

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2022.03.007

捷联惯导准静基座大失准角线性初始对准方法研究

狄静波, 常路宾

(海军工程大学电气工程学院, 武汉 430033)

摘要:研究了利用线性卡尔曼滤波实现准静基座捷联惯导大失准角初始对准的问题。根据李群理论,如果系统模型具有仿射性,则其对应的线性误差模型是独立于状态估计值的,同时可以从该线性模型精确反推出李群上的非线性状态误差。分析指出,准静基座条件下捷联惯导姿态微分方程满足仿射性条件,其对应的姿态误差方程是独立于姿态估计值的。但是,如果将速度考虑进状态,则整体的状态模型不再满足仿射条件,无论是基于 $SO(3) + R^3$ 还是 $SE(3)$ 姿态描述,所对应的状态误差方程都不能做到独立于状态估计值。基于上述分析,直接对 $SO(3) + R^3$ 状态描述下的速度误差方程进行改造,用重力矢量直接替换比力项,从而构造出独立于状态估计值的状态转移矩阵。仿真实验结果表明,利用所构造的线性状态空间模型,即使在大失准角条件下也能快速收敛到极限对准精度;车载晃动实验结果表明,利用所构造的线性状态空间模型,在大失准角条件下同样能够快速地上小失准角条件下的线性卡尔曼滤波对准结果。

关键词:捷联惯导系统;初始对准;卡尔曼滤波;李群;仿射

中图分类号:U666.1;V249.32

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2022)03-0056-08

SINS Linear Initial Alignment under Quasi-Static Conditions with Large Misalignment

DI Jing-bo, CHANG Lu-bin

(Electrical Engineering College, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: This paper is devoted to investigating the quasi-static base strapdown inertial navigation system (SINS) large misalignment angle initial alignment making use of linear Kalman filtering. According to the Lie theory, if a model is a group affine model, its linear error model is independent of the state estimate, and the nonlinear state error on the group manifold can be exactly recovered from the linear error. It is pointed out that under quasi-static conditions, the SINS attitude differential equation satisfies the group affine condition and the corresponding linear attitude error equation is independent of the state estimate. However, when the velocity is incorporated into the state, the model is no longer a group affine model. Whether based on $SO(3) + R^3$ or $SE(3)$ description, the resulting linear error models are both dependent on the state estimate. Based on the above analysis, through formulating the state as $SO(3) + R^3$, the velocity error equation is modified through substituting the specific force based factor with gravity. The resulting state transition matrix is now independent of the state estimate. The simulation test results show that making use of the modified linear state space model, the initial alignment can achieve the utmost precision under

收稿日期:2021-05-22;修订日期:2022-01-13

作者简介:狄静波(1997-),女,硕士在读,主要从事捷联惯导初始对准方面的研究。

通信作者:常路宾(1987-),男,工学博士,副教授,主要从事船用惯性技术及应用方面的研究。

static condition even with very large misalignment angle. The results of car-mounted swaying experiment show that making use of the modified model, the initial alignment results with large misalignment angle can fast reach the ones by the Kalman filtering based initial alignment with small misalignment angle.

Key words: Strapdown inertial navigation system; Initial alignment; Kalman filtering; Lie group; Group affine

0 引言

初始对准是捷联惯导工作的起始和必要过程。常用的初始对准方法是传统的两步初始对准方法,即先利用解析方法进行粗对准,快速地获得概略已知姿态信息,进而利用该姿态信息作为初始值进行线性卡尔曼滤波精对准^[1]。如果能够获得较为精确的初始姿态,捷联惯导线性误差模型能够有效地完成各种条件下的精对准。由于在角运动/线运动干扰下,传统的解析粗对准不再适用。针对上述难题,目前有两类解决方案:一是利用人为定义惯性系作为过渡坐标系的优化对准方法;二是推导大失准角条件下的非线性误差模型,直接利用非线性滤波进行对准。优化对准是近年来较为盛行的初始对准方法,无论是在学术研究还是在工程应用角度都产生了较大影响^[2-5]。可以说,优化粗对准+卡尔曼滤波精对准能够解决绝大部分应用场景下的初始对准问题。而非线性初始对准一直尝试将传统的两步对准方案统一,直接实现一步对准。但非常可惜的是,由于非线性误差模型的固有缺陷,非线性初始对准在对准速度和稳态精度上一直没有达到传统的两步对准效果。很多时候,非线性初始对准仅仅是作为验证新型非线性滤波算法的一种算例,较少有研究涉及相关模型的优化改进^[6-8]。

近年来兴起的不变扩展卡尔曼滤波(Invariant Extended Kalman Filter, IEKF)算法在惯性基领域得到了广泛的应用,如姿态估计、同时定位与建图、视觉里程计等^[9-12]。不变卡尔曼滤波可以有效解决因状态误估计导致的系统可观测性与实际不符的问题。相关学者也将其引入到捷联惯性基组合导航、系统标定等领域,实验结果表明,该算法可进一步提高定位精度^[13-16]。不变卡尔曼滤波的优势在于通过定义在李群上的状态,构造相应的非线性误差量,进而推导出独立于状态估计值的线性状态空间模型。由于状态空间模型独立于状态估计值,因此能够做到“不变”,进而有效解决误差可观测性问

题。独立于状态估计值的状态空间模型的另外一个突出优势是,基于该线性模型可以精确反推出李群上的非线性误差,即对于初始状态估计远远偏离真实值的情形,利用该线性模型同样可以做到滤波收敛^[9,14]。上述优势为利用线性误差模型实现大失准角初始对准提供了思路,即针对惯导初始对准应用场景下的惯导系统模型,能否推导或设计出独立于状态估计的误差状态空间模型。2015年,A. Barrau在其博士论文^[19]中首次报道了IEKF在惯导初始对准中的应用,相对于传统的初始对准方法,该线性化方法在大失准角下依然适用。

根据上述思路,本文利用李群理论中的仿射性分析方法,系统研究了准静基座条件下捷联惯导姿态和速度微分方程。分析指出,捷联惯导姿态微分方程满足仿射性条件,从而为利用其线性误差方程实现大失准角初始对准提供了可能。同时,通过分析 $SO(3) + \mathbf{R}^3$ 和 $SE(3)$ 两种状态描述下的误差模型,指出两种模型中速度误差模型都与状态估计值有关,而且 $SE(3)$ 状态描述下的观测方程也与姿态误差有关。在上述分析的基础上,直接对 $SO(3) + \mathbf{R}^3$ 状态描述下的速度误差方程进行改造,用重力矢量替换原有误差方程中的比力项,进而实现整体误差状态模型的不变性。仿真实验和车载晃动实验也验证了利用所研究的线性模型能够有效实现大失准角初始对准。

由于本文所研究的模型未考虑位置状态,因此只适用于准静基座条件下的初始对准;同时,状态空间模型未考虑惯性器件误差,因此所研究的对准算法仍然定位于粗对准。

1 准静基座下惯导模型分析

1.1 准静基座惯导微分方程

记地心惯性坐标系为*i*系,载体坐标系(右-前-上)为*b*系,导航坐标系(东-北-天)为*n*系,地球坐标系为*e*系。准静基座条件下,载体位置信息可以认为是已知且不变,因此对于粗对准而言,可以只

考虑姿态和速度信息。导航坐标系姿态和速度微分方程为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{C}}_b^n &= \mathbf{C}_b^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_b^n \\ \dot{\mathbf{v}}^n &= \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b + \mathbf{g}^n\end{aligned}\quad (1)$$

其中, $\mathbf{C}_b^n \in \mathbf{SO}(3)$ 表示载体姿态矩阵,也是初始对准需要求解的未知量; $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 表示载体角速度,由陀螺测量得到; $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ 表示地球自转在导航坐标系下的投影,对于准静基座且位置已知的情形, $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ 是一常值; \mathbf{f}^b 表示载体比力,由加速度计测量得到; \mathbf{g}^n 表示重力矢量,可以认为是一常值。

需要指出的是,式(1)中的惯导微分方程本质上是一个阻尼微分方程^[19],即式(1)中已经默认代入了速度为零、位置为已知常值的条件。后续的线性误差模型都是在该阻尼惯导微分方程基础上推导的。因此,如果进行间接式初始对准,即先惯导解算、再滤波估计状态误差、进而反馈修正,那么在惯导解算阶段必须用该阻尼微分方程,而不能利用未简化的惯导微分方程。

1.2 惯导微分方程仿射性分析

根据李群理论,对于定义在群上的状态 $\boldsymbol{\chi} \in \sigma$, 其对应的状态模型为

$$\dot{\boldsymbol{\chi}} = f_u(\boldsymbol{\chi}) \quad (2)$$

其中, \mathbf{u} 表示已知输入量。文献[14, 18]指出,对于 $\boldsymbol{\chi}_1, \boldsymbol{\chi}_2 \in \sigma$, 如果 $f_u(\boldsymbol{\chi})$ 满足如下关系式

$$f_u(\boldsymbol{\chi}_1 \boldsymbol{\chi}_2) = f_u(\boldsymbol{\chi}_1) \boldsymbol{\chi}_2 + \boldsymbol{\chi}_1 f_u(\boldsymbol{\chi}_2) - \boldsymbol{\chi}_1 f_u(\mathbf{I}_{nd}) \boldsymbol{\chi}_2 \quad (3)$$

则 $f_u(\boldsymbol{\chi})$ 表示的模型是一个仿射模型,其欧几里得空间下的线性化模型独立于状态估计值,同时可以根据该线性化模型精确反推出李群上的非线性误差^[14, 18]。

上述理论为利用线性模型实现任意失准角下的初始对准提供了思路,即通过对惯导微分方程中涉及的状态在李群上进行建模,进而分析其对应的模型是否满足上述仿射性条件。

对于模型(1)中的姿态和速度,一般有两种状态定义方式。惯导初始对准领域传统的定义方式为 $\mathbf{SO}(3) + \mathbf{R}^3$, 即将姿态定义在李群上,而速度定义在欧几里得空间下。另外一种定义方式是将姿态和速度集成定义为特殊欧氏群 $\mathbf{SE}(3)$ 的元素,即

$$\boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^n & \mathbf{v}^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

对于式(4)中的李群状态,其对应的系统模型为

$$f_u(\boldsymbol{\chi}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_b^n & \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b + \mathbf{g}^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

接下来分析模型(5)是否满足式(3)。根据定义(4)可得

$$\boldsymbol{\chi}_1 \boldsymbol{\chi}_2 = \boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{C}_{b,2}^n & \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{v}_2^n + \mathbf{v}_1^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

令 $\mathbf{A} = f_u(\boldsymbol{\chi}_1 \boldsymbol{\chi}_2)$, 则

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(1,1) &= \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{C}_{b,2}^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{C}_{b,2}^n \\ \mathbf{A}(1,2) &= \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{C}_{b,2}^n \mathbf{f}^b + \mathbf{g}^n\end{aligned}\quad (7)$$

令 $\mathbf{B} = f_u(\boldsymbol{\chi}_1) \boldsymbol{\chi}_2$, 则

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(1,1) &= \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) \mathbf{C}_{b,2}^n - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{C}_{b,2}^n \\ \mathbf{B}(1,2) &= \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) \mathbf{v}_2^n - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{v}_2^n + \\ &\quad \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{f}^b + \mathbf{g}^n\end{aligned}\quad (8)$$

令 $\mathbf{C} = \boldsymbol{\chi}_1 f_u(\boldsymbol{\chi}_2)$, 则

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(1,1) &= \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{C}_{b,2}^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) - \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_{b,2}^n \\ \mathbf{C}(1,2) &= \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{C}_{b,2}^n \mathbf{f}^b + \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{g}^n\end{aligned}\quad (9)$$

令 $\mathbf{D} = \boldsymbol{\chi}_1 f_u(\mathbf{I}_{nd}) \boldsymbol{\chi}_2$, 则

$$\begin{aligned}\mathbf{D}(1,1) &= \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) \mathbf{C}_{b,2}^n - \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_{b,2}^n \\ \mathbf{D}(1,2) &= \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) \mathbf{v}_2^n - \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{v}_2^n + \\ &\quad \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{f}^b + \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{g}^n\end{aligned}\quad (10)$$

通过验证可知

$$\mathbf{A}(1,1) = \mathbf{B}(1,1) + \mathbf{C}(1,1) - \mathbf{D}(1,1) \quad (11)$$

但是由于

$$(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{C}_{b,1}^n \mathbf{v}_2^n \neq \mathbf{C}_{b,1}^n (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) \mathbf{v}_2^n \quad (12)$$

可以验证

$$\mathbf{A}(1,2) \neq \mathbf{B}(1,2) + \mathbf{C}(1,2) - \mathbf{D}(1,2) \quad (13)$$

也就是说,对于定义在 $\mathbf{SE}(3)$ 上的状态(4),其状态模型(5)不是仿射模型,因此不能根据状态定义(4),推导其对应的线性模型,从而实现大失准角初始对准。但是通过式(12)可知,如果只考虑姿态,则 \mathbf{C}_b^n 对应的模型是一个仿射模型,从而为利用其线性模型实现大失准角初始对准提供了可能。第2节将从 $\mathbf{SO}(3) + \mathbf{R}^3$ 和 $\mathbf{SE}(3)$ 两种状态定义所对应的线性模型入手,研究能够实现大失准角初始对准的线性模型。

2 独立于状态估计的惯导线性误差模型设计

对于 $\mathbf{SE}(3) + \mathbf{R}^3$ 状态定义,定义状态误差量为

$$\delta \mathbf{x}^n = [\boldsymbol{\varphi}^{nT} \quad \delta \mathbf{v}^{nT}]^T \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{C}_n^n = \mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{C}}_b^{n'T} \approx \mathbf{I}_{3 \times 3} + (\boldsymbol{\varphi}^n \times) \quad (15)$$

$$\delta \mathbf{v}^n = \tilde{\mathbf{v}}^n - \mathbf{v}^n \quad (16)$$

则 $\delta \mathbf{x}^n$ 所对应的状态空间模型为

$$\delta \dot{\mathbf{x}}^n = \mathbf{F}_\delta^n \delta \mathbf{x} + \mathbf{G}_\delta^n \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_g^b \\ \boldsymbol{\eta}_a^b \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{F}_\delta^n = \begin{bmatrix} -(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ (\tilde{\mathbf{C}}_b^{n'} \tilde{\mathbf{f}}^b \times) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{G}_\delta^n = \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_b^{n'} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\tilde{\mathbf{C}}_b^{n'} \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中, $\boldsymbol{\eta}_g^b$ 为陀螺测量噪声; $\boldsymbol{\eta}_a^b$ 为加速度计测量噪声。通过式(18)可以看出,姿态误差模型是独立于状态估计值的,这也印证了式(11)所反映的规律。但是速度误差模型与姿态估计值 $\tilde{\mathbf{C}}_b^{n'}$ 有关,整体的误差模型并不是状态独立的。

如果选取速度误差作为观测量,则对应的观测模型为

$$\mathbf{y} = \underbrace{[\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{I}_{3 \times 3}]}_{\mathbf{H}_\delta^n} \delta \mathbf{x}^n \quad (20)$$

对于 $\mathbf{SE}(3)$ 状态定义,定义状态误差量为

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\chi} \tilde{\boldsymbol{\chi}}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{C}}_b^{n'T} & \mathbf{v}^n - \mathbf{C}_n^n \tilde{\mathbf{v}}^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

可以看出,姿态误差定义同式(15)是一致的。速度误差定义可近似为

$$d\mathbf{v}^n \approx -\delta \mathbf{v}^n + \tilde{\mathbf{v}}^n \times \boldsymbol{\varphi}^n \quad (22)$$

可以看出,式(22)中的速度误差与文献[15-18]中的变换速度误差是内在一致的,事实上,文献[15-18]中的变换速度误差也是受 IEKF 算法启发而来的。

定义状态量为

$$d\mathbf{x}^n = [\boldsymbol{\varphi}^{nT} \quad d\mathbf{v}^{nT}]^T \quad (23)$$

其对应的状态空间模型为

$$d\dot{\mathbf{x}}^n = \mathbf{F}_d^n d\mathbf{x}^n + \mathbf{G}_d^n \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_g^b \\ \boldsymbol{\eta}_a^b \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{F}_d^n = \begin{bmatrix} -(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ [(\mathbf{g}^n \times) - (\tilde{\mathbf{v}}^n \times)(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times)] & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{G}_d^n = \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_b^{n'} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\tilde{\mathbf{C}}_b^{n'} \end{bmatrix} \quad (26)$$

如果选取速度误差作为观测量,则对应的观测模型为

$$\mathbf{y} = \underbrace{[(\tilde{\mathbf{v}}^n \times) - \mathbf{I}_{3 \times 3}]}_{\mathbf{H}_d^n} d\mathbf{x}^n \quad (27)$$

通过式(25)和式(27)可以看出,误差状态模型和观测模型都与速度估计值 $\tilde{\mathbf{v}}^n$ 有关,这也印证了式(13)所反映的规律。

事实上, $\mathbf{SO}(3) + \mathbf{R}^3$ 和 $\mathbf{SE}(3)$ 作为两种状态定义方式,在理论上并没有优劣之分,主要还是看基于其所构造的误差模型的呈现形式。文献[19]指出,状态误差量的构建并不拘泥于特定的流形上状态的定义。通过对比分析式(18)和式(25)可以看出,不同的速度误差定义可以产生不同的速度误差模型。由于姿态微分方程本身具有仿射性,其对应的姿态误差模型与状态估计无关。因此,可以对速度误差方程进行改造,目的是使其模型同样独立于状态估计,从而最大程度减小速度模型的非仿射性对整体系统误差估计的影响。基于上述认识,对状态空间模型(17)进行改造。在准静基座条件下,根据模型(1)可得

$$\mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b \approx -\mathbf{g}^n \quad (28)$$

因此,式(17)可改写为

$$\delta \dot{\mathbf{x}}^n = \tilde{\mathbf{F}}_\delta^n \delta \mathbf{x} + \mathbf{G}_\delta^n \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_g^b \\ \boldsymbol{\eta}_a^b \end{bmatrix} \quad (29)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{F}}_\delta^n = \begin{bmatrix} -(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -(\mathbf{g}^n \times) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (30)$$

从式(30)可以看出,新的状态转移矩阵已经与状态估计值无关,是一个常值矩阵。式(30)与式(25)非常类似,都含有 $(\mathbf{g}^n \times)$ 项,但是式(29)中的速度误差定义仍然在 \mathbf{R}^3 上,因此其误差方程中不存在 $(\tilde{\mathbf{v}}^n \times)(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times)$ 项。而且更为重要的是,式(29)中误差状态量所对应的观测模型仍然为式(20),也就是说仍然是独立于状态量的常值矩阵。虽然式(29)中的噪声转移矩阵仍然与姿态估计值有关,但是正如文献[14]所述,增加状态相关噪声虽然会对系统整体的不变性产生一定影响,但是大部分不变性仍然得以保证,从而为利用线性模型实现群上的非线性误差估计提供了可能。这也是利用状态模型(29)和观测模型(20)实现大失准角初始对准的理论基础所在。

3 实验研究

为了验证所研究模型的有效性,分别设计了仿真实验和车载晃动实验。参与比较的算法模型分

别为:状态空间模型(17)和(20)记为模型 1;状态空间模型(24)和(27)记为模型 2;状态空间模型(29)和(20)记为模型 3。

3.1 仿真实验

假设惯导静止于北纬 34° 处,陀螺漂移设置为 $0.01^\circ/\text{h}$ 、随机游走噪声为 $0.001^\circ/\sqrt{\text{h}}$,加速度计零偏设置为 $100\mu\text{g}$ 。陀螺和加速度计的采样率设置为 100Hz ,初始姿态设置为 $[0\ 0\ 0]^\circ$ 。设置初始对准误差为 $[89\ 89\ 179]^\circ$,分别利用上述三种模型,且采用姿态反馈校正的滤波方式进行初始对准。利用三种模型进行一次初始对准后,3个姿态角的对准误差分别如图 1~图 3 所示,图中同时画出了每个轴向的极限对准精度。从图中可以看出,如果不考虑对准的稳态精度,利用三种线性模型均可以实现大失准角条件下的对准,这似乎与常规的两步对准经典方法有所区别。这是因为本文中使用的模型都是简化模型,已经消除了其他观测性较弱的状态量,如位置、器件误差等对姿态估计的影响。如果采用全阶线性模型进行上述对准,则滤波估计不能收敛。在所研究的初始对准问题中,使用 $\text{SE}(3)$ 描述状态量相对于 $\text{SO}(3) + \mathbf{R}^3$ 表示方法并没

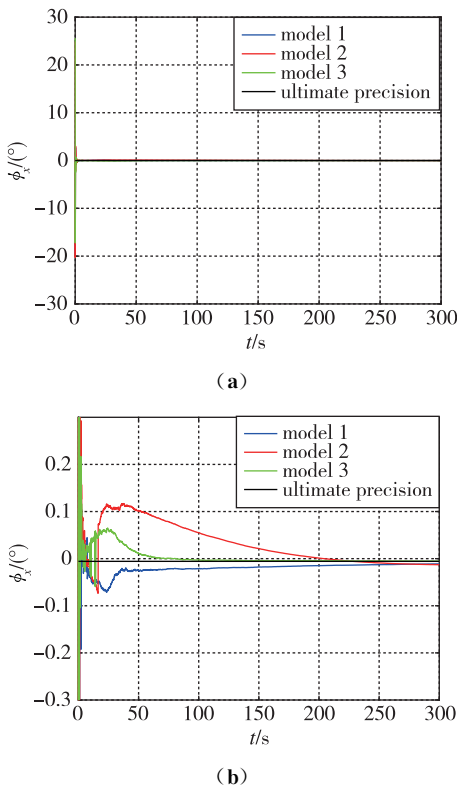


图 1 仿真实验俯仰角对准误差

Fig. 1 Alignment errors of the pitch angle in simulation test

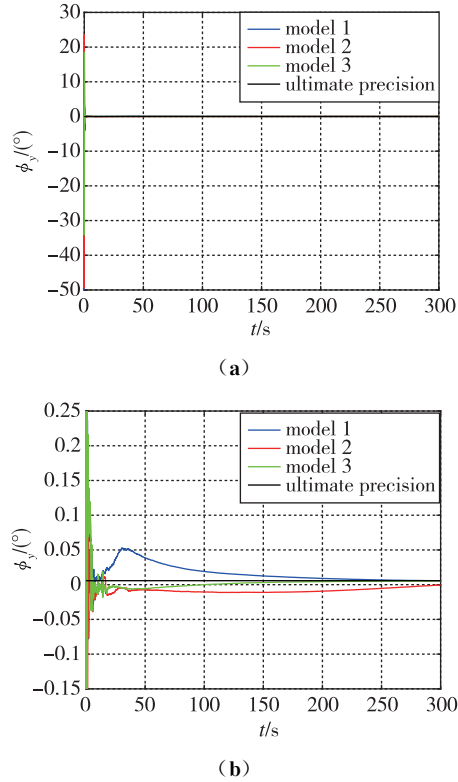


图 2 仿真实验横滚角对准误差

Fig. 2 Alignment errors of the roll angle in simulation test

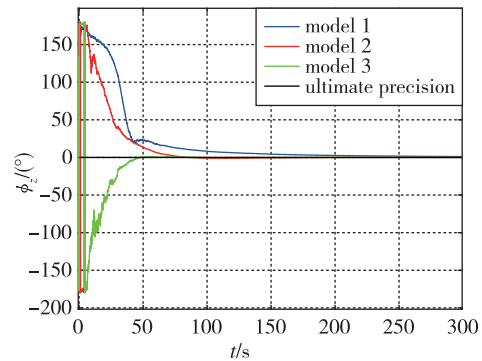


图 3 仿真实验航向角对准误差

Fig. 3 Alignment errors of the heading angle in simulation test

有提升滤波精度,相反,在对准精度和速度上性能都有所下降。这也说明了 $\text{SE}(3)$ 与 $\text{SO}(3) + \mathbf{R}^3$ 本质上并没有优劣之分,在选用时需要结合具体问题具体分析。另外,本文研究的对准模型在对准速度和对准精度上都表现最好,3个姿态角都对准到了极限对准精度。这说明利用所研究的线性模型可以实现大失准角或者任意失准角的快速粗对准。三种简化模型的对准结果也表明,对于准静基座初始对准,采用大失准角非线性对准模型和非线性滤波进行对准基本没有必要。这是因为,一方面非线

性滤波较线性卡尔曼滤波而言计算量较大,另一方面由于模型缺陷(如欧拉角转动顺序的问题)会导致相应的方法不一定能收敛到极限对准精度。

3.2 车载实验

本节采用车载晃动激光惯导数据对上述不同初始对准方法进行验证。激光陀螺随机漂移稳定性为 $0.01(^{\circ})/h$, 加速度计零偏稳定性为 $100\mu g$ 。惯导启动后, 实验人员频繁地开关车门、上下车及车内走动, 人为地增加惯导系统的晃动干扰。此次实验由于没有姿态基准, 为了对不同初始对准算法进行验证, 采用如下方案: 首先利用优化对准算法获得起始时刻的姿态, 利用该姿态作为初始值进行卡尔曼滤波对准, 使用的误差状态模型为模型 1。同时, 在优化对准获得的初始姿态的基础上, 人为加上 $[89 \ 89 \ 179]^{\circ}$ 初始误差用以模拟大失准角条件, 进而利用上述三种线性模型执行线性卡尔曼滤波。上述算法验证方案的可行性在于: 一是优化对准在晃动基座条件下可以有效完成粗对准, 从而可以为线性卡尔曼滤波算法提供一个充分小的初始值; 二是在给定较为准确的初始姿态的前提下, 线性卡尔曼滤波对准的有效性已经得到广泛的验证、认可和应用, 其结果可以作为参考基准。在上述实验方案下, 利用三种模型进行一次初始对准后, 3 个姿态角的对准误差分别如图 4~图 6 所示。实验结果反映的规律与仿真实验结果基本一致, 三种模型在大失准角下都能收敛, 但是模型 2 即基于 $SE(3)$ 状态描述的效果最差。利用所研究的线性误差模型能够很快地跟踪小失准角卡尔曼滤波的对准结果, 对准速度和精度都优于其他两种模型。该实验也表明所研究的线性模型同样适用于晃动条件下的初始对准。

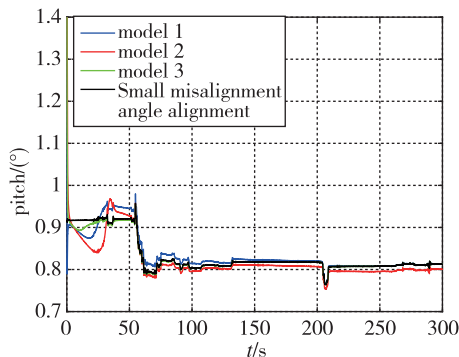


图 4 车载实验俯仰角对准结果

Fig. 4 Alignment results of the pitch angle in car-mounted test

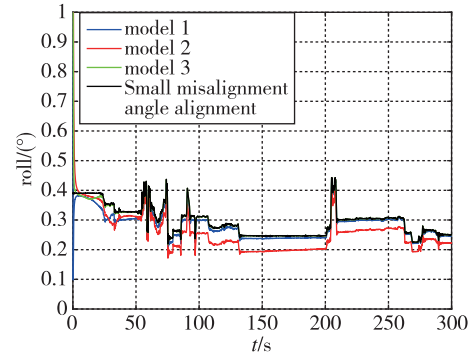


图 5 车载实验横滚角对准结果

Fig. 5 Alignment results of the roll angle in car-mounted test

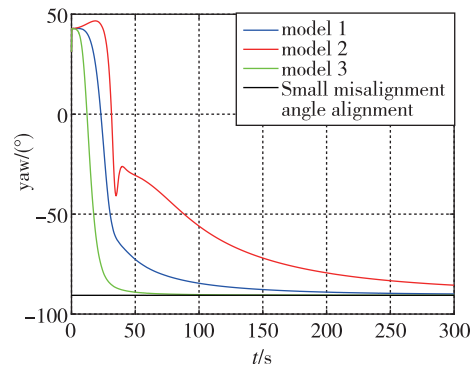


图 6 车载实验航向角对准结果

Fig. 6 Alignment results of the heading angle in car-mounted test

4 结论

本文从仿射性分析角度, 系统研究了准静基座条件下捷联惯导系统的初始对准问题。分析指出, 惯导姿态微分方程满足仿射性条件, 具备利用其线性模型进行大失准角初始对准的可能。但是当增加速度作为状态量后, 整体模型不再满足仿射性条件, 因此无论是基于 $SO(3) + R^3$ 还是 $SE(3)$ 的状态描述, 都不能直接推导出完全独立于状态估计值的状态空间模型。在上述分析的基础上, 本文直接将 $SO(3) + R^3$ 状态描述下的速度误差模型中的比力项用重力矢量代替, 从而构造出完全独立于状态估计值的状态转移矩阵。仿真实验和车载晃动实验结果表明, 利用新构造的线性状态空间模型能够实现大失准角下的初始对准, 初始对准速度和精度都优于传统模型。

基于本文的分析和实验结果, 可以得到以下结论:

1) 在准静基座条件下, 采用优化对准或者本文

提出的线性大失准角对准都能够较为准确地为后续卡尔曼滤波精对准提供初始姿态信息。

2)本文所研究的方法也能够为后续的线性卡尔曼滤波精对准提供姿态方差初始信息,从而缩短相应的阶跃响应时间。

由于本文的分析是在准静基座前提下展开的,相关模型和结论并不适用于动基座初始对准问题。由于增加位置作为状态后,会进一步影响模型整体的仿射性,如何参照本文思路推导独立于状态估计值的状态空间模型,进而实现动基座大失准角线性卡尔曼滤波对准是接下来需要开展的工作。

致谢 感谢西北工业大学严恭敏老师提供的开源高精度捷惯导航算法(Precise Strapdown Inertial Navigation System, PSINS),相关程序代码加深了作者对惯导相关算法的学习理解,加快了对相关算法的改进和验证。感谢上海交通大学武元新老师在状态表示方面对作者的指导。同时,作者非常感谢严恭敏老师提供的车载激光陀螺惯导数据,该数据应用于本文中车载实验验证一节。

参考文献

- [1] 徐祥,徐晓苏,张涛,等.一种改良Kalman滤波参数辨识粗对准方法[J].中国惯性技术学报,2016,24(3):320-324.
Xu Xiang, Xu Xiaosu, Zhang Tao, et al. Improved Kalman filter for SINS coarse alignment based on parameter identification[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(3): 320-324(in Chinese).
- [2] 严恭敏,李思锦,高文劼,等.纬度未知条件下的抗扰动惯性系初始对准改进方法[J].中国惯性技术学报,2020,28(2):141-146.
Yan Gongmin, Li Sijin, Gao Wenshao, et al. An improvement for SINS anti-rocking alignment under geographic latitude uncertainty[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(2): 141-146(in Chinese).
- [3] 严恭敏,陈若彤,郭鹏.多矢量定姿的SVD和QUEST算法等价性分析[J].中国惯性技术学报,2019,27(5):568-572.
Yan Gongmin, Chen Ruotong, Guo Kun. Equivalence analysis between SVD and QUEST for multi-vector attitude determination[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019, 27(5): 568-572(in Chinese).
- [4] Chang L, Li J, Li K. Optimization-based alignment for strapdown inertial navigation system: comparison and extension[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52(4): 1697-1713.
- [5] 严恭敏,严卫生,徐德民.简化UKF滤波在SINS大失准角初始对准中的应用[J].中国惯性技术学报,2008,16(3):253-264.
Yan Gongmin, Yan Weisheng, Xu Demin. Application of simplified UKF in SINS initial alignment for large misalignment angles[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(3): 253-264(in Chinese).
- [6] Yan G, Yan W, Xu D. Application of simplified UKF in SINS initial alignment for large misalignment angles[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(3): 253-264.
- [7] 郭士萃,许江宁,李峰.强跟踪CKF及其在惯导系统初始对准中的应用[J].中国惯性技术学报,2017,25(4):436-441.
Guo Shiluo, Xu Jiangning, Li Feng. Strong tracking cubature Kalman filter for initial alignment of inertial navigation system[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(4): 436-441(in Chinese).
- [8] Chang L, Qin F, Jiang S. Strapdown inertial navigation system initial alignment based on modified process model[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(15): 6381-6391.
- [9] Barrau A, Bonnabel S. The invariant extended Kalman filter as a stable observer[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(4): 1797-1812.
- [10] Zhang T, Wu K, Song J, et al. Convergence and consistency analysis for a 3D invariant-EKF SLAM[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2017, 2(2): 733-740.
- [11] Heo S, Jung J H, Park C G. Consistent EKF-based visual inertial navigation using points and lines[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(18): 7638-7649.
- [12] Brossard M, Barrau A, Bonnabel S. Exploiting symmetries to design EKFs with consistency properties for navigation and SLAM[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(4): 1572-1579.
- [13] Wang M S, Wu W Q, Zhou P Y, et al. State transformation extended Kalman filter for GPS/SINS tightly coupled integration[J]. GPS Solutions, 2018, 22(4): 112.
- [14] Hartley R, Ghaffari M, Eustice R, et al. Contact-aided invariant extended Kalman filtering for robot state estimation[J]. The International Journal of Robotics Research, 2020, 39(4): 402-430.
- [15] Wang M S, Wu W Q, He X F, et al. Consistent ST-EKF for long distance land vehicle navigation based on SINS/OD integration[J]. IEEE Transactions on

- Vehicular Technology, 2019, 68(11): 10525-10534.
- [16] 王茂松, 吴文启, 何晓峰, 等. 状态变换卡尔曼滤波的进一步解释及应用[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(4): 499-504+509.
- Wang Maosong, Wu Wenqi, He Xiaofeng, et al. Further explanation and application of state transformation extended Kalman filter[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019, 27(4): 499-504+509(in Chinese).
- [17] 张鹭, 吴文启, 王茂松. 状态变换扩展卡尔曼平滑算法在 AUV 水下航迹修正中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28(2): 206-212.
- Zhang Lu, Wu Wenqi, Wang Maosong. Application of state transformation extended Kalman smoothing in AUV underwater track correction[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(2): 206-212 (in Chinese).
- [18] 严恭敏. 捷联惯导系统动基座初始对准及其它相关问题研究[R]. 西北工业大学博士后研究报告, 2008.
- Yan Gongmin. Research on initial alignment of SINS on moving base and other related issues[R]. Postdoctoral Research Work Report of Northwestern Polytechnical University, 2008(in Chinese).
- [19] Barrau A. Non-linear state error based extended Kalman filters with applications to navigation[D]. Paris: Mines Paristech, 2015.

(编辑:李瑾)