

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2021.06.020

静电负刚度谐振式加速度计的非线性振动特性研究

吴天豪, 张 晶, 苏 岩

(南京理工大学机械工程学院, 南京 210096)

摘 要: 为了进一步探究微机电系统(MEMS)传感器领域中静电力对非线性振动的影响,以静电负刚度谐振式加速度计(ENSRA)为研究对象进行动力学建模和实验分析。基于哈密顿原理建立了 ENSRA 机电耦合的非线性振动动力学模型,分析了其高阶非线性刚度的来源,并结合实验现象探究了 MEMS 传感器中静电力对器件非线性振动的影响,得到了驱动力与静电力对高阶非线性刚度的一般关系。经过开环扫频实验表明,当驱动力从 100mV 降低到 60mV 时,非线性振动优化了 49%,当调谐电压从 10V 降低到 6V 时,非线性振动优化了 44%,输出非线性降低了将近 4 个数量级,器件整体性能大幅提升,有效改善了二阶非线性刚度项导致的谐振器刚度软化和谐振峰的左偏现象。

关键词: 微机电系统; 静电负刚度; 哈密顿原理; 非线性振动

中图分类号: O327 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2021)06-0147-07

Nonlinear Vibration Characteristics of the Electrostatic Negative Stiffness Resonant Accelerometer

WU Tian-hao, ZHANG Jing, SU Yan

(College of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210096, China)

Abstract: In order to further explore the influence of electrostatic force on nonlinear vibration in the field of MEMS sensors, this paper takes the electrostatic negative stiffness resonant accelerometer (ENSRA) as the research object to carry out dynamic modeling and experimental analysis. Based on Hamilton principle, the electro-mechanical coupling nonlinear vibration dynamic model of ENSRA is established, and the source of its high-order nonlinear stiffness is analyzed. Combined with experimental phenomena, the influence of electrostatic force on the nonlinear vibration of MEMS sensor is explored, and the general relationship between driving force and electrostatic force on the high-order nonlinear stiffness is obtained. The open-loop frequency sweep experiment shows that when the driving force is reduced from 100mV to 60mV, the nonlinear vibration is optimized by 49%, and when the tuning voltage is reduced from 10V to 6V, the nonlinear vibration is optimized by 44%. The output nonlinearity is reduced by nearly four orders of magnitude, and the overall performance of the device is greatly improved, effectively improving the stiffness softening of the resonator and the left deviation of the resonant peak caused by the second-order nonlinear stiffness term.

Key words: MEMS; Electrostatic negative stiffness; Hamilton principle; Nonlinear vibration

收稿日期: 2021-06-01; **修订日期:** 2021-07-16

基金项目: 江苏省自然科学基金(青年基金)(BK20190417); 南京理工大学自主科研专项(30920021110); 机械工程学院青年人才助推计划项目(309201B8805)

作者简介: 吴天豪(1996-), 男, 博士研究生, 主要从事 MEMS 惯性器件方面的研究。

通信作者: 苏岩(1967-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事 MEMS 惯性器件方面的研究。

0 引言

20世纪70年代, Roylance 研究团队发表了有关微加速度计的文章。时至今日, 微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)加速度计已经发展了近半个世纪。随着应用范围的拓宽, MEMS 加速度计也从最早的军事、航空航天领域^[1-3], 慢慢延伸到了电子器件、定位导航和医疗设备等领域^[4-5]。其中基于静电负刚度敏感原理的静电负刚度谐振式加速度计(Electrostatic Negative Stiffness Resonant Accelerometer, ENSRA)受到广泛关注。由于其本质为频率调制的电容式 MEMS 加速度计, 使得 ENSRA 一方面避免了电容式 MEMS 加速度计因电路噪声导致零偏稳定性较差的问题, 另一方面也规避了振梁式 MEMS 加速度计受残余应力影响而产生谐振频率误差的问题。在目前已报道的静电负刚度加速度计中, 首尔大学研究团队在 2004 年报道了一种面内静电负刚度加速度计, 灵敏度为 $128\text{Hz}/g$, 相对灵敏度为 5470×10^{-6} ^[6]; 并在 2005 年报道了一种面外静电负刚度加速度计, 灵敏度为 $70\text{Hz}/g$, 相对灵敏度为 5833×10^{-6} ^[7]。2013 年, 美国加利福尼亚大学欧文分校 A. M. Shkel 团队报道了一种灵敏度为 $4.4\text{Hz}/g$ 的加速度计, 实现了大于 3×10^5 的品质因数和 $6\mu g$ 的零偏稳定性^[8]。除此之外, 中国的清华大学、东南大学和南京理工大学等研究团队也在此方向做了相关研究^[9-10]。随着应用领域的不断拓宽, 对于 MEMS 加速度计性能的要求日益提高, 研究者们往往通过加入静电力来软化机械刚度, 从而提高灵敏度等关键指标^[11-12]。但是随着静电力的增大和器件灵敏度的提高, 非线性振动效应却愈加明显, 反而制约着整体性能的进一步提升。

本文以 ENSRA 作为研究对象, 探究机电耦合下敏感结构的动力学振动模型, 分析了高阶非线性刚度的产生原理, 并结合实验结果探讨了静电力与非线性振动的一般关系, 最终给出了优化方案。

1 ENSRA 非线性振动模型

1.1 静电负刚度的形成及动力学原理

基于静电负刚度调谐的谐振式加速度计其本质是频率检测的电容式 MEMS 加速度计, 利用平板电容产生的静电力作用在敏感结构的质量块上而产生等效负刚度的原理来改变振动的谐振频率。不仅如此, ENSRA 非线性振动的本质也是平板电容产生的静电力导致的, 所以讨论静电负刚度的原

理及其应用到 ENSRA 中的影响是至关重要的。

本文研究的基于 ENSRA 的敏感结构由上、下 2 个谐振器组成, 如图 1^[10] 所示。

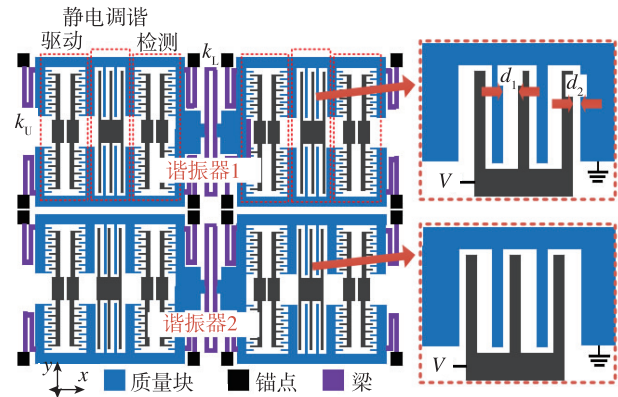


图 1 ENSRA 敏感结构结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ENSRA sensitive structure

每个质量块由 4 个 U 型梁和锚点相连接, 同一个谐振器的 2 个质量块由 4 个 L 型梁相连。每一个质量块内部分为三部分, 分别是差分梳齿驱动电容、静电调谐的变间距平板电容和差分梳齿检测电容, 质量块中间黑色部分为固定极板。静电调谐的变间距平板电容中, 大间距为 d_1 , 小间距为 d_2 , 上下 2 个谐振器平板电容所放置的位置相反。也就是说, 当外界输入加速度时, 整个敏感结构的质量块向一个方向移动, 但是一个谐振器的平板电容极板间距变大, 另一个极板间距变小, 使得上下 2 个谐振器的谐振频率一个变大一个变小, 最后通过频差计算较精确的谐振频率。

在 ENSRA 工作时, 敏感结构中差分梳齿驱动电容决定了每个谐振器的工作模态, 分别有同向工作模态和反向工作模态, 图 2 所示为一个谐振器在 ANSYS 下的模态仿真。其中, 反向工作模态是运行模态, 当外界输入加速度时, 每个谐振器的 2 个质量块沿中线镜像反方向振动, 在此工作模态下, 通过电路设计达到谐振频率下的稳定状态; 同向工作模态为检测模态, 当敏感结构稳定时, 改变差分梳齿驱动电容的电压, 使得 2 个质量块同向振动, 再由差分梳齿检测电容检测谐振器的谐振频率。

1.2 非线性模型的推导

本文研究的是运行模态下的非线性振动问题, 因此对该加速度计在反向工作模态下的敏感结构进行理论分析与仿真验证。由于上下谐振器不同的谐振频率变化对非线性的研究没有影响, 因此选

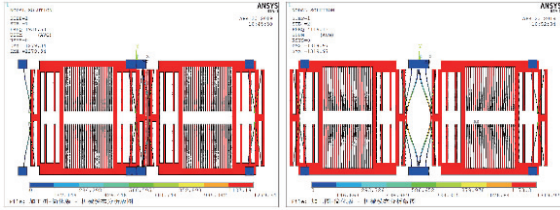


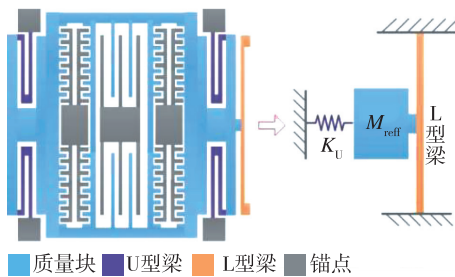
图 2 ANSYS 下的同向工作模式和反向工作模式仿真
Fig. 2 Simulation of the same and reverse working modes under ANSYS

取敏感结构的一个谐振器作为研究对象。

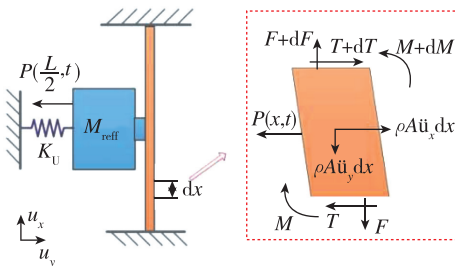
在反向工作模式中, 2 个质量块在每一时刻的移动位移相反, 在连接 L 型梁的对称面保持静止, 使得整个谐振器的谐振频率和其中单个质量块的谐振频率相同, 等效质量是单个质量块的 2 倍, 等效刚度也是单个质量块的 2 倍。因此, 对于非线性模型的建立, 选取其中二分之一谐振器作为研究对象。

1.2.1 谐振器等效模型受力分析

以单个谐振器的二分之一为研究对象, 由于质量块本身变形非常小近似刚体, 一端由 4 个 U 型梁并联成等效刚度为 K_U 的弹性约束, 另一端与 2 个 L 型梁相连。在反向工作模式中, L 型梁可近似看成一端固定, 另一端与质量块相连, 因此可等效成一个谐振梁, 如图 3(a) 所示。当敏感结构处于工作模式时, 质量块受到变间距平板电容的静电力, 可建立修正后的谐振梁力学模型, 如图 3(b) 所示。



(a) ENSRA 单个谐振器等效力学模型图



(b) ENSRA 单个谐振器受力分析图

图 3 谐振梁的等效力学模型及受力图

Fig. 3 Equivalent mechanical model and stress diagram of resonant beam

根据图 3 所示, 作如下定义:

1) 敏感结构的材料密度为 ρ , 厚度为 b , 谐振梁长度为 L , 宽度为 h , 横截面积为 $A = bh$, 面内弯曲的惯性矩为 $I = bh^3/12$;

2) 变间距平板电容的静电力为 $P(x, t)$, 其中 $P(x, t)|_{x=L/2} = 0$;

3) 谐振梁振动的轴向位移为 $u_x(x, t)$, 横向位移为 $u_y(x, t)$;

4) 任取一微段 dx , 其受到轴向力 $F(x, t)$ 、剪切力 $T(x, t)$ 和弯矩 $M(x, t)$ 。

由此可见, 分析谐振器受力的关键在于静电力 P 、轴向力 F 、剪切力 T 和弯矩 M 。

首先讨论 L 型梁的轴向力、剪切力和弯矩, 设 L 型谐振梁在上述作用下的弯曲应变为 γ , 则可得

$$\gamma = \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \frac{M(x, t)}{EI} \quad (1)$$

同理可设 L 型谐振梁的轴向应变为 η , 可得

$$\eta = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 = \frac{F(x, t)}{EA} \quad (2)$$

通过化简式(1)和式(2), 可求解 L 型谐振梁所受的弯矩和轴向力为

$$M(x, t) = EI \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (3)$$

$$F(x, t) = EA \left[\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (4)$$

根据 L 型谐振梁的振动特性, 可以将轴向力 $F(x, t)$ 视作仅与时间有关的函数而忽略随空间的变化, 即 $F(x, t) = F(t)$ 。将式(4)从 0 到 L 积分, 并且添加边界条件 $u_x(0, t) = u_x(L, t) = 0$, 则可得到

$$F(t) = \frac{EA}{L} \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 dx \quad (5)$$

1.2.2 变间距平板电容静电力 P 求解

如图 1 所示, 对其中谐振器的二分之一进行计算, 静电调谐的平板电容采用变间距电容检测方式, 其电容可以表示为

$$C_e = \epsilon b N_e l_e \left[\frac{1}{(d_1 + x)} + \frac{1}{(d_2 - x)} \right] \quad (6)$$

式中, ϵ 为真空介电常数; b 为变间距平板电容宽度即敏感结构厚度; N_e 为变间距平板电容个数; l_e 为变间距平板电容两极板重合面长度; d_1 为变间距平板电容大间距, d_2 为变间距平板电容小间距; x 为变间距平板电容移动极板位移即敏感结构位移。

可得变间距平板电容产生的静电力为

$$P = \frac{1}{2} \frac{\partial C_e}{\partial x} V^2$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon b N_e l_e V^2 \left[\frac{1}{(d_2 - x)^2} - \frac{1}{(d_1 + x)^2} \right] \quad (7)$$

式中, V 为两极板之间的电压差。

式(7)在图3中,其移动极板位移可表示为

$$x = u_y \left(\frac{L}{2}, t \right) \quad (8)$$

则有

$$P = G_e \left[\frac{1}{\left(d_2 - u_y \left(\frac{L}{2}, t \right) \right)^2} - \frac{1}{\left(d_1 + u_y \left(\frac{L}{2}, t \right) \right)^2} \right] \quad (9)$$

其中, $G_e = \frac{1}{2} \epsilon b N_e l_e V^2$ 。对其进行泰勒展开并省略高阶项可得

$$P = G_e \left[\left(\frac{1}{d_2^2} - \frac{1}{d_1^2} \right) + \left(\frac{2}{d_2^3} + \frac{2}{d_1^3} \right) u_y \left(\frac{L}{2}, t \right) + \left(\frac{3}{d_2^4} - \frac{3}{d_1^4} \right) u_y^2 \left(\frac{L}{2}, t \right) + \left(\frac{2}{d_2^5} + \frac{2}{d_1^5} \right) u_y^3 \left(\frac{L}{2}, t \right) \right] \quad (10)$$

1.2.3 机电耦合的非线性动力学方程

哈密顿原理(Hamilton Principle)又称最小作用原理,通常用来建立连续质量分布和连续刚度分布系统(弹性系统)的动力学模型。设系统动能为 K_T ,系统势能为 U ,系统所耗散的能量为 W_c ,则有耗散系统的广义哈密顿原理可表示为

$$H(t) = \int_0^t (K_T - U + W_c) dt \quad (11)$$

根据1.2.1节分析的该敏感结构中L型谐振梁单自由度振动的力学模型可得,该系统的动能为

$$K_T = K_{L\text{梁}} + K_M \\ = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{du_y}{dt} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_{\text{reff}} \left[\frac{du_y}{dt} \left(\frac{L}{2}, t \right) \right]^2 \quad (12)$$

系统势能包括L型谐振梁的轴向应变能、弯曲应变能、U型梁弹性势能和变间距平板电容产生的静电势能,结合式(3)与式(5),可推导L型谐振梁的势能为

$$U = U_{\text{bend}} + U_{\text{axial}} + U_K + U_e \\ = \frac{1}{2} \int_0^L EI \gamma^2 dx + \int_0^L F(t) d\Delta + \frac{1}{2} K_U u_y^2 \left(\frac{L}{2}, t \right) \times \\ 4 + \int_0^{u_y} -P dy \\ = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L F(t) \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 dx + \\ 2K_U u_y^2 \left(\frac{L}{2}, t \right) - G_e \left[\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) - \frac{1}{d_2 - u_y \left(\frac{L}{2}, t \right)} + \right. \\ \left. \frac{1}{d_1 + u_y \left(\frac{L}{2}, t \right)} \right] \quad (13)$$

系统所消耗的能量可以表示为

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\partial u_y \left(\frac{L}{2}, t \right)}{c}} \left[c \frac{\partial u_y \left(\frac{L}{2}, t \right)}{\partial t} \right] du_y \left(\frac{L}{2}, t \right) \quad (14)$$

根据1.2.1节可知,外界对L型谐振梁的力为 $P \left(\frac{L}{2}, t \right)$,仅与时间有关而与空间无关。因此,该梁的单自由度振动的偏微分方程的解 $u_y(x, t)$ 对空间和时间也是分离的,可令

$$u_y(x, t) = \sum_i \Phi_i(x) q_i(t) \quad (15)$$

式中, Φ_i 代表双端固支梁在第 i 阶模式下的振型; q_i 为广义坐标,代表在第 i 阶振动模式下谐振梁随时间变化的位移。

对于本文研究的L型谐振梁,将围绕一阶模式进行研究,其振动模态如图4所示。



图4 双端固支梁一阶模态振型图

Fig. 4 Diagram of double end fixed beam in first-order mode

其对应的振型方程为

$$\Phi_1(x) = C_1 [\cosh \beta_1 x - \cos \beta_1 x + \\ \alpha (\sinh \beta_1 x - \sin \beta_1 x)] \quad (16)$$

式中, C_1 为振型方程式的常系数, $\alpha = \frac{\sinh \beta_1 L + \sin \beta_1 L}{\cosh \beta_1 L - \cos \beta_1 L}$, $\beta_1 L = 4.73$, 令一阶振型中 $\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right) = 1$, 可得: $C_1 = \frac{1}{1.58815}$, 则有下文中与该一阶振型相关的计算结果如表1所示。

表1 双端固支谐振梁一阶模态各项参数计算

Tab. 1 Calculation of first-order modal parameters of double end fixed supported resonant beam

参数表达式	$\int_0^L \Phi_1^2 dx$	$\int_0^L \Phi_1'^2 dx$	$\int_0^L \Phi_1''^2 dx$	$M_{\text{reff}}/\text{kg}$
一阶模态	6.6×10^{-4}	2920	4.2×10^{10}	3×10^{-7}

将上述能量式代入有耗散系统的广义哈密顿原理方程中,通过变分的方式,利用哈密顿原理得到广义拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K_T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial W_c}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (17)$$

将式(15)代入上述能量式进行变量分离,只考虑一阶振型,共同代入式(17),在不考虑驱动力的

情况下,得到 L 型谐振梁横向振动的运动微分方程

$$\left[\rho A \int_0^L \Phi_1^2 dx + M_{\text{reff}} \Phi_1^2 \left(\frac{L}{2} \right) \right] \ddot{q} + c \dot{q} + \left[EI \int_0^L \Phi_1^2 dx + 4K_U \cdot \Phi_1^2 \left(\frac{L}{2} \right) \right] q + \left[\frac{EA}{L} \left(\int_0^L \Phi_1^2 dx \right)^2 \right] q^3 - G_e \left[\frac{\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{\left(d_2 - \Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right) q \right)^2} - \frac{\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{\left(d_1 + \Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right) q \right)^2} \right] = 0 \quad (18)$$

将静电项泰勒展开,并省略高阶项得

$$\left[\rho A \int_0^L \Phi_1^2 dx + M_{\text{reff}} \Phi_1^2 \left(\frac{L}{2} \right) \right] \ddot{q} + c \dot{q} + \left[EI \int_0^L \Phi_1^2 dx + 4K_U \cdot \Phi_1^2 \left(\frac{L}{2} \right) - G_e \left(\frac{2\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{d_2^3} + \frac{2\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{d_1^3} \right) \right] q - G_e \left[\frac{3\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{d_2^4} - \frac{3\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{d_1^4} \right] q^2 + \left[\frac{EA}{L} \left(\int_0^L \Phi_1^2 dx \right)^2 - G_e \left(\frac{2\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{d_2^5} + \frac{2\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right)}{d_1^5} \right) \right] q^3 = G_e \left(\frac{1}{d_2^2} - \frac{1}{d_1^2} \right) \quad (19)$$

由此,可以对 L 型谐振梁建立机电耦合的非线性动力学方程

$$M_{\text{eff}} \ddot{q} + c \dot{q} + K_1 q + K_2 q^2 + K_3 q^3 = C_e \quad (20)$$

代入 $\Phi_1 \left(\frac{L}{2} \right) = 1$ 后,可得

$$M_{\text{eff}} = \rho A \int_0^L \Phi_1^2 dx + M_{\text{reff}} \quad (21)$$

$$K_1 = EI \int_0^L \Phi_1^2 dx + 4K_U - G_e \left(\frac{2}{d_2^3} + \frac{2}{d_1^3} \right) \quad (22)$$

$$K_2 = -G_e \left[\frac{3}{d_2^4} - \frac{3}{d_1^4} \right] \quad (23)$$

$$K_3 = \frac{EA}{L} \left(\int_0^L \Phi_1^2 dx \right)^2 - G_e \left(\frac{2}{d_2^5} + \frac{2}{d_1^5} \right) \quad (24)$$

$$C_e = G_e \left(\frac{1}{d_2^2} - \frac{1}{d_1^2} \right) \quad (25)$$

该机电耦合模型中, K_1 为一阶刚度项,包含机械刚度和静电力产生的静电负刚度; K_2 为二阶刚度项,是由静电力产生的非线性负刚度项; K_3 为三阶刚度项,是由 L 型梁轴向应变与静电力产生的三阶非线性刚度项,其中轴向应变为主要因素占比 95.3%; C_e 为静电力产生的恒力。

由此可见,静电力的引入对于 ENSRA 来说,不仅提供了敏感加速度的静电负刚度,还产生了二阶和三阶的高阶非线性刚度项,对驱动力产生一个直

流偏量,使得整个敏感结构处于非线性振动状态,对后续器件的检测性能产生影响。

前文中涉及的关键结构尺寸如表 2 所示。

表 2 ENSRA 关键结构尺寸

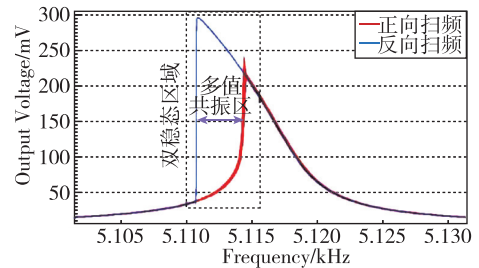
Tab. 2 Key structural dimensions of ENSRA

定义	参数符号	数值	单位
密度	ρ	2330	kg/m ³
结构厚度	b	80	μm
杨氏模量	E	169	GPa
L 型梁长度	L	1413	μm
L 型梁宽度	h	15	μm
平板电容个数	N_e	24	个
极板重合长度	l_e	745	μm
平板电容大间距	d_1	10	μm
平板电容小间距	d_2	6	μm

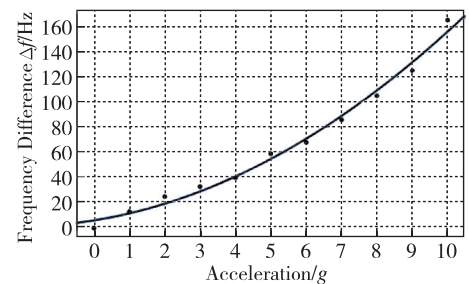
2 实验结果

2.1 静电力对非线性振动的影响

由第 1 节的非线性动力学模型可知,除了 L 型梁轴向应变带来的部分三阶非线性刚度项之外,静电力的引入对结构的非线性振动起着决定性作用。在开环测试下,扫频结果和不同加速度下输出频差的关系如图 5 所示。



(a) ENSRA 单个谐振器正反扫频实验结果



(b) 0~10g 下 ENSRA 差分输出结果

图 5 非线性振动试验现象

Fig. 5 Phenomenon of nonlinear vibration test

一方面,高阶非线性刚度项的引入使得扫频谐振峰发生左偏现象,导致谐振器频率的减小,等效为刚

度软化,在器件处于低阻尼高Q值的情况下,其幅频响应曲线存在双稳态区域,谐振峰发生左偏,导致同一个谐振频率对应多个振幅出现多值共振情况,这种现象可划分出稳态区域和非稳态区域,曲线在峰值会发生跳变现象,对后续闭环电路锁定谐振频率带来困难,从而影响加速度计的正常工作的;另一方面,与梳齿电容不同的是,变间距平板电容改变静电力的本质是两极板间距的变化,这种方式使得平行极板的吸附效应大大增加,因此随着输入加速度的增大,敏感结构内可移动极板向固定极板不断靠近,两极板之间的吸附效应不断上升,使得输入输出存在非线性关系,一定程度上制约了量程的设置。

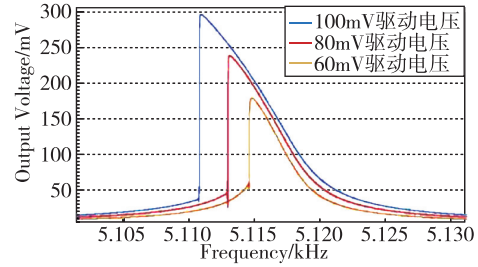
2.2 非线性振动优化方案及实验验证

2.2.1 高阶非线性刚度项优化

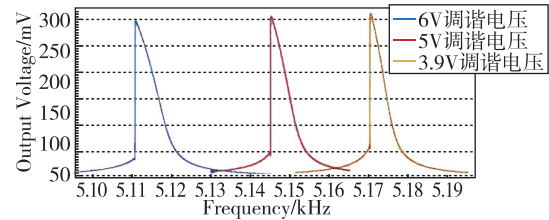
由式(19)可知,影响高阶非线性刚度项 K_2 和 K_3 的关键因素为静电力、L型梁轴向应变和振动幅值,这里将多值共振区大小作为衡量非线性振动程度的指标。驱动电压决定着振动幅值的大小,当驱动力较小,振动幅值 q 与极板间距 d_1 、 d_2 相差1个数量级以上时,在非线性振动方程中高阶项可以近似被省略,所带来的非线性效应相对较小;但当驱动力增大到一定程度时,振动幅值 q 与极板间距 d_1 、 d_2 处于同一个量级,高阶项无法被忽视,非线性效应明显。而静电力的大小影响着高阶非线性刚度项,因此可通过调节驱动电压和调谐电压来一定程度上抑制非线性振动。

如图6(a)所示,随着驱动电压的减小,振动幅值相应减小,使得相较于极板间距来说,振动幅值可以忽略;高阶非线性刚度项影响因子变小,导致双稳态区域减小,多值共振区从3.84Hz降低到1.95Hz,非线性振动优化了49%。因此,通过减小驱动力的优化方案以降低幅值从而缩小多值共振区,达到优化非线性的目的。

图6(b)中,调谐电压的降低表示静电力的减小,导致以静电力为主要影响变量的高阶非线性刚度项 K_2 减小而 K_3 相对增大,整体振动非线性降低,谐振峰左偏程度减小,双稳态区域明显缩小,多值共振区从3.84Hz降低到2.12Hz,非线性振动优化了44%。这一方面证明了调节静电力方案的可行性,从根本上降低了二阶非线性刚度项,使得整体非线性振动效应降低;另一方面可以看出,谐振峰的左偏现象受二阶非线性刚度项的影响,二阶非线性刚度项的减小有效优化了谐振器等效刚度的软化现象。



(a) 不同驱动电压下 ENSRA 扫频结果



(b) 不同调谐电压下 ENSRA 扫频结果

图6 高阶非线性刚度优化实验图

Fig. 6 Experimental diagram of high order nonlinear stiffness optimization

2.2.2 吸附效应优化

平板电容最主要的特性在于当两极板电压差保持不变时,随着两极板间距的变化,其两端的电容也会发生变化,导致产生的静电力发生变化。但是这种变化存在一个临界值,静电力过大会使得敏感结构提前到达临界值。

由式(9)可知,决定变间距平板电容静电力大小的因素有调谐电压、极板间距和极板重合面积。实验通过控制调谐电压大小,改变敏感结构调谐部分产生的静电力,观察输入输出非线性变化情况,如图7所示。通过给变间距平板电容施加不同的调谐电压(6V,5V,3.9V)以改变两极板的电压差,在开环的情况下测试其在0~10g下的输出频差。

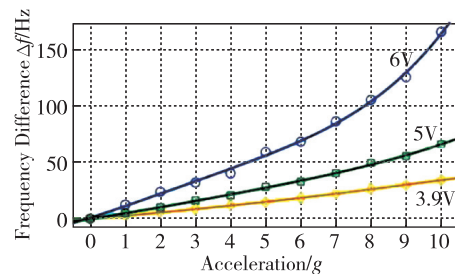


图7 不同调谐电压下的加速度-频差曲线图

Fig. 7 Acceleration frequency difference curves under different tuning voltages

由图7可以清晰直观地看出,随着调谐电压的减小,输出频差与输入加速度的线性度越来越高,当调

谐电压从 6V 降低到 3.9V 时,输出非线性从 3.4×10^6 ppm 降低到 4.95×10^2 ppm,输出非线性优化了将近 4 个数量级,因此验证了调整调谐电压优化方案的可行性。这是由于当调谐电压减小时,两极板的电压差减小,在两极板间距相同的情况下静电力减小,即在相同加速度输入的情况下,调谐电压较小的平板电容可移动极板的位移较小,因此可以通过延长平板电容吸附效应的临界点,使得 ENSRA 的量程增长。

3 结论

本文以 ENSRA 作为研究对象进行动力学建模和实验分析,通过分析其高阶非线性刚度的来源可知,影响非线性效应的主要因素为静电力和驱动力。经过开环扫频实验可得以下结论:

1) 驱动力从 100mV 降低到 60mV,非线性振动优化了 49%,调谐电压从 10V 降低到 6V,非线性振动优化了 44%,输出非线性降低了将近 4 个数量级,器件整体性能大幅提升。

2) 通过调节调谐电压发现,二阶非线性刚度项使得谐振器刚度软化,导致谐振峰的左偏现象,而降低静电力可有效减小二阶非线性刚度项,并改善谐振器刚度软化导致的谐振峰左偏现象。

3) 然而降低驱动和调谐电压不可避免地导致系统灵敏度下降、信噪比降低,对系统的部分性能造成负优化,因此需权衡各项性能指标,找到最优驱动电压和调谐电压值。

本文针对 ENSRA 非线性振动特性的研究,对后续研究静电力在 MEMS 传感器领域的应用以及 ENSRA 非线性效应优化提供了理论指导。

参考文献

- [1] Qu Z, Liu H, Ouyang H, et al. A high-sensitivity optical MEMS accelerometer based on SOI double-side micromachining[C]// Proceedings of 2020 IEEE Sensors. IEEE, 2020: 1-4.
- [2] Mansoorzare H, Todi A, Moradian S, et al. A piezo-capacitive high-frequency resonant accelerometer [C]// Proceedings of 2020 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS). IEEE, 2020: 1-4.
- [3] 肖鹏, 孙国良, 刘林, 等. 大量程闭环 MEMS 加速度计非线性分析与优化法[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(6): 803-808.
Xiao Peng, Sun Guoliang, Liu Lin, et al. Nonlinear analysis and optimization method for large range closed loop MEMS accelerometer[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(6): 803-808(in Chinese).
- [4] 王秋, 刘骅锋, 许强伟, 等. $0.3\text{ng}/\text{Hz}^{\frac{1}{2}}$ 超高灵敏度 MEMS 加速度计研究进展[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28(1): 100-105.
Wang Qiu, Liu Huaifeng, Xu Qiangwei, et al. Research progress of $0.3\text{ng}/\text{Hz}^{\frac{1}{2}}$ ultra high sensitivity MEMS accelerometer[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(1): 100-105(in Chinese).
- [5] 尤政. 智能传感器技术的研究进展及应用展望[J]. 科技导报, 2016, 34(17): 72-78.
You Zheng. Research progress and application prospect of intelligent sensor technology [J]. Science & Technology Review, 2016, 34(17): 72-78(in Chinese).
- [6] Seok S, Kim H, Chun K. An inertial-grade laterally-driven MEMS differential resonant accelerometer[C]// Proceedings of Sensors. IEEE, 2004: 654-657.
- [7] Kim H C, Seok S, Kim I, et al. Inertial-grade out-of-plane and in-plane differential resonant silicon accelerometers (DRXLs)[C]// Proceedings of 13th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems. Digest of Technical Papers, 2005.
- [8] Trusov A A, Zotov S A, Simon B R, et al. Silicon accelerometer with differential frequency modulation and continuous self-calibration [C]// Proceedings of 2013 IEEE 26th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS). Taipei, 2013: 29-32.
- [9] Yang B, Wang X, Dai B, et al. A new Z-axis resonant micro-accelerometer based on electrostatic stiffness[J]. Sensors, 2015, 15(1): 687-702.
- [10] 王雅刚. 静电负刚度频率调制微机电加速度计(EFMA)的研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2019.
Wang Yagang. Research on frequency modulated micro electro mechanical accelerometer with electrostatic negative stiffness[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2019(in Chinese).
- [11] Xiong X, Wang Z, Wang K, et al. Sensitivity enhancement of MEMS resonant accelerometers by using electrostatic spring[C]// Proceedings of 2020 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL). Hiroshima, Japan, 2020: 1-3.
- [12] Xiong X, Zou X, Wang Z, et al. Using electrostatic spring softening effect to enhance sensitivity of MEMS resonant accelerometers[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(5): 5819-5827.

(编辑:孟彬)