[D]. Changsha: National University of Defense Science and Technology, 2010(in Chinese).
- [10] 孙闯, 任顺清, 王振桓. 加速度计在精密离心机上的标定方法与误差分析[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(1): 121-128.
Sun Chuang, Ren Shunqing, Wang Zhenhuan. Calibration method of accelerometer on precision centrifuge and its error analysis[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019, 27(1): 121-128(in Chinese).
- [11] 于海龙, 吕信明, 汤建勋, 等. 激光捷联惯导系统高阶误差模型的建立与分析[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(9): 2375-2379.
Yu Hailong, Lyu Xinming, Tang Jianxun, et al. Establishment and analysis of high-order error model of laser gyro SINS[J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(9): 2375-2379(in Chinese).
- [12] 邹泽兰, 徐祥, 徐同旭, 等. 一种基于改进型自适应遗传算法的MEMS三轴加速度计标定方法[J]. 传感技术学报, 2020, 33(10): 1450-1456.
Zou Zelan, Xu Xiang, Xu Tongxu, et al. An improved adaptive genetic algorithm for MEMS triaxial accelerometer calibration method[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2020, 33(10): 1450-1456(in Chinese).
- [13] Cui X, Liu C, Shi G, et al. A new calibration method for MEMS accelerometers with genetic algorithm[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Real-Time Computing and Robotics, 2017: 240-245.
- [14] Frosio I, Pedersini F, Borghese A. Autocalibration of triaxial MEMS accelerometers with automatic sensor model selection[J]. IEEE Sensors Journal, 2012, 12(6): 2100-2108.
- [15] 王从徐. 基于泰勒级数展开及其应用探讨[J]. 红河学院学报, 2021, 19(2): 154-156.
Wang Congxu. Discussion based on Taylor series expansion and its application[J]. Journal of Honghe University, 2021, 19(2): 154-156(in Chinese).
- [16] 任顺清, 赵洪波, 程源, 等. 递推最小二乘法在角位置误差检定中的应用[J]. 计测技术, 2009, 29(5): 8-11+16.
Ren Shunqing, Zhao Hongbo, Cheng Yuan, et al. Application of recursive least square method in angle position error verification[J]. Measurement Techniques, 2009, 29(5): 8-11+16(in Chinese).

(编辑:孟彬)