

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2022.03.014

# 改进自适应抗差容积卡尔曼滤波多源室内定位

李鹏, 荣冬成, 向宇翔, 凌智琛, 夏 璿

(湘潭大学自动化与电子信息学院, 湖南湘潭 411100)

**摘要:**针对容积卡尔曼滤波在多源融合定位中存在跟踪能力不强和自适应能力差的问题,在传统容积卡尔曼滤波的基础上,提出了改进自适应抗差容积卡尔曼滤波算法。建立了基于新息的自适应判决准则与修正方法,使得滤波算法能够及时跟踪目标真实状态;引入抗差因子调节观测协方差矩阵,以减小观测值异常问题对滤波精度的影响;采用奇异值分解代替容积卡尔曼中的Cholesky分解,提高数值计算的稳定性。超宽带/惯性导航联合定位实验结果表明,与扩展卡尔曼滤波和容积卡尔曼滤波相比,改进的自适应抗差容积卡尔曼滤波定位精度更高,数值稳定性更好,增强了定位系统在粗差干扰下的鲁棒性。

**关键词:**容积卡尔曼滤波;奇异值分解;自适应修正;抗差因子;室内定位

**中图分类号:** TN967.2      **文献标志码:** A      **文章编号:** 2095-8110(2022)03-0107-07

## Improved Adaptive Robust Cubature Kalman Filter for Multi-source Indoor Positioning

LI Peng, RONG Dong-cheng, XIANG Yu-xiang, LING Zhi-chen, XIA Jun

(College of Automation and Electronic Information, Xiangtan University, Xiangtan, Hunan 411100, China)

**Abstract:** Cubature Kalman filter has the problems of weak tracking ability and poor adaptive ability in multi-source fusion positioning. Based on the traditional cubature Kalman filter, an improved adaptive robust cubature Kalman filter algorithm is proposed in this paper. The adaptive decision criterion and correction method based on innovation are established, so that the filtering algorithm can track the real state of the target in time. The robust factor is introduced to adjust the observation covariance matrix to reduce the influence of observation anomaly on the filtering accuracy. Singular value decomposition is used instead of Cholesky decomposition in cubature Kalman filter to improve the stability of numerical calculation. The experimental results of UWB/inertial navigation joint positioning show that compared with extended Kalman filter and cubature Kalman filter, the improved adaptive robust cubature Kalman filter has higher positioning accuracy and better numerical stability, and enhances the robustness of the positioning system under gross error interference.

**Key words:** Cubature Kalman filter; Singular value decomposition; Adaptive correction; Robust factor; Indoor positioning

**收稿日期:** 2021-10-27; **修订日期:** 2021-11-16

**基金项目:** 国家自然科学基金(61773330); 国家重点研发计划(2020YFA0713501); 湖南省教育厅科学研究项目(18C0126); 湖南省自然科学基金(2021JJ50126); 湖南省教育厅重点项目(21A0083)

**作者简介:** 李鹏(1978-), 男, 博士, 教授, 主要从事室内外导航定位方面的研究。

**通信作者:** 荣冬成(1996-), 男, 硕士, 主要从事室内导航定位方面的研究。

## 0 引言

在组合导航系统中,高精度的滤波算法对导航定位的解算精度具有重要的影响<sup>[1]</sup>。扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter,EKF)虽然可以用于非线性系统滤波,但是其线性化环节会引入高截断误差,且 Jacobi 矩阵的计算会增加运算的难度,在实际工程应用中效果不佳<sup>[2]</sup>。无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter,UKF)克服了 EKF 的局限性,基于无味变换(Unscented Transformation,UT)构建了一系列 Sigma 点,以逼近状态向量的后验概率密度函数<sup>[3]</sup>,实现简单且精度远高于 EKF;但是 UKF 在系统状态量发生突变的情况下鲁棒性较差,其精度容易受到影响。容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter,CKF)利用三阶球面径向容积准则,对概率密度函数进行近似<sup>[4]</sup>,相较于以上的滤波方法,CKF 的精度和稳定性都有所提高,为解决非线性和噪声不确定问题提供了一个新的起点。

以上方法均为非线性系统滤波常用的方法,但普遍存在跟踪能力不强和自适应能力差的问题<sup>[5]</sup>。在系统受到观测值异常或者状态量突变的影响时,滤波器容易产生精度下降的问题,甚至出现滤波发散的情况。文献[6]提出了自适应 CKF 方法,能够有效增强系统的跟踪能力,系统的观测值异常或状态量突变问题也得到了很好地解决<sup>[7]</sup>。文献[8]提出了一种抗差方法,能够有效减弱波动较大的数据对于滤波器稳定性的影响。

针对滤波跟踪能力不强和自适应能力差的问题,提出了一种改进自适应抗差 CKF 算法,在自适应修正的基础上使用抗差方法可以更好地减弱异常观测值的影响,结合奇异值分解(Singular Value Decomposition,SVD)方法,可以使得滤波器更好地运行,改善了滤波效果,提高了滤波器的稳定性。

## 1 系统状态方程和观测方程

### 1.1 超宽带测量方程

超宽带(Ultra-Wide Band,UWB)测量方程可表示为

$$\mathbf{Z}_{\text{UWB}} = \mathbf{H}_{\text{UWB}}(\mathbf{X}_1) + \mathbf{N}_{\text{UWB}} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{Z}_{\text{UWB}} = [d_1, d_2, \dots, d_L]^T$ ;  $\mathbf{X}_1 = [x, y, z]^T$ ;  $\mathbf{H}_{\text{UWB}}(\cdot)$  为观测方程;  $\mathbf{N}_{\text{UWB}} = [n_{u,1}, \dots, n_{u,L}]^T$  是零均值高斯测量误差噪声,其协方差矩阵为

$\mathbf{R}_{\text{UWB}}$ 。

### 1.2 惯性导航系统测量方程

惯性导航系统(Inertial Navigation System,INS)测量模型,通过惯性测量单元(Intertial Measurement Unit,IMU)传感器的测量角速度和测量加速度获取目标位姿信息,测量模型如下

$$\mathbf{Z}_{\text{INS}} = \mathbf{H}_{\text{INS}}(\mathbf{X}_2) + \mathbf{N}_{\text{INS}} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{Z}_{\text{INS}} = [a_x^b, a_y^b, a_z^b, r_\theta, r_\gamma, r_\varphi]^T, a_x^b, a_y^b, a_z^b$  为导航系下的加速度矢量,  $r_\theta, r_\gamma, r_\varphi$  为测量角速度;  $\mathbf{X}_2 = [a_x^n, a_y^n, a_z^n, \theta, \gamma, \varphi]^T, a_x^n, a_y^n, a_z^n$  为载体坐标系下的加速度矢量,  $\theta, \gamma, \varphi$  为载体姿态的俯仰角、滚转角、航偏角;  $\mathbf{H}_{\text{INS}}(\cdot)$  是基于测量模型的观测方程;  $\mathbf{N}_{\text{INS}} = [n_x, n_y, n_z, n_{r,\theta}, n_{r,\varphi}, n_{r,\gamma}]^T$  为包含白高斯噪声和基于一阶马尔可夫过程随机游走的测量误差噪声,其协方差矩阵为  $\mathbf{R}_{\text{INS}}$ ,  $n_x, n_y, n_z$  为加速度测量误差噪声,  $n_{r,\theta}, n_{r,\varphi}, n_{r,\gamma}$  为角速度测量误差噪声。

### 1.3 UWB/INS 融合定位方程

非线性系统模型如下

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \mathbf{F}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{Z}_k = [\mathbf{Z}_{\text{UWB}}^T, \mathbf{Z}_{\text{INS}}^T]^T$  为集中式融合观测值,维度为  $M$ ;  $\mathbf{H}(\mathbf{X})$  为融合观测方程,  $\mathbf{X}$  为包含位置的状态向量,维度为  $N$ ;  $\mathbf{W}_k$  为过程噪声,  $\mathbf{V}_k$  为测量噪声,二者互不相关,且每个传感器测量值不相关。

## 2 改进自适应抗差 CKF 算法

### 2.1 新息自适应修正

新息是实际值与量测预测值之差,能比较直观地反映出预测值偏离实际状态的趋势与程度<sup>[9]</sup>。新息一般用于对系统进行判定,并决定是否需要修正以及如何修正。

量测值时刻影响量测误差协方差  $\mathbf{R}_k$ <sup>[10]</sup>,当系统在没有不良量测的情况下,此时系统的量测噪声是白噪声<sup>[11]</sup>。因此,系统状态真实值及量测预测值都应该在以  $k+1$  时刻的量测值为中心,协方差平方根  $\sqrt{R_{k+1,i}}$  为半径的测量圆内。

因此,可以建立基于新息的修正判决准则<sup>[12]</sup>。当新息第  $i$  个分量的绝对值大于某一门限时,则需要与状态预测值进行补偿修正。该门限可以等效为一个圆,该圆比测量圆稍小,可以更容易测量系统出现的偏差<sup>[13]</sup>。如图 1 所示,其门限半径为  $r =$

$\lambda \sqrt{R_{k+1,i}}$ 。其中,  $\lambda$  是基于实验得到的缩放因子, 与系统测量精度有关, 主要是为了调节先验预测值和后验量测值对修正范围的影响,  $\lambda$  的选取区间一般为  $[0.6, 1)$ , 本文  $\lambda$  取 0.6。

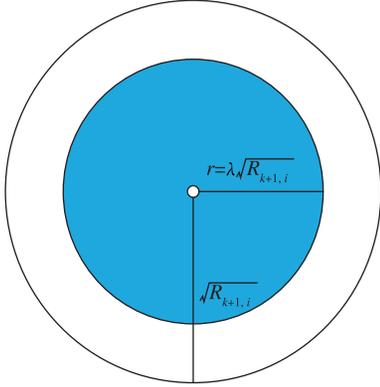


图 1 自适应修正判决门限

Fig. 1 Adaptive modified decision threshold

若新息满足判决准则, 则给系统状态预测值  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$  增加一个符合实际变化的补偿

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}(i) = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}(i) + \mathbf{e}_{k+1|k}(i) * c(i) \quad (4)$$

式中:  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}(i)$  是状态预测值的第  $i$  个向量;  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}(i)$  是对第  $i$  个向量的修正值;  $\mathbf{e}_{k+1|k}(i)$  是  $k+1$  时刻新息的第  $i$  个分量;  $c(i)$  为每个向量对应的修正系数。

修正系数  $c(i)$  的选取需要遵循适度修正原则, 避免过度修正。主要考虑两方面: 一是修正系数与系统量测精度有关; 二是与新息  $\mathbf{e}_{k+1}$  的维度有关。如新息中包含位置信息, 位置信息对应的修正系数  $c(i)$  可以选取稍大一些, 不应超过 0.01; 速度的修正可以通过位置变化传递, 则可以选取稍小些。

在对系统状态预测值  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$  修正后, 会不可避免地估计误差协方差造成影响<sup>[14]</sup>。为了防止滤波修正后偏差的积累, 在每次修正后对估计误差协方差阵也需进行补偿

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} + \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i \right) \times \text{sqrt}(\bar{\mathbf{R}}_{k+1}) \quad (5)$$

其中,  $\bar{\mathbf{R}}_{k+1}$  是  $\mathbf{R}_{k+1}$  对角线元素的均值。

当新息小于判决门限时, 则系统不要修正, 按照 CKF 程序正常滤波即可。

## 2.2 抗差因子

在自适应修正的基础上, 引入抗差因子, 减小异常观测值对 CKF 过程的干扰<sup>[15]</sup>。当观测信息精度很高时, 需加大观测值在状态估计中的权重; 反

之, 当观测信息误差偏大时, 需降低观测值在状态估计中的权重。

在系统得到新息之后, 将新息进行标准化得到抗差

$$s_{ek} = e_{i,k+1} / \sigma_{i,k+1} \quad (6)$$

其中,  $e_{i,k+1}$  为新息的第  $i$  个分量;  $\sigma_{i,k+1}$  为其标准差。

类似 IGGIII 等价权函数模型<sup>[16]</sup>, 对观测抗差值进行分类, 分为 3 个等级进行筛选, 分别对应三种不同的抗差因子

$$r = \begin{cases} 1, & s_{ek} \leq k_0 \\ k_0 \left( \frac{k_1 - s_{ek}}{k_1 - k_0} \right), & k_0 < s_{ek} \leq k_1 \\ 10^{-10}, & s_{ek} \geq k_1 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $k_0, k_1$  为常值, 通常选取  $k_0 = 1.5 \sim 2.0$ ,  $k_1 = 3.0 \sim 8.5$ ;  $s_{ek}$  为标准化抗差。需要注意的是, 抗差因子不能设置为 0, 否则可能会影响观测向量协方差矩阵的迭代更新。

根据观测抗差值引入抗差因子  $r_k$ , 对观测噪声协方差阵进行修正, 即

$$\mathbf{P}_{k+1}^z = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{z}_{k+1}^i (\mathbf{z}_{k+1}^i)^T + \frac{\mathbf{R}}{r_k} \quad (8)$$

## 2.3 SVD

为了避免 CKF 算法中由于 Cholesky 分解导致的系统状态协方差矩阵出现非正定的现象, 可以采用 SVD 方式代替传统的 Cholesky 分解<sup>[17]</sup>。

SVD 方法, 定义如下:

假定  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  ( $m \geq n$ ), 则矩阵  $\mathbf{A}$  的 SVD 可以表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^T = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{V}^T \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ ;  $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ;  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ;  $\mathbf{S} = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_r)$ ,  $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_r \geq 0$ 。  $\mathbf{U}$  的列向量为矩阵  $\mathbf{A}$  的左奇异向量,  $\mathbf{V}$  的列向量为矩阵  $\mathbf{A}$  的右奇异向量。

## 2.4 改进的自适应抗差 CKF 算法

改进自适应抗差 CKF 算法步骤如下:

1) 状态参数初始化

初始化状态量  $\hat{\mathbf{x}}_k$ , 误差协方差  $\mathbf{P}_k$ , 过程噪声  $\mathbf{Q}$  和测量噪声  $\mathbf{R}$ 。

2) 计算容积点

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{U}_k \begin{pmatrix} \mathbf{S}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{U}_k^T$$



物,目的是有效验证非视距处的 UWB 解算误差情况。为了验证算法的有效性,采用 MATLAB 进行仿真分析。

如图 3 所示,在仿真过程中,UWB 受到障碍物以及实际环境中噪声干扰的影响,其结果在障碍物附近和起点处数据稳定性较差,整体稳定性较低。

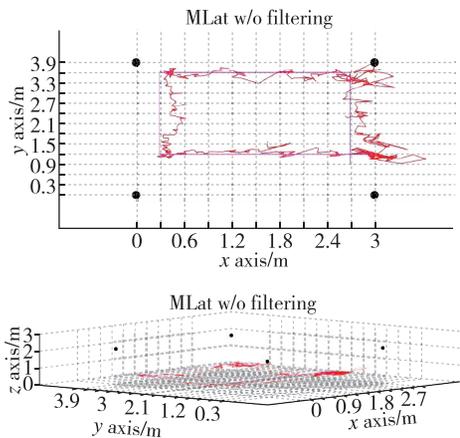


图 3 UWB 定位结果

Fig. 3 UWB positioning results

如图 4 所示,将 UWB 与 INS 进行松耦合,结合改进自适应抗差 CKF 算法进行定位,在起点与障碍物处定位轨迹更加平滑、更接近实际运动轨迹。由此可以得出,该方法状态估计更稳定,系统鲁棒性更好。

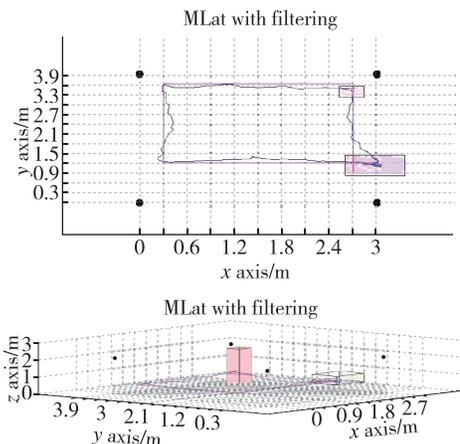


图 4 UWB/INS 融合定位结果

Fig. 4 UWB/INS fusion positioning results

同一场景下,对原始数据分别用 EKF 和 CKF 算法进行数据融合,并与改进自适应抗差 CKF 数据融合误差情况进行对比。传统 EKF 与 CKF 均降低了原始数据的整体误差,平滑了误差毛刺,提升了

系统稳定性。如图 5 所示,改进自适应抗差 CKF 算法与传统 EKF 和 CKF 相比,进一步降低了系统整体误差值,系统在 0~100s 和 150~300s 区间内效果最明显。改进自适应抗差 CKF 与其他几种滤波方法相比,精度更优,系统稳定性更好。

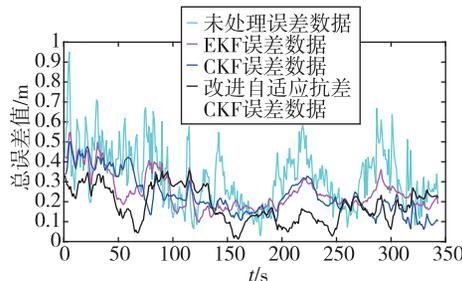


图 5 不同滤波方法数据融合误差对比

Fig. 5 Comparison of data fusion errors of different filtering methods

各个滤波算法误差数值分析如表 1 所示。可以看到,传统 CKF 相较于 EKF 均值误差降低了 2.0451cm,而改进的方法较 EKF 均值误差降低了 6.8326cm。在此基础上,所提方法最大误差值相较于其他方法均有明显降低,在系统出现异常时,减少了数值波动,进一步提升了系统稳定性。

表 1 不同滤波方法误差数值情况对比表

Tab. 1 Comparison table of error values of different filtering methods

滤波算法	误差均值/m	误差最大值/m	误差最小值/m
原始数据	0.317799	0.753127	0.053852
EKF	0.240451	0.497639	0.097221
CKF	0.224319	0.475469	0.061175
改进自适应抗差 CKF	0.172125	0.356437	0.013984

#### 4 结论

本文针对容积卡尔曼滤波在多源融合定位中存在跟踪能力和自适应能力差的问题,采用改进的自适应抗差 CKF 算法进行仿真分析,并得到以下结论:

1) 仿真结果表明,该算法能够保持较高的滤波精度和数值稳定性。

2) 改进的自适应抗差 CKF 算法相较于传统 EKF 算法平均误差降低了 28.42%;相较于传统 CKF 算法平均误差降低了 23.268%。加入的自适

应修正和抗差因子减小了异常观测值对传统 CKF 的干扰,在障碍物附近处定位结果良好;用 SVD 代替 CKF 中的 Cholesky 分解,有效地提高了系统数值计算稳定性,增强了在粗差干扰下的鲁棒性。因此,改进的自适应抗差 CKF 算法提高了多源融合定位精度。

### 参考文献

- [1] 陈昊,张海华,陈玮光,等. 基于 UWB/SINS 组合的行人导航研究[J]. 导航定位与授时, 2020, 7(2): 65-71.  
Chen Hao, Zhang Haihua, Chen Weiguang, et al. Research on pedestrian navigation based on UWB/SINS combination[J]. Navigation Positioning and Timing, 2020, 7(2): 65-71(in Chinese).
- [2] Wang C, Xu A, Kuang J, et al. A high-accuracy indoor localization system and applications based on tightly coupled UWB/INS/floor map integration[J]. IEEE Sensors Journal, 2021(99):1.
- [3] Zhang H, Zhang Z, Zhao R, et al. Review on UWB-based and multi-sensor fusion positioning algorithms in indoor environment[C]// Proceedings of 2021 IEEE 5<sup>th</sup> Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC). IEEE, 2021: 1594-1598.
- [4] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [5] 刘轶,程旭红,程建华. 基于改进强跟踪 ASCKF 算法的 SINS/GNSS 组合对准方法[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(5): 13-19.  
Liu Yi, Cheng Xuhong, Cheng Jianhua. SINS/GNSS integrated alignment method based on improved strong tracking ASCKF algorithm[J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(5): 13-19(in Chinese).
- [6] Zhang H, Xie J, Ge J, et al. Strong tracking SCKF based on adaptive CS model for manoeuvring aircraft tracking[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2018, 12(7): 742-749.
- [7] Hashemi S H, Pariz N. Adaptive transformed unscented simplex cubature Kalman filter for target tracking[J]. IETE Journal of Research, 2021: 1-9.
- [8] 赵欣,王仕成,廖守亿,等. 基于抗差自适应容积卡尔曼滤波的超紧耦合跟踪方法[J]. 自动化学报, 2014, 40(11): 2530-2540.  
Zhao Xin, Wang Shicheng, Liao Shouyi, et al. Ultra tight coupling tracking method based on robust adaptive volume Kalman filter[J]. Journal of Automation, 2014, 40(11): 2530-2540(in Chinese).
- [9] 朱占龙,单友东,杨翼,等. 基于新息正交性自适应滤波的惯性/地磁组合导航方法[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(1): 66-70.  
Zhu Zhanlong, Shan Youdong, Yang Yi, et al. Inertial/geomagnetic integrated navigation method based on innovation orthogonality adaptive filtering [J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2015, 23(1): 66-70(in Chinese).
- [10] Li Z, Zhang L, Tian G. UWB/PDR integrated indoor positioning method based on robust adaptive square root cubature Kalman filter[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1976(1): 012021.
- [11] 李春辉,马健,杨永建,等. 低复杂度自适应容积卡尔曼滤波算法[J/OL]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0642>,北京航空航天大学学报, 2021: 1-11.  
Li Chunhui, Ma Jian, Yang Yongjian, et al. Low complexity adaptive cubature Kalman filter algorithm[J/OL]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0642>, Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021: 1-11(in Chinese).
- [12] Guo S, Sun Y, Chang L, et al. Robust cubature Kalman filter method for the nonlinear alignment of SINS [J]. Defence Technology, 2021, 17(2): 593-598.
- [13] Shen C, Zhang Y, Guo X, et al. Seamless GPS/inertial navigation system based on self-learning square-root cubature Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 68(1): 499-508.
- [14] 闫宝龙,赵东花,刘晓杰,等. 基于改进容积卡尔曼滤波的惯性/光流组合自主测速方法[J]. 导航定位与授时, 2021, 8(3): 15-19.  
Yan Baolong, Zhao Donghua, Liu Xiaojie, et al. Inertial/optical flow combined autonomous velocity measurement method based on improved volumetric Kalman filter[J]. Navigation Positioning and Timing, 2021, 8(3): 15-19 (in Chinese).
- [15] 刘韬,徐爱功,隋心. 基于自适应抗差卡尔曼滤波的 UWB 室内定位[J]. 传感技术学报, 2018, 31(4): 567-572.  
Liu Tao, Xu Aigong, Sui Xin. UWB indoor positioning based on adaptive robust Kalman filter[J]. Journal of Sensing Technology, 2018, 31(4): 567-572(in Chinese).
- [16] 高社生,宋飞彪,姜微微. 抗差自适应模型预测滤波及其在组合导航中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(6): 701-705.

Gao Shesheng, Song Feibiao, Jiang Weiwei. Robust adaptive model predictive filtering algorithm and application to integrated navigation[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(6): 701-705 (in Chinese).

[17] 李兆铭, 杨文革, 丁丹, 等. 基于 SVD 的多终端实时

定轨自适应鲁棒 CKF 算法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(3): 490-496.

Li Zhaoming, Yang Wenge, Ding Dan, et al. Multi terminal real-time orbit determination adaptive robust CKF algorithm based on SVD[J]. Journal of Instrumentation, 2016, 37(3): 490-496 (in Chinese).

(编辑: 李瑾)