

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2022.02.015

地磁定位方法综述

陆一^{1,2}, 魏东岩¹, 纪新春^{1,3}, 袁洪¹

- (1. 中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100094;
2. 中国科学院大学电子电气与通信工程学院, 北京 100049;
3. 西北工业大学电子信息学院, 西安 710114)

摘要:地磁导航具有可用区域广泛、无累积误差、无源和隐蔽性强等优势,是未来定位导航与授时(PNT)体系中潜在的重要导航定位手段之一。地磁导航技术包括磁场信息的测量、地磁基准图的建立和地磁定位方法的设计3个重要内容。本文主要围绕地磁定位方法,调研总结了当前主流的地磁滤波、地磁匹配和磁场同时定位与构图(SLAM)三类方法的原理及技术发展路线,重点分析了不同方法的优缺点、适用场景、时效性、对磁图和传感器的需求,并对地磁定位方法的发展方向进行了展望。

关键词:地磁导航;地磁滤波;地磁匹配;磁场SLAM

中图分类号: P318;V19 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2022)02-0118-13

Review of Geomagnetic Positioning Method

LU Yi^{1,2}, WEI Dong-yan¹, JI Xin-chun^{1,3}, YUAN Hong¹

- (1. Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;
2. School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
3. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710114, China)

Abstract: Geomagnetic navigation has the advantages of wide available area, no accumulation error, passive measurement, good concealment and so on. It is one of the potentially important navigation and positioning methods in the future PNT system. Geomagnetic navigation technology includes three important contents: the measurement of magnetic field information, the establishment of geomagnetic reference map, and the design of geomagnetic positioning method. This paper mainly aims at the geomagnetic positioning method. Three kinds of geomagnetic positioning methods are reviewed, including geomagnetic filtering, geomagnetic matching and magnetic field SLAM, focusing on their principles and development status. Then, the advantages and disadvantages, applicable scenarios, timeliness, requirements for magnetic maps and sensors of the different methods are analyzed. Finally, the development trend of geomagnetic positioning methods is prospected.

Key words: Geomagnetic navigation; Geomagnetic filtering; Geomagnetic matching; Magnetic field SLAM

收稿日期: 2021-12-06; **修订日期:** 2022-02-07

基金项目: 中国科学院空天信息创新研究院重点部署项目(E0Z214010F);国家自然科学基金(91638301);中国科学院战略性先导专项(XDA17020203)

作者简介: 陆一(1992-),女,博士研究生,工程师,主要从事地磁导航、多源融合导航方面的研究。

通信作者: 魏东岩(1985-),男,博士,研究员,主要从事地磁导航、视觉导航、组合导航、导通融合等方面的研究。

0 引言

近年来,随着卫星导航、惯性导航等导航定位技术的不断发展成熟,导航定位应用得到了空前的发展,但由于卫星无线电信号易受干扰和遮蔽阻断、惯性存在累积误差等体制性限制因素,在国内外有关未来定位导航与授时(Positioning, Navigation, and Timing, PNT)体系的研究与报道中,都把多 PNT 手段融合作为其中一个关键的环节^[1]。地磁导航作为一种无长期积累误差、不易被干扰的自主导航方式,在可用性、抗干扰能力、自主性等方面具有天然的优势,被认为是未来 PNT 体系中多手段融合潜在的重要手段之一。例如在美国最新的有关 PNT 的报告中,就将地磁导航技术作为补充全球定位系统的重要 PNT 技术^[2]。

地磁导航技术历史悠久,在中国古代,人们就利用地磁场指北的特性来辨别方向。近年来,世界各国对地磁导航技术的研究不断深入,各类研究覆盖了航空、航天、水下、地面、地下等多种场景。在航天应用中,美国康奈尔大学利用磁矢量信息和星敏感器信息对低轨道卫星进行轨道确定,仿真结果位置精度在 200m 的数量级上^[3];在航空、水下和地面场景下,美国国家航空航天局公布的结果显示,纯地磁导航性能在地面和空中的定位精度优于 30m(CEP),水下优于 500m(CEP)^[4];在室内导航领域,芬兰的 IndoorAtlas 公司使用磁场进行定位,导航精度可达 0.1~2m^[5];在地下,奥卢大学在芬兰中部距离地表 1400m 的矿井中使用地磁导航,实现了 1.5m 的定位精度^[6]。

纵观各类不同场景下的地磁导航方案,其基本原理均可由图 1 阐述。地磁导航利用磁场这一地球固有资源,结合其他手段或信息,通过与事先建立或实时生成的地磁基准图进行比对,采用相应的地磁定位方法得到载体所需的位置结果。

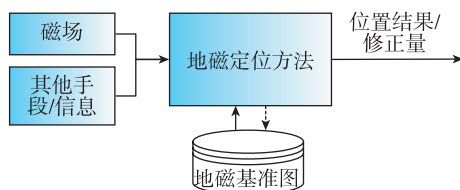


图 1 地磁导航基本原理

Fig. 1 The basic principle of geomagnetic navigation

具体来看,地磁导航共涉及 3 个关键环节,分别

是:磁场信息的测量、地磁基准图的建立和地磁定位方法的设计。其中,迅速准确获取磁场信息是地磁导航的前提条件,足够精确的地磁基准图可以为定位提供基准,而地磁定位方法作为输出位置结果的最终阶段,需要整合测量到的磁场信息和地磁基准图中的特征,是实现地磁导航的核心技术,直接影响导航的最终定位精度和导航效率。本文针对地磁导航中的最后一个环节——地磁定位方法,进行着重调研和分析,进而比较各算法的异同,最后,给出作者对未来发展方向的思考。

1 地磁定位方法

本文依据对地磁基准图的需求以及定位机理,将地磁定位方法分为三大类:地磁滤波、地磁匹配和磁场同时定位与构图(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM),每一类中又细分为若干方法,具体如图 2 所示。

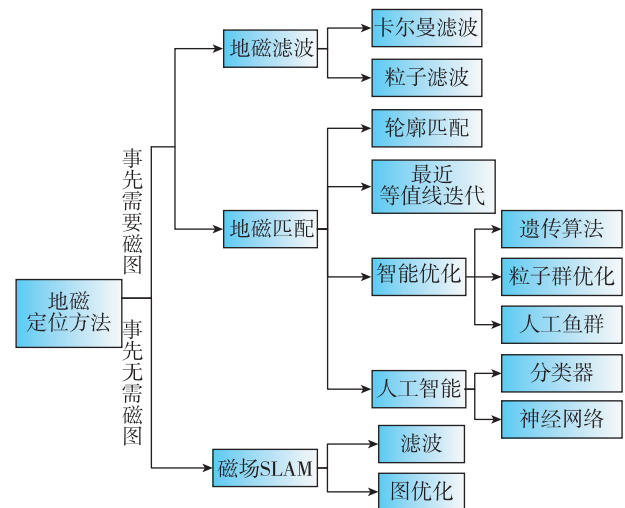


图 2 地磁定位方法分类

Fig. 2 Classification of geomagnetic positioning methods

首先,地磁滤波和地磁匹配都需要事先建立磁图,而磁场 SLAM 是在定位的过程中逐步构建并优化磁场图。其次,就定位机理而言,地磁滤波是将磁场与其他定位手段/信息融合滤波,得到位置或位置修正量;地磁匹配是在其他手段/信息的辅助下,通过匹配的方式确定载体的位置。

需要说明的是,各地磁定位方法可用的磁场信息包括三轴、水平和总磁场强度以及磁偏角、磁倾角等,综合考虑上述测量量长期变化的稳定性、受短期变化的影响、与地理位置的相关程度等,结合现有测量设备的性能指标等因素,通常选取磁场总强度和三轴磁

场强度分量作为地磁匹配的特征量^[7]。

接下来,本节将重点介绍各算法的原理,并总结它们的技术发展路线。

1.1 地磁滤波

地磁滤波是基于惯性导航等系统提供的信息,在对自身状态进行推算的同时,采用滤波的方式建立实测磁场与系统状态之间的数学模型,得到系统的修正信息,从而抑制系统误差随时间发散。目前,常见的滤波方式包括卡尔曼滤波和粒子滤波。

典型的以卡尔曼滤波为核心的地磁匹配定位系统是桑迪亚惯性地磁辅助导航(Sandia Inertial Magnetic Aided Navigation, SIMAN),它借鉴了20世纪70年代中期由美国Sandia实验室提出的桑迪亚惯性地形辅助导航系统原理,其系统构成如图3所示^[8]。

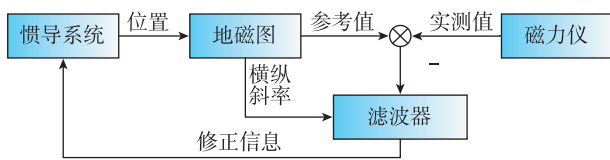


图3 SIMAN系统原理图

Fig. 3 Schematic diagram of the SIMAN system

文献[9]中介绍的SIMAN系统选取位置和速度误差作为状态向量,建立状态预测和观测方程,经过滤波即可得到位置修正量。经验证,SIMAN在精度、稳定性和实时性方面具有一定优势,但从其原理可以看出,它需要对磁场进行线性化处理。因此,线性化的优劣就成为了制约SIMAN算法的关键因素,对于强非线性的磁场,线性化将带来较大误差,导致滤波发散。所以,目前对SIMAN系统的改进主要集中在解决磁场的线性化问题上,如文献[10]对滤波方式进行扩展,设计了基于无迹卡尔曼滤波的惯性/地磁紧组合导航系统,从而使结果更精确且计算时间更短;文献[11]使用地磁匹配的方法对系统进行初始化,以选取到准确的线性化区域中心和大小,该方法在防止滤波发散的同时,加快了滤波的收敛速度。

除卡尔曼滤波框架外,粒子滤波也是地磁滤波中常用的一类方法,作为一种非线性的滤波方式,在处理非线性的磁场定位问题中具有一定优势。

文献[12]提出的MaLoc方法是一种典型的基于粒子滤波的地磁定位方法,它将用户的位置和航向作为粒子,每个粒子的权重由前后2个时刻的磁

场测量差和读图差的概率分布决定。随后,通过不断重采样等操作,得到用户的最终位置。经实验验证,MaLoc方法可以达到1~2.8m的定位精度。目前,基于粒子滤波的地磁定位方法的主要问题是其在地磁分布的连续性变化中会发生滤波发散^[13],针对该问题的改进涉及运动模型、测量模型和权重更新模型等各个步骤。例如,文献[14]为提高运动模型的准确性,对行人采用一种动态步长估计方法来弥补用户真实步长的不确定性,经地磁滤波后平均定位精度为1~2m;2016年,美国空军技术研究所使用地球的磁异常场作为观测信息输入至测量模型中,利用美国地质调查局提供的高分辨率航测图,飞行器在500m的高度上得到了21.51m(RMS)的定位结果^[15];文献[16]在粒子权重更新过程中,利用地图信息剔除穿墙等无效粒子,最大定位误差小于1.5m,53.33%概率定位精度为1m。

1.2 地磁匹配

与地磁滤波不同,地磁匹配是利用某些辅助手段或信息,通过实时采集和已建立磁图之间的磁场进行匹配,得到位置或位置修正量。

目前,地磁匹配的研究成果较为丰富,本文按照匹配过程中使用算法的不同,将地磁匹配方法分为四类,包括地磁轮廓匹配算法、基于磁场的最近等值线迭代算法、智能优化算法和人工智能算法。

1.2.1 地磁轮廓匹配算法

地磁轮廓匹配(Magnetic Contour Matching, MAGCOM)来源于地形轮廓匹配,以纯平移模型为基础,其原理如图4所示,其中, D 为导航指示航迹长度, U 为不确定域宽度,匹配搜索空间为 $(D+U) \times U$ 。

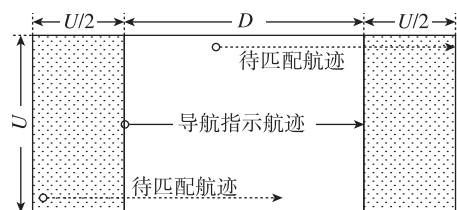


图4 MAGCOM定位原理

Fig. 4 The positioning principle of MAGCOM

考虑到仅使用单点进行匹配容易发生多解和误匹配的情况,MAGCOM以一段时间内累积的导航指示轨迹为基础进行序列之间的匹配。待匹配航迹遍历匹配搜索区域的所有网格点,其中,每条航迹中除起点外的采样点通过采样周期内惯性导

航提供的位置增量推算得出。进而,计算待匹配航迹对应磁图读值序列与实测地磁序列的相关性,相关性最大的航迹为目标航迹。

各国对于 MAGCOM 算法的应用都比较早:20 世纪 60 年代中期,美国的 E2systems 公司就提出了基于地磁异常场等值线匹配的 MAGCOM 系统^[17];1976 年,苏联 Ramenskoye 公司的 MAGNET 项目以地磁总场强度作为特征量,采用 MAGCOM 方式进行了实验,取得了成功^[18];2004 年,中国航天科工集团第三研究院的李素敏等运用基于平均绝对差的 MAGCOM 对地面测量的磁场强度数据进行了匹配运算,分辨率达到 50m^[19]。对 MAGCOM 的研究主要集中在以下几个方面:

1) 搜索区域的选择。搜索区域的大小与原导航指示轨迹的误差范围有关,适当地选择搜索区域可以有效减小匹配计算过程中多解问题出现的概率,提高定位结果精度,同时降低计算复杂度。2019 年,中国科学院光电研究院研制出适用于陆地车辆的地磁匹配定位系统,该系统将搜索区域限制在道路级别,将二维匹配问题简化为一维匹配,经过大量的试验,证明该系统能够满足车辆导航定位性能需求^[20]。

2) 相关性计算方法的确定。相关性计算是 MAGCOM 算法中的重要环节,它是选择最优待匹配轨迹的准则。文献^[21]总结了三类相关性准则,并对各准则的计算方法和优缺点进行了详细说明和细致分析。华北理工大学的郭云飞针对井下自主导航系统的地磁匹配问题,对比分析了四类相关性计算方法的优缺点及其适用范围^[22]。

3) 待匹配航迹的生成方法。传统 MAGCOM 方法中待匹配航迹仅支持导航指示轨迹的平移,但实际导航过程中,除平移误差外,轨迹也会存在航向偏移、伸缩等,因此需要考虑除平移以外的待匹配航迹生成方式。2011 年,国防科技大学胡小平团队使用树搜索算法,生成一系列待匹配航迹进行匹配定位,水下搭载试验表明该方法的匹配精度为 139.3m^[23]。如此得到的匹配结果比单纯平移得到的结果更加接近真实轨迹,但待匹配航迹数量会大大增加,令匹配的计算量成倍增加,实时性会受到影响。因此,在实际使用过程中,需要根据导航指示航迹的误差情况,折中考虑精度和实时性,生成所需的待匹配航迹。

1.2.2 基于磁场的最近等值线迭代算法

基于磁场的最近等值线迭代(Iterative Closest Contour Point, ICCP)算法来源于图像匹配的迭代

最近点算法^[24],原理如图 5 所示。

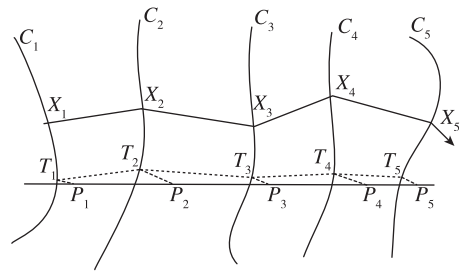


图 5 ICCP 定位原理

Fig. 5 The positioning principle of ICCP

其中,载体真实轨迹为 $X_i (i = 1, 2, \dots, N)$, N 为轨迹上总点数;对应磁场测量序列为 C_i ;惯导输出轨迹为 P_i ,视为初始待匹配轨迹。可以看出,由于 P_i 与 X_i 存在一定的偏移,因此,所测得的磁场也与 C_i 不完全一致。此时,就需要通过 ICCP 算法,利用磁场测量值和读图值之间的对应关系,使 P_i 不断地向 X_i 靠拢。

在运算过程中,首先基于 P_i 寻找基准图中磁场值为 C_i 且与 P_i 距离最近的等值线点序列 T_i ;然后,求取 P_i 至 T_i 的刚性变换——旋转变换矩阵 \mathbf{R} 和平移变换矩阵 \mathbf{b} ,如式(1)所示

$$T_i \approx \mathbf{R}P_i + \mathbf{b} \quad (1)$$

显然,经一次刚性变换,很难使 P_i 上的每一点都与 T_i 对应,因此需要以此次变换后的轨迹序列更新待匹配轨迹,并作为下一次迭代的初始轨迹不断地迭代,直至满足终止迭代条件或达到最大迭代次数,得到最终的轨迹。

ICCP 算法兼顾了旋转和平移 2 个因素,结果的精度相对较高:2009 年,中国人民解放军第二炮兵工程学院(现火箭军工程大学)孙大为进行了基于 ICCP 算法的地磁等值线匹配方法研究,仿真实验结果表明,载体最优估计航迹的位置误差可以由初始的 300m 降低至 82m 左右,小于半个网格大小^[25];2014 年,哈尔滨工程大学康崇教授团队使用 ICCP 算法,在松花湖 10m 深处进行了水下机器人实验,实现米级定位误差^[24]。

但是,由于 ICCP 算法以磁场等值线为基础,因此对磁场测量误差敏感。鉴于这一原因,很多学者在最近等值线点的搜索策略方面对 ICCP 算法进行提升。陆军工程大学的肖晶在文献^[26]中提出了一种基于概率数据关联的地磁匹配 ICCP 算法,基于磁场测量误差的统计特性,在一定置信范围内生

成若干伪测量值,经 ICCP 匹配后利用载体的运动约束对结果进行限制和融合,在磁场干扰下,该算法也能保持较高精度。东南大学的马明珠结合磁场丰富的矢量特性,采用地磁三轴分量强度作为寻找最近点的评价指标^[27]。国防科技大学的吴凤贺在文献[28]中提出了基于总量约束的地磁矢量匹配算法,在总量场等值线上,根据磁矢量场的测量值和误差范围得到一系列近等值线点,进而生成可信路径集,达到容忍一定噪声的效果。

1.2.3 智能优化算法

匹配导航算法的本质是函数优化问题^[29],大量研究表明,智能算法在解决函数优化问题上是一种非常有效的方法,可以用于地磁匹配定位中。智能算法是一类借鉴自然界的物种生长规律或仿照某类生物活动方式的优化搜索方法,典型的智能优化算法包括遗传算法、粒子群优化算法和人工鱼群算法,下面将介绍这三种算法在地磁定位方面的具体应用方式。

遗传算法遵循适者生存、优胜劣汰的原则,模拟一个人工种群的进化过程。在地磁匹配定位中,首先,按照实际情况初始化遗传算法的群体:当仅考虑位置误差时,可以以测量序列中的初始参考位置为基准,直接生成可行域内的多个初始位置作为群体;如果考虑测量轨迹的位置、航向和伸缩误差,初始群体也可以是在测量轨迹基础上的变换 $[\Delta x, \Delta y, \theta, \alpha]$,4个参数分别表示原始指示轨迹的 x 、 y 方向的平移误差,航向角误差与缩放因子。然后,通过实际测量到的磁特征 m_{mea} 和个体在基准图中的磁场读图值 m_{map} 之间的相似度,得到每个个体的适应度 f ,式(2)展示了以平均绝对差算法定义的 f

$$f = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |m_{\text{mea}}(x_k, y_k) - m_{\text{map}}(k)| \quad (2)$$

其中, N 为测量序列的长度。接下来,根据适应度 f 对个体进行人工选择,对于式(2)而言, f 越小,个体被选择的概率越高。随后,利用2个个体交叉、变异,生成一系列新的个体,即新的初始位置或变换形式。最后,当个体的适应度超过阈值或迭代次数达到上限时,迭代停止,此时的个体即为最终定位结果。文献[29]验证了遗传算法应用在地磁匹配导航中是可行有效的,在海上的实验结果显示,直线航线匹配最大误差为1n mile,曲线航线匹配误差在2n mile以内。

粒子群优化算法的基本思想是将优化问题的解对应成搜索空间中的一个粒子,每个粒子都有自己的位置和速度,利用一个优化函数使各粒子记忆、追随

当前的最优粒子,从而搜索到解空间中的最优解。具体到基于粒子群优化的地磁匹配定位算法中,粒子和优化函数与遗传算法中的个体和优化函数定义一致,各粒子更新方法在文献[30]中有详细说明。其中,更新过程中粒子经历过的最好位置,即是指使适应度函数 f 最佳的位置。迭代的终止条件也与遗传算法一致,最终的迭代结果即为载体当前所处位置或与原始序列之间的变换关系。文献[31]将粒子群优化算法引入匹配区搜索,并基于海洋实测磁场数据进行了实验室仿真验证,结果表明,与传统地磁匹配算法相比,该方法在匹配概率和匹配精度上基本相同,算法平均运行时间有所提高。

人工鱼群算法仿照鱼群觅食、聚群、追尾、随机等行为在搜索域中进行寻优。在基于人工鱼群的地磁匹配算法中,人工鱼的个体状态 X 等价于前面两种智能优化方法中的个体或粒子,人工鱼的食物浓度即为前述的适应度函数 f 。在优化过程中,需要对四种行为进行评价,然后选择最优的行为去执行,流程如图6所示。

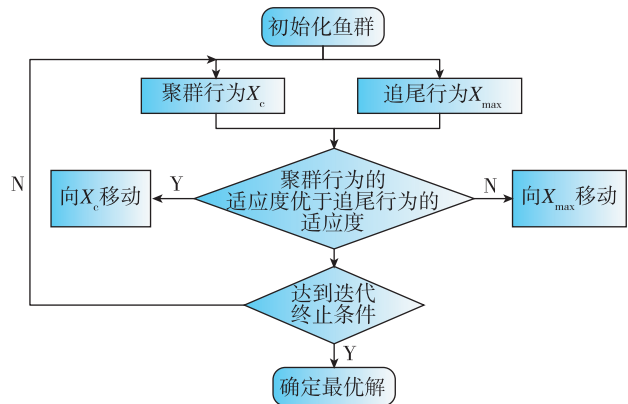


图6 人工鱼群算法流程图

Fig. 6 Flow chart of artificial fish algorithm

通过四种行为的互相变换,得到人工鱼群当前的最优解,即载体的最终位置,使得适应度 f 最优。文献[32]在惯性系统存在位置、速度和航向误差时,采用人工鱼群搜索寻优算法,实现了精确定位。

从上述智能优化方法在地磁匹配定位中的应用模式可以看出,虽然在寻优方式上有所不同,但这类方法的大体思路都是定义一群基于测量序列位置的个体或粒子,并以测量序列的磁场和基准图磁场之间的差异最小作为最优条件进行迭代优化。智能优化算法面临的主要问题是优化容易陷入局部最优。针对这一问题,结合智能优化算法的计算步骤,众多学者在如下几方面开展研究:

1)有效选取个体/粒子数量。个体/粒子个数决定了寻优速度和结果的准确性:个数较多,寻优结果更准确,但计算量过大;个数较少,出现多解问题的可能性越低,收敛速度快,但结果容易陷入局部最优。文献[33]在使用遗传算法寻优前,从磁场的矢量性出发,引入多磁场特征变量,缩小了搜索区域,降低了遗传算法中个体的数目,结果证明了这种方法在磁场平缓区域定位的有效性;国防科技大学的刘颖等利用控制点对应的等值域约束粒子群优化算法中粒子的初始化过程,该方法能够用较少数目的粒子实现优化搜索^[30]。

2)个体/粒子更新方法的创新。为得到全局最优解而不是局部最优,需要保证更新过程中个体/粒子的多样性,此时更新方法就显得尤为重要。例如,南京理工大学的王成玉提出了一种基于种群多样性的约束粒子群优化算法:一方面,算法在粒子群优化中引入遗传交叉机制,丰富了种群多样性;另一方面,它对学习因子、惯性因子等参数进行自适应调整,使其在寻优的不同阶段能够兼顾粒子的全局及局部搜索能力。经过有效性、抗噪性仿真验证,该算法能有效修正惯导指示轨迹误差,实现较准确的匹配定位^[34]。又如,文献[35]引入了收敛因子对粒子更新速度进行约束,弥补了传统粒子群优化算法的缺陷,实现了精度的提高。

3)最优条件的改进。最优条件是个体/粒子的选取准则,实际应用中对此条件进行适当调整和扩充,可以保证结果的正确性和唯一性。例如,文献[35]以平均 Hausdorff 距离作为适应度函数,使定位结果具有更高的容错能力和抗干扰能力。东南大学的王立辉将多特征量引入最优条件中,提出了基于粒子群优化算法的多维地磁匹配算法,利用多飞行器空间约束,将平均绝对值误差法则从一维拓展至高维,该最优条件的扩充在匹配成功率、匹配定位误差和算法适应度等方面较单维地磁匹配均有所提升^[36]。

1.2.4 人工智能算法

近年来,随着计算机技术,尤其是大数据和高性能计算的发展,人工智能算法被广泛应用于各个领域。地磁匹配定位属于模式识别的一种,而人工智能技术在处理此类问题时具有优异的表现,因此,基于人工智能的地磁定位方法越来越受到国内外学者的广泛关注。

基于人工智能的地磁定位方法大体可以分为两类,其中一类是将定位问题转换为分类问题,通

过对磁场特征的提取,设计出合适的分类器实现定位;另一类是构建神经网络,对地磁特征和位置之间的关系进行自主学习。下面将对两类方法中的代表性成果展开说明。

2016年,Chen Y. 等通过对大量候选磁场指纹预测质量的评估,学习出每个磁场序列中具有高分辨力和区分度的短序列特征^[37]。在线定位时,只需将实时采集到的磁场原始数据转换为特征输入至分类器,就可以分类出该特征所处的位置。

除此之外,针对众多很难手动提取出特征的情形,以数据为驱动、可以自动提取特征的神经网络可以发挥较大的作用。根据输入信息的差异,基于神经网络的地磁定位方法可以大致分为两类:一类是直接将单点的磁场原始数据或者由多个数据组成的磁场序列作为输入;另一类是将磁场特征转化为图像,作为输入训练神经网络。

以原始磁场数据为输入的神经网络方法通过大量数据的训练,得到能够自动提取磁场特征的神经网络,建立磁场与位置的对应关系。文献[38]以单点的磁场和航向作为输入,利用卷积神经网络(Convolutional Neural Network, CNN)实现智能手表的实时定位,实验结果表明,该方法的平均定位误差为 0.136m。文献[39]的输入为磁场序列,利用循环神经网络(Recurrent Neural Network, RNN)记忆磁场序列的变化模式,得到用户所经历的位置信息,该方法的平均定位精度为 1.062m。为了解决 RNN 的梯度消失问题,文献[40]将网络升级为长短期记忆(Long Short-Term Memory, LSTM)网络,更加适用于处理大范围空间内间隔和延迟非常长的磁场时间序列,该方法在中型和大型试验场地内的定位精度分别为 0.51m 和 1.04m,较 RNN 有所提高。文献[41]将磁场信号与光信号融合,构建双模数据集训练 LSTM 网络,输出为位置概率估计,结果表明,此设计能够很好地在智能手机上运行,且定位误差不超过 6.5m。

此外,由于神经网络在图像处理领域的应用较为成熟,因此,以图像化磁场特征作为输入的神经网络应用模式也取得了较好的效果。例如,文献[42]首先从磁场序列中提取标志点,然后将标志点间的磁场序列转化为递归图,连同序列长度、变化趋势等一并输入至神经网络中,得到位置结果,实验结果显示,该方法的定位精度为 1.7m。文献[43]提出了一种融合空间和时间特征的神经网络架构:在空间域中,将三维磁场信号转化为热图,通过 CNN 提取空间特征;在时

间域中,使用时间序列片段,利用 LSTM 网络提取时间特征。最终,将空间和时间特征相结合得到用户的位置坐标。实验结果表明,与 MaLoc 方法相比,该方法定位误差降低了 43%。

可以看出,人工智能算法是近 5 年来解决地磁定位问题的新兴手段,具有很好的应用前景,值得更加深入地研究和挖掘。

1.3 磁场 SLAM

上文中介绍的地磁滤波和地磁匹配方法都需要事先建立精确的磁场图,而在实际应用中,受采集条件等因素的限制,某些区域的磁图很难获得,这种情况下就需要研究无图条件下的地磁定位技术。磁场 SLAM 可以在缺失磁场图的情况下,使载体在移动过程中确定自身位置的同时建造增量式地磁图,实现自主定位和导航,其整个流程包括传感器信息读取、运动模型的建立、回环检测、优化和建图 5 个步骤^[44]。

根据不同的优化方法,可以简单地将磁场 SLAM 分为滤波和图优化两类。

基于滤波的磁场 SLAM 方法是在检测到闭环的基础上,使用滤波的方法估计载体的位置和姿态。与地磁滤波不同的是,它使用的地磁基准图是本次定位过程中前期所经过的局部磁图,通过不断滤波可以限制载体的位置漂移,同时构建出磁场图。文献^[45]是滤波在磁场 SLAM 中的应用,使用粒子滤波器估计机器人的位置和姿态,并使用高斯过程回归对磁场图进行建模,在仅使用磁场和里程计的实验场景下,当粒子数目为 200 个时,定位与构图的成功率为 95%。

基于图优化的磁场 SLAM 方法在检测到回环后,将不同时刻载体的位置和姿态作为顶点,两姿态之间的关系作为边,利用最小二乘方法,通过迭代优化调整各顶点,使闭环轨迹在尽量满足边约束的基础上实现误差最小化。常用的边约束方法包括前后点的里程关系约束和回环约束,文献^[46]还加入了磁特征的约束。

根据磁场 SLAM 的运算步骤,为提高定位与磁图的精度,众多学者在如下几方面着重研究:

1) 观测信息的选择。观测信息的精度决定了优化及部分方法中回环检测的准确程度,因此在实际应用中,需依据使用场景选择磁特征量。例如,文献^[47]根据航空飞行器磁测量的特点,对文献^[45]使用磁矢量的滤波 SLAM 方法进行了改进,利

用磁标量场约束惯性导航系统的漂移,并在实际的航空磁场导航中进行了验证,在无磁图的 100min 飞行中,实现了几十米的定位精度。文献^[48]在水下采用人工磁信标作为路标,为系统的状态更新提供观测信息,通过磁场梯度张量特征分析的反演方法,使用扩展卡尔曼滤波进行 SLAM 系统建模,为无人水下航行器长航时安全隐蔽作业提供了参考。

2) 回环检测方法。SLAM 方法强烈依赖回环检测,当检测到回环后,才会对当前的位置和已建立的地图进行校正,因此磁场 SLAM 的重要环节便是检测当前是否重访了之前经过的位置。目前,磁场 SLAM 回环检测的方法包括计算位置一致性和磁特征相似性两类。文献^[47]设置了触发半径,当载体当前轨迹有足够的位置点落在之前所经过轨迹的触发半径内时,便认为检测到了回环。这种通过位置关系进行的回环检测,由于存在累积误差,往往无法正确地发现回环,有倒果为因的嫌疑,无法在累积误差较大时工作^[44]。文献^[46]通过计算实时测量到的磁序列与之前记录下的磁序列之间的相似性进行闭合检测,判定是否重访问了历史轨迹,这种方式使得回环检测模块相对独立,摆脱了累积误差,能够有效地在不同场景下工作,在逻辑上更为合理。文献^[49]以相似磁特征作为主要判断条件,并利用当前和历史已建地图的位置关系,得到更加可靠的回环检测结果。

3) 优化策略的制定。在准确检测到回环后,当前及历史的定位效果及地图构建的准确性则取决于优化策略。以图优化为例,典型的迭代优化方法包括通用图优化^[50]、随机梯度下降法^[51]、基于树的网络优化器^[52]等。

2 不同方法的对比分析

通过对上述方法原理的逐一描述,本节将对不同方法的优缺点、时效性、对传感器和磁图的需求以及适用场景进行详细分析和总结。

2.1 地磁滤波

地磁滤波是以载体运动模型为主、磁场为辅的一类定位方法,因此,它的缺点是需要载体运动模型,但优点是对磁场的测量精度、特征丰富程度等要求较低,因为即便磁传感器的精度和成本都相对较低,测得的磁场存在一定误差,但只要滤波器未发散,滤波后的输出就不会出现很大的偏移。换言之,地磁滤波具有较强的稳定性。从应用层面分

析,地磁滤波比地磁匹配更适用于磁场变化较微弱的高空等场景,并且针对变高度层运动的载体而言,地磁滤波不需要对各高度层进行全方位测绘或延拓,只需利用粗略的地磁场模型,便可以估计载体的导航信息,节约了测绘成本和匹配耗时^[53]。对于时效性而言,卡尔曼滤波在求解方程的过程中实时性较好,粒子滤波的时效性与粒子的个数有关。

2.2 地磁匹配

(1)MAGCOM 算法

传统 MAGCOM 算法仅考虑平移变换,原理简单、操作易行,但当航向较差时,结果有时会出现较大的偏移,定位结果不稳定,因此,MAGCOM 算法适用于载体航向精度较高的场景。此外,MAGCOM 的时效性与搜索区域有关,搜索区域越大,待匹配的轨迹越多,所需的计算次数越多,实时性越差。在对传感器的要求方面,主要取决于所使用的相关性准则,如常用的平均绝对差、均方差等准则,比较的都是磁场的绝对值,因此需要对磁传感器进行标定或直接使用较高成本的高精度磁传感器;而相关系数等准则,在计算相关性之前首先减掉了均值,消除了固有偏差,强调磁场的变化趋势,因此也适用于低成本磁传感器,有利于地磁匹配定位在不同设备间的交叉使用。

(2)ICCP 算法

与 MAGCOM 相比,ICCP 算法考虑了除平移以外的旋转因素,结果精度有所提高,全局性较好,但作为以等值线为基础的一类匹配方法,ICCP 对传感器的要求较高,对噪声的容忍度较差,并且反复迭代导致了算法的高复杂度,实时性难以保证^[54]。就应用场景而言,室内、地下等空间中,小范围内的磁场值差异不大,在寻找等值线的过程中容易出现模糊,无法得到符合要求的定位结果,相对而言,此算法更适用于浅水区、低空等大尺度且磁场有一定区分度的场景。

(3)智能优化算法

智能优化算法是对一系列可能解,按照一定的规则,在磁场基准图中寻找磁场最相近的解。虽然这种方法需要不断地迭代,但其针对适应度函数可以自适应地调整搜索方向,具有隐含的并行性,能够快速收敛^[33],但缺点是该算法的参数设置对最终结果有较大影响,若参数设置欠佳,可能会导致结果陷入局部最优。智能优化算法对传感器的需求和 MAGCOM 算法类似,与最优条件的选择有关,若强调磁场绝对值之间的相似或差别程度,则需要

较高性能的传感器,若仅比较磁场序列的变化趋势,则对传感器的要求可以适当放宽。此外,在适用场景上,小范围空间内,每个个体或粒子的适应度差别不大,难以使结果逐步收敛到正确位置上,相比之下,它更适用于水下、空中等大尺度场景;并且与 ICCP 相比,智能优化算法由于采取了多种方式保证个体/粒子的多样性,从理论上讲,其在磁场平缓区域的表现更佳。

(4)人工智能算法

人工智能算法可以利用大量数据进行自主学习,无需人工设计匹配策略,但缺点是在训练阶段的工作较繁琐,对于较大面积空间的特征学习较为困难,所设计的分类器和神经网络较为复杂,在线定位的时效性也难以保证,因此,目前在室内等小尺度空间场景下的学习效果和实时性更好。此外,人工智能算法能够对质量各异的输入数据反复学习,提取到所需的特征,因此,它对传感器的要求并不苛刻。

2.3 磁场 SLAM

磁场 SLAM 将建图和定位两项工作合并,不需要事先建立磁场图,节省了人力和时间成本,适合不具备提前获取到磁图条件的情景。但它的弱势在于,在后端完成的图优化等工作会消耗大量的资源。在对传感器的需求方面,由于不同 SLAM 方法对磁场的利用方式不同,因此传感器的选择因具体处理过程而异。例如,文献[46]利用磁序列欧氏距离这一相似性准则进行闭合检测,比较的是磁场的绝对差异,对传感器的精度和稳定性要求较高;而当仅使用磁场做基于滤波的 SLAM 优化时,对传感器的要求与地磁滤波一致,即可以选用精度稍低的传感器。

综上所述,本文将各算法的特点归纳总结如表 1 所示。

可以看出,没有一种方法能够同时满足高精度、强稳定性、高实时性、低成本的要求,因此,在实际应用中,需要综合考虑传感器精度、磁图获取难易程度以及应用场景等因素,选取适合的地磁定位方法。

3 未来发展方向

从目前地磁导航的发展现状来看,地磁定位方法未来的发展方向如下。

3.1 基于磁传感器阵列的地磁定位方法

目前,常用于地磁匹配的特征量是磁场标量和磁场矢量。随着传感器精度、分辨率和稳定性的不断提升,可以利用多个磁传感器组成的磁传感器阵列测量

表 1 不同地磁定位方法的比较

Tab. 1 Comparison of different geomagnetic positioning methods

定位方法	磁图	优点	缺点	时效性	适用场景	对传感器的要求
地磁滤波	需要提前建立	稳定性强	需要载体运动模型	卡尔曼滤波实时性好;粒子滤波与粒子个数相关	高空等地磁变化平缓区域;变高度层运动载体	低
MAGCOM		简单易行	稳定性差	与搜索区域大小有关	航向精度较高	视相关性准则而定
ICCP		全局性好	对噪声容忍度差;复杂度高	实时性较差	浅水区、低空等大尺度且磁场有一定区分度的空间	高
智能优化		高效	受参数设置影响较大;容易陷入局部最优解	收敛速度快	空中、水下等大尺度空间	与最优条件相关
人工智能		无需人工设计匹配策略	需要大量数据进行训练	依分类器类型和神经网络结构而定	小尺度空间	低
磁场 SLAM	无需提前建立	无需提前建立磁场基准图	后端优化资源消耗较大	定位实时,后端优化较耗时	不具备事先获取磁基准图的条件	与具体处理过程有关

得到更多的磁场特征,如磁场梯度、磁场梯度张量等,并在此基础上探索更多的地磁定位新方法。

以磁梯度张量测量为例,可以通过配置多个磁力计经差分得到^[55],具有突出异常场、弱化背景场的优点,是一类较为实用的磁场特征。文献^[56]根据磁梯度张量定位模型,实现了对磁性目标的定位。反之,若已知产生磁异常场的磁性目标位置,便可以利用该物体作为信标,反演出载体自身的位置,达到地磁定位的目的。

3.2 多特征、多域相结合

磁场具有多个强度和角度的特征量^[21],除了上述提到的可直接测量得到的磁场特征外,还可以提取磁场蕴含的更深层次特征,如小波影像特征、多重分维谱等^[57]。在未来的应用中,根据选取的测量设备、应用场景中磁场的特性等实际情况,将磁场的多个特征量相结合,在解决匹配计算过程中多解问题、获得更好定位精度的同时,提高定位算法的适应性。

此外,目前大部分对磁场的处理都在空间域上进行,但地磁场属弱磁场,信号强度较弱,易受环境噪声、变化磁场以及地表人文设施等影响,这些干扰信号在空间域中无法从有效磁场信号中剥离,而频谱分析和小波分析作为信号降噪的有效工具,可以将空间域的磁场转化为频率域、小波域多尺度的表达,以降低测量数据中干扰的影响。因此,将多个域内的定位结果进行融合,可以提高地磁导航精度、匹配概率和可靠性。

3.3 网络侧地磁定位

目前来看,地磁定位在大众用户中仍未推广使用,主要基于两点原因,一是很多地磁定位方法计算量较大,不仅在用户端占用资源较多,实时性也难以满足;二是磁场数据库需要占用用户的存储空间,同时更新较为繁琐。基于此,地磁定位方法可以利用大数据、通信等技术的优势,建立支持多用户的网络侧平台,提供公共的地磁定位服务。

网络侧地磁定位的框架如图 7 所示。

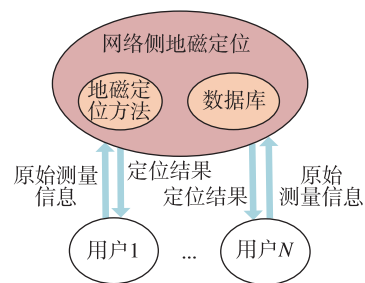


图 7 网络侧地磁定位框架

Fig. 7 Framework of geomagnetic positioning based on the network side

每个用户将原始测量得到的磁场、惯性等信息上传至云平台,经网络侧地磁定位方法解算完成后,直接将定位结果反馈回相应的用户。

上述方案利用云平台的强运算力和大存储量,在提升地磁定位解算速度的同时,降低了用户的成本;同时,网络侧的公共数据库可供多用户访问,

释放了用户的存储空间;此外,网络侧地磁定位平台的建立,为高精度公共数据库的构建带来了天然的解决方案——可以收集用户源源不断输入的原始测量信息,采用众包等方法对数据库持续维护和更新,这种方式避免了人工采集过程中大量时间和人力成本的消耗。

3.4 多节点协同的地磁定位

在军事应用中,随着未来战场环境的日益恶化和复杂、现代军事变革的深化,多作战武器之间协同作战将成为未来新一代智能精确打击作战样式。

协同地磁定位充分利用各载体间的组网协同和交互能力,具有如下优势:多节点协同地磁定位系统的磁测量信息共享与交互,提高了磁测量信息的空间分辨率和可观测性,提升了整个协同系统的分布式态势感知与认知能力;海、陆、空等多作战区域内系统的协同,可以发挥各自优势,高效、精准、全方位地建立磁场基准图;定位过程中,各载体之间的相互校正,可以充分发挥整体威力,取得“1+1>2”的系统效应。

3.5 多手段/信息辅助的地磁定位方法

多源融合导航是在后 GNSS 时代 PNT 技术整体发展的大背景下,最近 10 年逐渐发展起来的新的导航技术方向。为了顺应这一发展趋势,更多技术辅助的地磁定位方法必然成为未来的研究热点。

在地磁定位应用模式中,最典型的是惯性辅助的地磁定位;地磁定位的长期稳定性可以弥补惯性系统误差随时间累积的缺点;惯导系统的短期高精度可以克服地磁系统受干扰时的不足^[58]。除此之外,随着多种定位手段的日益完善,更多导航方式辅助的地磁定位应运而生。

例如,对于在室内运动的行人而言,基于惯性递推原理的行人自主定位方法发展迅猛^[59],可以辅助地磁定位,提高行人的定位精度^[60];在室外车辆的应用上,车载诊断系统中轮速的获取越发便捷,可以将其与磁场异常特征相结合,为车辆在城市复杂应用环境中精确、可靠地提供位置信息^[19]。

多手段/信息辅助地磁定位能够为地磁定位提供所需的关键信息,提高地磁定位计算效率,辅助地磁定位结果的评估,减小定位结果模糊甚至错误的概率。

4 结论

作为不依赖于卫星导航的定位手段之一,地磁

导航因其自主、精度高、隐蔽性好等优势,受到了国内外学者的高度重视。

本文对地磁导航中的关键环节——地磁定位算法,从以下几方面进行了综述:

1)重点分析了三类地磁定位算法的原理和流程,包括地磁滤波、地磁匹配和磁场 SLAM。由于大部分算法是由其他领域迁移而来,因此详细论述了各算法在地磁导航这一应用上所涉及各参量的物理意义,并对各算法的重点工作进行了剖析和总结。

2)根据对各算法的理论分析,从磁图需求、优缺点、时效性、适用场景和传感器要求多个维度,对算法进行了对比。

3)为全面提升地磁导航的性能,探讨了地磁定位方法未来的发展方向。

总之,地磁导航在多场景多领域内都有着广阔的应用前景,但也仍有部分问题尚未解决,面临众多挑战,需要进一步探索和研究。

参考文献

- [1] 袁洪,魏东岩.多源融合导航技术及其演进[M].北京:国防工业出版社,2021.
Yuan Hong, Wei Dongyan. Multi-source navigation and its evolution[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2021(in Chinese).
- [2] United States Government Accountability Office. Defense navigation capabilities[DB/OL]. <https://www.gao.gov/assets/gao-21-320sp.pdf>, 2021.
- [3] 周军,葛致磊,施桂国,等.地磁导航发展与关键技术[J].宇航学报,2008,29(5):1467-1472.
Zhou Jun, Ge Zhilei, Shi Guiguo, et al. Key technique and development for geomagnetic navigation[J]. Journal of Astronautics, 2008,29(5):1467-1472(in Chinese).
- [4] 蔡兆云,魏海平,任治新.水下地磁导航技术研究综述[J].国防科技,2007(3):28-29.
Cai Zhaoyun, Wei Haiping, Ren Zhixin. Review of underwater geomagnetic navigation technology[J]. National Defense Science & Technology, 2007(3):28-29(in Chinese).
- [5] Indoor Atlas Ltd. Ambient magnetic field-based indoor location technology bringing the compass to the next level [DB/OL]. <http://web.indooratlas.com/web/WhitePaper.pdf>, 2012.
- [6] Haverinen J, Kemppainen A. A geomagnetic field based positioning technique for underground mines[C]// Proceedings of 2011 IEEE International Symposium on Ro-

- botic and Sensors Environments (ROSE). Montreal, QC, Canada, 2011.
- [7] 乔玉坤, 王仕成, 张琪. 地磁匹配特征量的选择[J]. 地震地磁观测与研究, 2007, 28(1): 42-47.
Qiao Yukun, Wang Shicheng, Zhang Qi. Selection of the characteristic variable of geomagnetism for matching[J]. Seismological and Geomagnetic Observation and Research, 2007, 28(1): 42-47(in Chinese).
- [8] Dai Z, Kang C. Geomagnetic field aided inertial navigation using the SITAN algorithm[C]// Proceedings of 2014 2nd International Conference on Systems and Informatics (ICSAI). IEEE, 2014: 79-83.
- [9] Chen K, Liang W C, Liu M X, et al. Comparison of geomagnetic aided navigation algorithms for hypersonic vehicles[J]. Journal of Zhejiang University-Science A, 2020, 21(8): 1-11.
- [10] 晏登洋. 惯性/地磁组合导航技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2007.
Yan Dengyang. Investigation on INS/GNS integrated navigation system[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2007(in Chinese).
- [11] 王胜平, 赵建虎, 吴自银. 水下地磁匹配导航定位关键技术研究[M]. 北京: 中国地质大学出版社, 2017.
Wang Shengping, Zhao Jianhu, Wu Ziyin. Research on the key technical of marine geomagnetic matching navigation and positioning[M]. Beijing: China University of Geosciences Press, 2017(in Chinese).
- [12] Xie H W, Gu T, Tao X P, et al. MaLoc: a practical magnetic fingerprinting approach to indoor localization using smartphones[C]// Proceedings of ACM International Joint Conference on Pervasive and Ubiquitous Computing (UbiComp). Seattle, WA, 2014.
- [13] 李维, 黄鹤, 罗德安. 改进粒子滤波器的室内地磁匹配精度研究[J]. 测绘科学, 2018, 43(7): 109-114, 120.
Li Wei, Huang He, Luo De'an. Indoor geomagnetic matching accuracy analysis based on improved particle filter algorithm[J]. Science of Surveying and Mapping, 2018, 43(7): 109-114, 120(in Chinese).
- [14] Xie H W, Gu T, Tao X P, et al. A reliability-augmented particle filter for magnetic fingerprinting based indoor localization on smartphone[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2015, 15(8): 1877-1892.
- [15] Canciani A, Raquet J. Absolute positioning using the Earth's magnetic anomaly field[J]. Navigation, 2016, 63(2): 111-126.
- [16] 王安义, 欧雪. 基于粒子滤波的PDR/地磁指纹室内定位[J]. 测绘通报, 2021(1): 24-28.
Wang Anyi, Ou Xue. PDR/geomagnetic fingerprint indoor positioning method based on particle filter[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2021(1): 24-28 (in Chinese).
- [17] Polvani D. Magnetic guidance of autonomous vehicles (part 2)[C]// Proceedings of 5th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, 1987: 257-264.
- [18] 胡小平. 水下地磁导航技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
Hu Xiaoping. Technologies on underwater geomagnetic field navigation[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013(in Chinese).
- [19] 李素敏, 张万清. 地磁场资源在匹配制导中的应用研究[J]. 制导与引信, 2004, 25(3): 19-21.
Li Sumin, Zhang Wanqing. Study on the application of geomagnetic field contour in matching guidance[J]. Guidance & Fuze, 2004, 25(3): 19-21(in Chinese).
- [20] 纪新春, 魏东岩, 袁洪, 等. 基于智能手机的车辆多源融合导航方法[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28(5): 638-644, 693.
Ji Xinchun, Wei Dongyan, Yuan Hong, et al. Vehicle multi-source fusion navigation method based on smartphone platform[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(5): 638-644, 693(in Chinese).
- [21] 邓翠婷, 黄朝艳, 赵华, 等. 地磁匹配导航算法综述[J]. 科学技术与工程, 2012, 12(24): 6125-6131.
Deng Cuiting, Huang Chaoyan, Zhao Hua, et al. Review of geomagnetic matching navigation algorithm[J]. Science Technology and Engineering, 2012, 12(24): 6125-6131(in Chinese).
- [22] 郭云飞, 汪金花, 吴兵, 等. 井下地磁定位的匹配算法分析和优化[J]. 传感技术学报, 2018, 31(9): 93-98.
Guo Yunfei, Wang Jinhua, Wu Bing, et al. Research on optimization matching algorithm of the underground geomagnetic positioning[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2018, 31(9): 93-98(in Chinese).
- [23] Wu Z, Hu X, Wu M, et al. An experimental evaluation of autonomous underwater vehicle localization on geomagnetic map[J]. Applied Physics Letters, 2013, 103(10): 9-18.
- [24] 康崇, 张晓峻, 樊黎明. 基于ICCP算法的地磁匹配辅助导航[J]. 应用基础与工程科学学报, 2014, 22(3): 598-605.
Kang Chong, Zhang Xiaojun, Fan Liming. Geomagnetic-matching aided navigation based on ICCP algo-

- rithm[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2014, 22(3): 598-605(in Chinese).
- [25] 孙大为, 王仕成. 基于等值线匹配的巡航导弹地磁匹配方法研究[J]. *飞航导弹*, 2009(9): 53-55.
Sun Dawei, Wang Shicheng. Research on geomagnetic matching method of cruise missile based on isoline matching[J]. *Aerodynamic Missile Journal*, 2009(9): 53-55(in Chinese).
- [26] 肖晶, 段修生, 齐晓慧. 一种基于概率数据关联的地磁匹配 ICCP 算法[J]. *中国惯性技术学报*, 2018, 26(2): 68-74.
Xiao Jing, Duan Xiusheng, Qi Xiaohui. Iterated closest contour point algorithm for geomagnetic matching based on probability data association[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2018, 26(2): 68-74(in Chinese).
- [27] 马明珠. 水下地磁辅助导航匹配算法研究[D]. 南京: 东南大学, 2019.
Ma Mingzhu. Research on underwater geomagnetic assisted navigation matching algorithm[D]. Nanjing: Southeast University, 2019(in Chinese).
- [28] 吴凤贺. 地磁矢量匹配导航技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2017.
Wu Fenghe. Study on geomagnetic vector matching navigation technology[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2017(in Chinese).
- [29] 孙建军. 基于遗传算法的地磁匹配导航应用[J]. *地理空间信息*, 2017, 15(6): 26-27, 40.
Sun Jianjun. Application of geomagnetic navigation based on genetic algorithm[J]. *Geospatial Information*, 2017, 15(6): 26-27, 40(in Chinese).
- [30] 刘颖, 曹聚亮, 吴美平. 无人机地磁辅助定位及组合导航技术研究[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016.
Liu Ying, Cao Juliang, Wu Meiping. Research on geomagnetism aided localization and integrated navigation techniques for UAVs[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016(in Chinese).
- [31] 徐遵义, 魏东, 李璟, 等. 基于粒子群优化的飞行器地磁相关匹配新算法仿真[J]. *舰船科学技术*, 2011, 33(11): 3-6.
Xu Zunyi, Wei Dong, Li Jing, et al. Simulation research on the correlation matching algorithm based on particle swarm optimization for aircraft geomagnetic aid navigation[J]. *Ship Science and Technology*, 2011, 33(11): 3-6(in Chinese).
- [32] Li X, Zhu Z L. Research of geomagnetic matching algorithm based on artificial fish swarm searching strategy[J]. *Advanced Materials Research*, 2014, 989-994: 1602-1606.
- [33] 王琼, 王晓宇, 苏文博. 基于遗传算法的地磁平缓区域导航算法[J]. *现代导航*, 2020, 11(5): 4-8, 19.
Wang Qiong, Wang Xiaoyu, Su Wenbo. Geomagnetic matching method based on genetic algorithm in areas with smooth magnetic features[J]. *Modern Navigation*, 2020, 11(5): 4-8, 19(in Chinese).
- [34] 王成玉. 地磁信息处理与匹配导航算法研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2018.
Wang Chengyu. Research on geomagnetic information processing and matched navigation algorithms[D]. Nanjing: Nanjing University of Science & Technology, 2018(in Chinese).
- [35] 王勇, 范荣双, 贺亚杰. 改进粒子群优化算法在地磁匹配中的应用[J]. *测绘科学*, 2021, 46(5): 51-57, 142.
Wang Yong, Fan Rongshuang, He Yajie. Application of improved particle swarm optimization algorithm in geomagnetic matching [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2021, 46(5): 51-57, 142(in Chinese).
- [36] 王立辉, 刘庆雅. 飞行器编队 PSO 多维地磁匹配算法[J]. *电光与控制*, 2021, 28(3): 41-45.
Wang Lihui, Liu Qingya. Multi-dimensional PSO geomagnetic matching algorithm for aircraft formation [J]. *Electronics Optics & Control*, 2021, 28(3): 41-45(in Chinese).
- [37] Chen Y, Zhou M, Zheng Z. Learning sequence-based fingerprint for magnetic indoor positioning system[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 16321-16324.
- [38] Alhomayani F, Mahoor M. Improved indoor geomagnetic field fingerprinting for smartwatch localization using deep learning[C]// *Proceedings of 2018 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, 2018: 1-8.
- [39] Jang H J, Shin J M, Choi L. Geomagnetic field based indoor localization using recurrent neural networks[C]// *Proceedings of 2017 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, 2017: 1-6.
- [40] Bae H J, Choi L. Large-scale indoor positioning using geomagnetic field with deep neural networks[C]// *Proceedings of 2019 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2019: 1-6.
- [41] Wang X, Yu Z, Mao S. Deep ML: Deep LSTM for indoor localization with smartphone magnetic and light sensors[C]// *Proceedings of 2018 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2018: 1-6.
- [42] Lee N, Ahn S, Han D. AMID: accurate magnetic indoor localization using deep learning[J]. *Sensors*, 2018,

- 18(5): 1598-1613.
- [43] He T, Niu Q, He S, et al. Indoor localization with spatial and temporal representations of signal sequences[C]// Proceedings of 2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), 2019: 1-7.
- [44] 高翔, 张涛, 刘毅, 等. 视觉 SLAM 十四讲[M]. 北京: 电子工业出版社, 2017.
Gao Xiang, Zhang Tao, Liu Yi, et al. 14 lectures on visual SLAM[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017(in Chinese).
- [45] Vallivaara I, Haverinen J, Kemppainen A, et al. Simultaneous localization and mapping using ambient magnetic field[C]// Proceedings of 2010 IEEE Conference on Multisensor Fusion and Integration, 2010: 14-19.
- [46] Jongdae J, Taekjun O, Hyun M. Magnetic field constraints and sequence-based matching for indoor pose graph SLAM[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2015, 70: 92-105.
- [47] Lee T N, Canciani A J. MagSLAM: aerial simultaneous localization and mapping using Earth's magnetic anomaly field[J]. Navigation, 2020, 67(1): 95-107.
- [48] 常帅, 付晓梅, 张翠翠, 等. 基于磁信标的水下 SLAM 方法[J]. 水下无人系统学报, 2019, 27(3): 277-283.
Chang Shuai, Fu Xiaomei, Zhang Cuicui, et al. An underwater SLAM approach using magnetic beacons [J]. Journal of Unmanned Undersea Systems, 2019, 27(3): 277-283(in Chinese).
- [49] Chao G, Harle R. Sequence-based magnetic loop closures for automated signal surveying[C]// Proceedings of 2015 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2015: 1-12.
- [50] Kümmerle R, Grisetti G, Strasdat H, et al. g2o: a general framework for graph optimization[C]// Proceedings of 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2011: 3607-3613.
- [51] Olson E, Leonard J, Teller S. Fast iterative alignment of pose graphs with poor initial estimates[C]// Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2006: 2262-2269.
- [52] Wolfram B, Oliver B, Cyrill S. A tree parameterization for efficiently computing maximum likelihood maps using gradient descent[M]. Robotics: Science and Systems III, MIT Press, 2008: 65-72.
- [53] 踪华, 刘嫵, 杨业. 地磁导航技术研究现状综述[J]. 航天控制, 2018, 36(3): 93-98.
Zong Hua, Liu Yan, Yang Ye. Overview of the research status about geomagnetic navigation technology[J]. Aerospace Control, 2018, 36(3): 93-98(in Chinese).
- [54] 莫荣. 不同地磁匹配导航算法比较研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2016, 39(10): 48-50.
Mo Rong. Studying on comparison of different geomagnetic matching navigation algorithms[J]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2016, 39(10): 48-50(in Chinese).
- [55] Huang Y, Sun F, Hao Y L. Simplest magnetometer configuration scheme to measure magnetic field gradient tensor[C]// Proceedings of 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, 2010: 1426-1430.
- [56] 张朝阳, 肖昌汉, 阎辉. 磁性目标的单点磁梯度张量定位方法[J]. 探测与控制学报, 2009, 31(4): 44-48.
Zhang Zhaoyang, Xiao Changhan, Yan Hui. Localization of a magnetic object based on magnetic gradient tensor at a single point[J]. Journal of Detection & Control, 2009, 31(4): 44-48(in Chinese).
- [57] 肖晶, 齐晓慧, 段修生. 地磁匹配算法的研究现状及改进策略[J]. 电光与控制, 2018, 25(1): 55-59, 73.
Xiao Jing, Qi Xiaohui, Duan Xiusheng. Research status of magnetic matching algorithm and its improvement strategies[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(1): 55-59, 73(in Chinese).
- [58] 郭才发, 胡正东, 张士峰, 等. 地磁导航综述[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1314-1319.
Guo Caifa, Hu Zhengdong, Zhang Shifeng, et al. A survey of geomagnetic navigation[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1314-1319(in Chinese).
- [59] 张文超, 魏东岩, 袁洪, 等. 基于惯性递推原理的行人自主定位方法综述及展望[J]. 导航定位与授时, 2021, 8(3): 109-122.
Zhang Wenchao, Wei Dongyan, Yuan Hong, et al. A survey of pedestrian autonomous positioning method based on inertial recursion principle[J]. Navigation Positioning and Timing, 2021, 8(3): 109-122(in Chinese).
- [60] Kuang J, Niu X, Chen X. Indoor positioning based on pedestrian dead reckoning and magnetic field matching for smartphones[J]. Sensors, 2018, 18(12): 4142.

(编辑:孟彬)