

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2022.05.007

具有动态领导者的多智能体系统分组一致性控制

胡顺伟, 陈向勇, 邱建龙, 赵峰

(临沂大学自动化与电气工程学院, 山东临沂 276005)

摘要: 对一类具有动态领导者的非线性多智能体系统的一致性进行研究, 解决了领导-跟随一致性控制问题。首先, 考虑到多目标任务中广泛存在的合作-竞争机制和领导者的控制输入非零的情况, 基于邻居智能体的相对状态信息, 设计了一类分布式的分组一致性控制器。通过在所设计的控制器中增加补偿项, 解决了由领导者非零控制输入引出的问题。引入了一类 Lipschitz-like 条件, 解决了非线性项在实现分组一致时所带来的困难。其次, 利用图论和构造 Lyapunov 函数, 通过求解代数 Riccati 方程得出了系统实现分组一致性的充分条件, 并基于所设计的控制器实现了多智能体系统动态领导-跟随的分组一致性控制。最后, 通过数值仿真和结果分析验证了所提出控制方案的有效性和可行性。

关键词: 多智能体系统; 合作-竞争交互; 动态领导者; 分组一致性

中图分类号: V19

文献标志码: A

文章编号: 2095-8110(2022)05-0067-07

Bipartite Consensus Control of Multiagent Systems with a Dynamic Leader

HU Shun-wei, CHEN Xiang-yong, QIU Jian-long, ZHAO Feng

(School of Automation and Electrical Engineering, Linyi University, Linyi Shandong 276005, China)

Abstract: The consensus of a class of nonlinear multi-agent systems with a dynamic leader is studied, and the problem of leader-following consensus control is solved in this paper. Firstly, the cooperation-competition interaction mechanism and the non-zero control input of leader are considered, which widely exists in multi-objective tasks. Then a distributed bipartite consensus controller is designed based on the relative state information of adjacent agents. By adding compensation in the designed controller, the problem caused by the leader's non-zero control input is solved. A class of Lipschitz-like conditions is introduced to solve the difficulty caused by nonlinear terms in realizing bipartite consensus. Secondly, we employ graph theory and construct the Lyapunov function, and the sufficient conditions for bipartite consensus of multi-agent systems are obtained by solving the algebraic Riccati equation. Then the dynamic leader-following bipartite consensus of multi-agent systems is realized. Finally, numerical simulation and analysis results verify the effectiveness and feasibility of the proposed control scheme.

Key words: Multi-agent systems; Cooperation-competition interaction; Dynamic leader; Bipartite consensus

收稿日期: 2022-04-20; 修订日期: 2022-06-06

基金项目: 国家自然科学基金(62173175, 12026235, 12026234, 61877033); 山东省自然科学基金(ZR2019BF045, ZR2019MF021, ZR2019QF004)

作者简介: 胡顺伟(1997-), 男, 硕士研究生, 主要从事多智能体系统一致性控制方面的研究。

通信作者: 陈向勇(1983-), 男, 博士, 副教授, 主要从事复杂系统与复杂网络控制方面的研究。

0 引言

一致性控制是多智能体系统协同控制的关键问题。一致性控制旨在利用智能体自身和相邻智能体的状态信息设计控制器,实现群体状态的趋同。当前,一致性思想已在微电网均衡调压^[1]、无人机协同^[2-3],以及编队控制^[4-5]中得到了广泛的应用,因此备受关注,相关的成果也接连涌现。

文献[6-7]研究了一类线性多智能体系统,通过设计动态事件触发协议,在不需要全局信息的情况下实现了无领导者的一致性控制。文献[8]则通过状态分解的方法,实现了可以隐藏初始状态信息的平均一致性控制。文献[9]通过在触发间隔引入估计器,减少了相邻触发间隔的状态偏移,实现了有领导者的跟踪一致性控制。相较于无领导者一致性和初值平均一致性,有领导者的跟踪一致性问题复杂度更高,更具有挑战性。文献[10]研究了在切换拓扑下有领导者的线性多智能体系统,利用系统在触发时刻的状态设计了控制器,实现了不依赖于全局信息的领导-跟随一致性控制。文献[11]设计了一个虚拟领导者,利用非周期间歇通信机制,解决了带时滞非线性多智能体系统的领导-跟随问题。文献[12]分别设计了集中式和分布式的控制器,在两种情况下分别实现了领导-跟随渐近一致性控制。在上述文献研究中,领导者的动力学模型不存在控制输入且模型相对保守。目前,对领导者存在控制输入的动力学模型的研究还相对较少,具有一定的研究意义和研究前景。

此外,随着工业生产要求的提高,智能体往往要求完成多目标任务,智能体之间的信息交互不再是简单的合作关系,而是伴随着合作-竞争的信息交互。在合作-竞争信息交互下,具有合作信息交互的智能体的状态趋于相同值,具有竞争信息交互的智能体的状态趋于相反值。这种情况下,传统的群体一致性控制器变得不再适用,需要一些新的分组协议来实现这种控制目标。文献[13]通过引入预设时间函数,在事件触发机制下实现了一阶多智能体系统的分组一致性控制。文献[14]讨论了合作、强竞争、弱竞争三种交互关系,设计了一种切换控制律,实现了异构二阶多智能体系统分组一致。文献[15]设计了一个非光滑控制器,利用自适应控制消除了对全局信息的依赖,解决了线性多智能体系统的领导-跟随一致性问题。然而,这些研究所提出的

方法只适用于具有一阶、二阶或线性动力学模型的多智能体系统,而实际中多智能体系统模型大多是非线性的。

需要指出的是,一些领导-跟随一致性控制问题中所研究的领导者模型是不具有控制输入的,此类模型保守性较大,适用范围较小。理论上,这种模型可以看作领导者的控制输入为零时的一类特殊情况。其次,相关文献往往仅考虑了单一合作或竞争的信息交互,对于合作-竞争交互给系统带来的影响并没有进一步的研究和说明。事实上,合作-竞争交互共存时给系统带来的影响是显著的,它不仅体现在实现一致性行为轨迹上的不同,而且在网络拓扑结构上也发生了明显的变化,一些群体一致性拓扑结构性质也变得不再适用。此外,非线性问题一直是系统控制的难点和重点,在考虑动态领导者和合作-竞争机制后,实现非线性多智能体系统一致性更具困难和挑战。

基于上述分析,本文主要研究了在合作-竞争交互下具有动态领导者的非线性多智能体系统的分组一致性控制问题。主要贡献如下:

1)相较于文献[10]和文献[12]中不具有控制输入的领导者动力学模型,本文考虑了具有非零控制输入的领导者,并且领导者的输入对每个跟随者都是未知的。传统的零输入领导者可看作是本文的一种特殊情况。

2)本文考虑了合作-竞争交互机制,相较于文献[16-18]中单一合作或竞争交互,本文研究的问题复杂度更高。

3)利用分组机制设计的控制器,适用范围更加广泛,本文设计的控制器不仅适用于合作-竞争交互的智能体系统,对于单一合作或竞争交互的多智能体系统也适用。

1 预备知识

1.1 图论

由 N 个智能体组成的带有合作 - 竞争交互的多智能体系统的通信拓扑由符号图 $G = \{V, E, A\}$ 表示,其中, V 和 E 分别表示顶点集和边集, $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 表示每个节点的连接关系的邻接矩阵。如果 $(i, j) \in E$, 则 $a_{ij} = \pm 1$; 当 $a_{ij} = 1$ 时,表示 2 个相互通信的智能体处于同组,表现为合作关系;当 $a_{ij} = -1$ 时,表示这 2 个智能体处于不同组,表现为竞争关系。如果 2 个智能体之间不进行信息传输,那么

$a_{ij} = 0$ 。对于一个无向图,有 $a_{ij} = a_{ji}$,其中在系统拓扑中不存在自环,即 $a_{ii} = 0$ 。从节点 i 到 j 的由连续节点组成的边序列称为节点 i 到 j 的一个有向路径。如果至少存在一个根节点,它有一个指向任何其他节点的有向路径,那么符号图 G 就包含一个有向生成树。符号图 G 的拉普拉斯矩阵 $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$,其中 $l_{ii} = \sum_{j=1}^N |a_{ij}|$ 和 $l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j$ 。

1.2 问题描述

考虑如下由 1 个领导者和 N 个跟随者组成的非线性多智能体系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_0(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(t) + f(t, \mathbf{x}_0) \\ \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) + f(t, \mathbf{x}_i), & (1) \\ i = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

其中, $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{u}_0 \in \mathbf{R}^s$ 分别代表领导者智能体的状态和控制输入。 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n, \mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^s$ 分别代表跟随者智能体的状态和控制输入。 $f: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是在时间 t 上连续可微的已知的非线性函数。 \mathbf{A}, \mathbf{B} 是具有适当维数的常数矩阵。

注 1:在文献[8]和文献[9]中,领导者不带有控制输入,这可以看作是系统(1)在 $\mathbf{u}_0(t) = 0$ 时的一种特殊情况。而本文中研究的领导者具有控制输入且与跟随者的相对状态无关,其相对于跟随者是未知的。

假设 1:与系统(1)相关的符号图是结构平衡的,并且包含一个由领导者作为根节点的有向生成树。如果领导者是智能体 i 的邻居,则 $a_{i0} = 1$,否则 $a_{i0} = 0$ 。

引理 1^[19]:若符号图 G 是结构平衡的,则存在一个符号矩阵 $\mathbf{S} = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_N)$,使得矩阵 $\mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{S}$ 所有项都是非负的。其中,当节点处于同组时 $s_i = 1$,当节点处于不同组时 $s_i = -1$ 。

假设 2: (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 是可稳的。

假设 3:存在一个常数 $c_0 > 0$,使得 $\|\mathbf{u}_0(t)\| \leq c_0$ 。对于 $\forall t > 0, \mathbf{u}_0(t)$ 是一致有界的。

假设 4:非线性函数 f 满足下列不等式

$$\|f(t, \mathbf{y}) - s_i f(t, \mathbf{x})\| \leq \varepsilon \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\| \quad (2)$$

其中, $\varepsilon > 0$ 是一个常数。

注 2:假设 1 是实现分组一致性控制的一般假设条件,在此条件下满足图拉普拉斯矩阵的一些特殊性质。假设 2 是保证 Riccati 不等式可解的条件。假设 3 中 $\mathbf{u}_0(t)$ 是一致有界的,这在实际控制中是可行的。假设 4 是一类 Lipschitz-like 条件,用于解

决分组一致性控制中非线性函数带来的困难。

定义 1:当如下条件(3)被满足时,系统(1)可实现领导-跟随分组一致性控制。

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)\| = 0, & \forall i \in V_1 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{x}_0(t)\| = 0, & \forall i \in V_2 \end{cases} \quad (3)$$

跟随者智能体 i 和领导者之间的状态误差定义为

$$\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{x}_i(t) - s_i \mathbf{x}_0(t) \quad (4)$$

由引理 1 和上述等式可知,本文主要解决的问题是在合作-竞争交互的多智能体系统(1)中设计分组控制器 \mathbf{u}_0 和 \mathbf{u}_i ,使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_i(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}_i(t) - s_i \mathbf{x}_0(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

成立,从而实现系统(1)的领导-跟随分组一致性控制。

2 主要结果

首先,对误差系统(4)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_i(t) &= \dot{\mathbf{x}}_i(t) - s_i \dot{\mathbf{x}}_0(t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) + f(t, \mathbf{x}_i) - \\ &\quad s_i(\mathbf{A}\mathbf{x}_0(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(t) + f(t, \mathbf{x}_0)) \end{aligned} \quad (6)$$

为了在符号图 G 中实现系统(1)的分组跟随一致性控制,设计如下的控制器

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i(t) = r_1 \mathbf{K} \xi_i(t) + r_2 \text{sgn}(\mathbf{K} \xi_i(t)) \\ \xi_i(t) = \left(\sum_{j \in G_1} |a_{ij}| (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) + \right. \\ \quad \left. \sum_{j \in G_2} |a_{ij}| (\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{x}_j(t)) + \right. \\ \quad \left. a_{i0} (\mathbf{x}_i(t) - s_i \mathbf{x}_0(t)) \right) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $r_1, r_2 > 0, \mathbf{K}$ 是在下文中被设计的参数; $j \in G_1$ 表示智能体 j 与智能体 i 属于同一组, $j \in G_2$ 表示智能体 j 与智能体 i 属于不同组; s_i 表示领导者与跟随者是否同组,同组 $s_i = 1$,不同组 $s_i = -1$ 。

注 3:合作-竞争交互在控制器(6)中体现为同组智能体之间为合作关系,其状态最终趋于相同值;不同组智能体之间为竞争关系,其状态最终趋于相反值。本文考虑的是二分组情况,智能体 i 的邻居智能体只属于 G_1 或 G_2 ,且 $G_i \in G_1 \cup G_2$,这种分组机制相较于文献[17]和文献[20]中群体一致性更具有应用前景。

结合上述所设计的控制器(7),式(6)可改写为如下紧凑形式

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A} + r_1 \mathbf{L}_H \otimes \mathbf{BK}) \mathbf{e}(t) +$$

$$r_2(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B})\text{sgn}((\mathbf{L}_H \otimes \mathbf{K})\mathbf{e}(t)) - (\mathbf{S}\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{B})\mathbf{u}_0(t) + F(\mathbf{X}) \quad (8)$$

其中, $\mathbf{L}_H = \mathbf{L} + \mathbf{H}$, $\mathbf{H} = \text{diag}(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{N0})$ 表示领导者与跟随者的通信关系, \mathbf{L} 表示由 N 个跟随者智能体组成的通信拓扑图的拉普拉斯矩阵,

$$F(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} f(t, x_1) - s_1 f(t, x_0) \\ f(t, x_2) - s_2 f(t, x_0) \\ \vdots \\ f(t, x_N) - s_N f(t, x_0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

之后,对误差进行如下变换

$$\bar{\mathbf{e}}(t) = (\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{e}(t) \quad (10)$$

结合式(8), $\bar{\mathbf{e}}(t)$ 的导数可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A} + r_1 \tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{B}\mathbf{K})\bar{\mathbf{e}}(t) + \\ & (r_2 \tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{B})\text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}) - (\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{B})\mathbf{u}_0(t) + \\ & (\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_n)F(\mathbf{X}) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{S}\mathbf{L}\mathbf{S} + \mathbf{H}$, $\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_1^T, \Omega_2^T, \dots, \Omega_N^T)^T = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K})\mathbf{e}(t)$.

注 4:由假设 1 和引理 1 可知, $\mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{S}$ 所有项都是非负的,进一步可得 $\mathbf{S}\mathbf{L}\mathbf{S}$ 的所有对角元素都是非负的,而所有的非对角元素都是非正的。因此,由 $\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{S}\mathbf{L}\mathbf{S} + \mathbf{H}$ 可得 $\tilde{\mathbf{L}}$ 是正定的。

定理 1:基于所设计的控制器(7),控制参数选取为 $r_1 \geq 1/\lambda_{\min}(\tilde{\mathbf{L}})$, $r_2 \geq c_0$ 并且 $\mathbf{K} = -\mathbf{B}^T\mathbf{Q}$, 其中 $\mathbf{Q} > 0$ 为下列不等式的解,则可以实现系统(1)的领导-跟随分组一致性控制。

$$\mathbf{Q}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{Q} - 2\mathbf{Q}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{Q} + \epsilon^2\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} + \mathbf{I}_n < 0 \quad (12)$$

证明:选择 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q})\bar{\mathbf{e}}(t) \quad (13)$$

对式(13)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2\bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q}\mathbf{A} - r_1 \tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{Q}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{Q})\bar{\mathbf{e}}(t) - \\ & 2r_2\boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_s)\text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}) + 2\boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{1}_N \otimes \\ & \mathbf{u}_0(t)) + 2\bar{\mathbf{e}}^T(t)(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{S} \otimes \mathbf{Q})F(\mathbf{X}) \\ & = \bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{Q}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{Q}) - 2r_1\tilde{\mathbf{L}} \otimes \\ & \mathbf{Q}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{Q})\bar{\mathbf{e}}(t) - 2r_2\boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_s)\text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}) + \\ & 2\boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{u}_0(t)) + 2\bar{\mathbf{e}}^T(t)(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{S} \otimes \\ & \mathbf{Q})F(\mathbf{X}) \end{aligned} \quad (14)$$

结合假设 4, 式(15)成立

$$\begin{aligned} 2\bar{\mathbf{e}}^T(t)(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{S} \otimes \mathbf{Q})F(\mathbf{X}) &= 2\bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q}) \cdot \\ & (\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_n)F(\mathbf{X}) \\ & \leq \sum_{i=1}^N 2\|\bar{\mathbf{e}}_i^T(t)\mathbf{Q}\| \cdot \epsilon \|\bar{\mathbf{e}}_i(t)\| \\ & \leq \bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes (\epsilon^2\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} + \mathbf{I}_n))\bar{\mathbf{e}}(t) \end{aligned} \quad (15)$$

由于 $\|\boldsymbol{\Omega}_i\|_1 \geq \boldsymbol{\Omega}_i^T \text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}_i)$, 并且 $\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{S}\mathbf{L}\mathbf{S} + \mathbf{H}$, 可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_s)\text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}) &= \\ \boldsymbol{\Omega}^T(\mathbf{S}\mathbf{L}\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_s)\text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{\Omega}^T(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_s)\text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_i s_j a_{ij} (\|\boldsymbol{\Omega}_i\|_1 - \boldsymbol{\Omega}_i^T \text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}_j)) + \\ & \sum_{i=1}^N a_{i0} \|\boldsymbol{\Omega}_i\|_1 \geq \sum_{i=1}^N a_{i0} \|\boldsymbol{\Omega}_i\|_1 \end{aligned} \quad (16)$$

根据假设 3 可知

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{u}_0(t)) &= \boldsymbol{\Omega}^T(\mathbf{S}\mathbf{L}\mathbf{S}\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{u}_0(t)) + \\ \boldsymbol{\Omega}^T(\mathbf{H}\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{u}_0(t)) &\leq \sum_{i=1}^N a_{i0} c_0 \|\boldsymbol{\Omega}_i\|_1 \end{aligned} \quad (17)$$

成立,因此,式(14)可写为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2\bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q}\mathbf{A} - r_1 \tilde{\mathbf{L}} \otimes \\ & \mathbf{Q}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{Q})\bar{\mathbf{e}}(t) - 2r_2\boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_s)\text{sgn}(\boldsymbol{\Omega}) + \\ & 2\boldsymbol{\Omega}^T(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{u}_0(t)) + 2\bar{\mathbf{e}}^T(t)(\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{S} \otimes \mathbf{Q})F(\mathbf{X}) \\ & \leq \bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{Q}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{Q}) - 2r_1\tilde{\mathbf{L}} \otimes \\ & \mathbf{Q}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{Q})\bar{\mathbf{e}}(t) - 2r_2 \sum_{i=1}^N a_{i0} \|\boldsymbol{\Omega}_i\|_1 + \\ & 2 \sum_{i=1}^N a_{i0} c_0 \|\boldsymbol{\Omega}_i\|_1 + \bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes (\epsilon^2\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} + \\ & \mathbf{I}_n))\bar{\mathbf{e}}(t) \\ & \leq \bar{\mathbf{e}}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \boldsymbol{\Phi})\bar{\mathbf{e}}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{Q}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{Q} - 2\mathbf{Q}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{Q} + \epsilon^2\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} + \mathbf{I}_n < 0$ 。由此可知, $\bar{\mathbf{e}}(t)$ 是渐近收敛到 0 的, 这表明 $\|x_i(t) - s_i x_0(t)\|$ 也是渐近收敛到 0 的。因此,在所设计的控制器(7)下,可以实现动态领导者下的分组-跟随一致性控制。

注 5:控制器(7)可以进一步转化为(19), 控制器(19)可以有效地消除抖振现象。

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i(t) = r_1 \mathbf{K}\xi_i(t) + r_2 \tanh(\mathbf{K}\xi_i(t)) \\ \xi_i(t) = \left(\sum_{j \in G_1} |a_{ij}| (x_i(t) - x_j(t)) + \right. \\ \left. \sum_{j \in G_2} |a_{ij}| (x_i(t) + x_j(t)) + \right. \\ \left. a_{i0} (x_i(t) - s_i x_0(t)) \right) \end{cases} \quad (19)$$

3 数值仿真

考虑由 1 个领导者和 5 个跟随者构成的多智能体系统,如图 1 所示,其中,领导者 0 和智能体 1, 2, 3 为同组;智能体 4 和 5 为同组。

由图 1 可以计算出

$$\mathbf{S} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$$

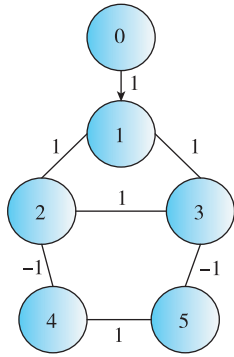


图 1 通信拓扑图

Fig. 1 Communication topology

$$L_H = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

选择系统的参数如下

$$\mathbf{x}_i(t) = \begin{bmatrix} x_{i1}(t) \\ x_{i2}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.5 \\ 0.6 & 1.0 \end{bmatrix}, i = 0, 1, 2, \dots, 5$$

设 $\mathbf{u}_0(t) = 0.1\cos(\mathbf{x}_0(t))$ 和 $f(t, \mathbf{x}_i) = [x_{i1} \sin(0.6t) \quad x_{i2} \cos(0.6t)]^T$, 可得 $\|\mathbf{u}_0(t)\| < c_0 =$

1 和 $\epsilon = 1$ 。同时选择 $r_1 = 7.5$ 和 $r_2 = 1$ 以及满足不等式(12)的

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 5.0862 & -1.8345 \\ -1.8345 & 1.3900 \end{bmatrix}$$

可得

$$\mathbf{K} = -\mathbf{B}^T \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -5.0027 & 1.3674 \\ -0.7086 & -0.4727 \end{bmatrix}$$

设定系统初始状态值为

$$\mathbf{x}_0(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_1(0) = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_2(0) = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_4(0) = \begin{bmatrix} -2.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_5(0) = \begin{bmatrix} -3.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

仿真结果如下:图 2 所示为智能体 0~5 随时间发生变化的状态轨迹图,图 3 所示为跟随者 1~5 与领导者 0 的状态误差轨迹图,图 4 所示为每个跟随者的控制输入轨迹图。从图 2 可以看出,跟随者 1、2、3 和领导者 0 的状态最终趋于一致,而跟随者 4、5 和领导者 0 的状态最终趋于相反值。从图 3 可以看出,同组的状态差收敛于 0,不同组的状态和收敛于 0。从图 4 可以看出,由于设计了较大的反馈增益参数,控制输入量在前 0.5s 内较大,收敛较快。通过仿真分析可知,在所设计的控制器(19)下,实现了动态领导者下的系统(1)的分组-跟随一致性控制。图 5 所示为系统(1)在反馈控制器 $\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{K}\xi_i(t)$ 时的状态误差轨迹,与图 3 的结果进行比较,可以发现,在相同时段内本文所设计的控制器可以实现更好的收敛性能。

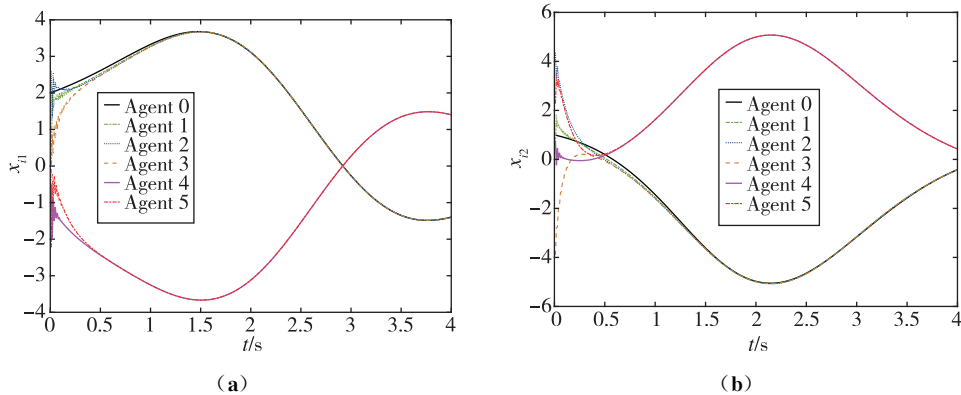


图 2 智能体 0~5 的状态轨迹

Fig. 2 The state trajectory of agent 0~5

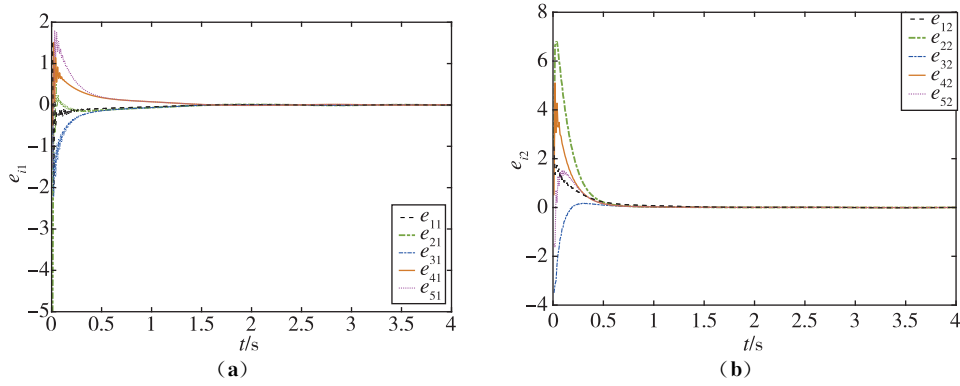


图3 跟随者1~5与领导者0的状态误差

Fig. 3 Status error between follower 1~5 and leader 0

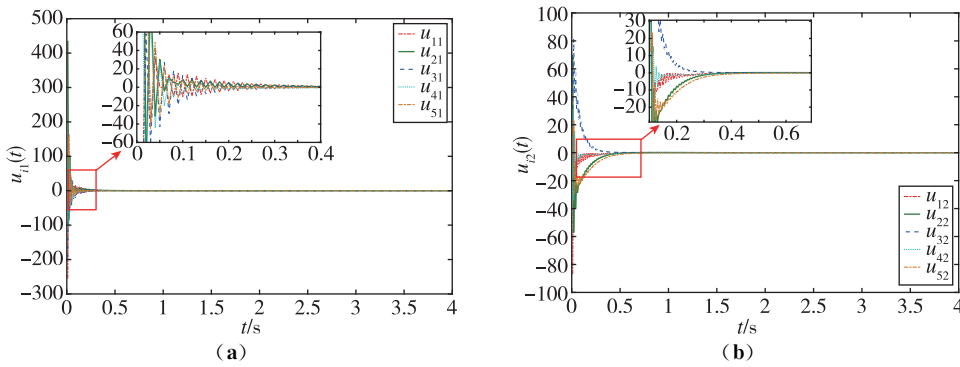


图4 控制输入 $u_i(t)$

Fig. 4 Control input $u_i(t)$

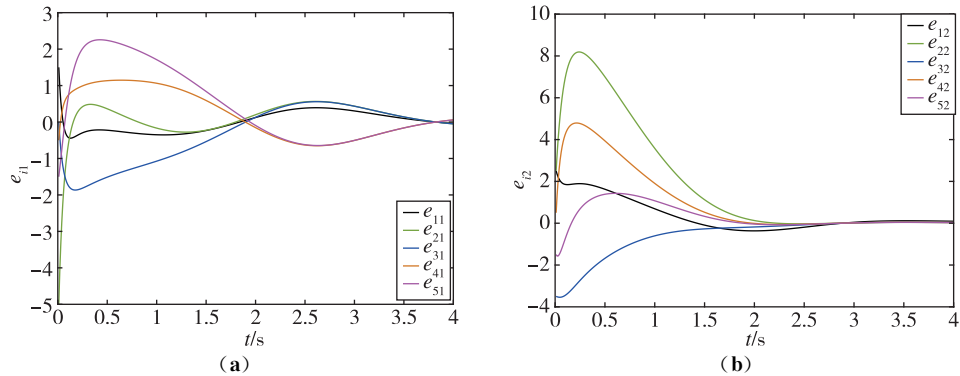


图5 $u_i(t) = K\xi_i(t)$ 时跟随者1~5与领导者0的状态误差

Fig. 5 Status error between follower 1~5 and leader 0 when $u_i(t) = K\xi_i(t)$

注6:在一定的取值范围内, r_1, r_2 选取的越大, 则系统初始时刻的控制输入量越大, 系统的收敛速度越快, 控制量曲线越抖。因此, 这里需要视情况折中处理, 而在理论上选择的是满足条件的边界值。事实上, 存在不满足假设条件的参数也可以使系统稳定, 因为定理1给出的是一个充分条件而非必要条件。

4 结论

本文研究了一类非线性多智能体系统的领导-

跟随一致性控制问题。1) 考虑领导者智能体具有非零控制输入的情况, 基于邻居智能体的相对状态信息, 设计了分布式控制器。2) 仿真结果表明, 本文设计的控制方案可以使得具有动态领导者的非线性多智能体系统在合作-竞争交互网络中实现分组-跟随一致性控制。3) 未来的研究工作将考虑时滞影响, 在有限时间^[21]内实现分组一致性控制。此外, 本文设计的控制器是基于连续状态的, 如何设计一个利用离散状态的脉冲控制器或事件触发控制器也是下一步的研究方向。

参考文献

- [1] Yuan Q, Wang Y, Liu X, et al. Distributed fixed-time secondary control for DC microgrid via dynamic average consensus[J]. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2021, 12(4): 2008-2018.
- [2] Zhang X, Zhang F, Huang P, et al. Self-triggered based coordinate control with low communication for tethered multi-UAV collaborative transportation[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, 6(2): 1559-1566.
- [3] Chen J, Chen P, Xu Y, et al. Joint channel and link selection in formation-keeping UAV networks: a two-way consensus game [J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2020(99): 1.
- [4] Wang Q, Dong X, Yu J, et al. Predefined finite-time output containment of nonlinear multi-agent systems with leaders of unknown inputs[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(8): 3436-3448.
- [5] Liu Y, Dong X, Shi P, et al. Distributed fault-tolerant formation tracking control for multiagent systems with multiple leaders and constrained actuators[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022.
- [6] He W, Xu B, Han Q, et al. Adaptive consensus control of linear multiagent systems with dynamic event-triggered strategies[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 50(7): 2996-3008.
- [7] Hu S, Chen X, Qiu J, et al. Dynamic event-triggered bipartite consensus of multiagent systems with estimator and cooperative-competitive interactions[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022.
- [8] Wang Y. Privacy-preserving average consensus via state decomposition[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(11): 4711-4716.
- [9] Hu S, Qiu J, Chen X, et al. Dynamic event-triggered control for leader-following consensus of multiagent systems with the estimator[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2022, 16(4): 475-484.
- [10] Wu Z, Xu Y, Lu R, et al. Event-triggered control for consensus of multiagent systems with fixed/switching topologies[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 48(10): 1736-1746.
- [11] Guo Y, Qian Y, Wang P. Leader-following consensus of delayed multi-agent systems with aperiodically intermittent communications[J]. *Neurocomputing*, 2021, 466: 49-57.
- [12] Du S, Liu T, Ho D. Dynamic event-triggered control for leader-following consensus of multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 50(9): 3243-3251.
- [13] Chen X, Yu H, Hao F. Prescribed-time event-triggered bipartite consensus of multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 52(4): 2589-2598.
- [14] Hu H, Wen G, Yu W, et al. Distributed stabilization of multiple heterogeneous agents in the strong-weak competition network: a switched system approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 51(11): 5328-5341.
- [15] Wen G, Wang H, Yu X, et al. Bipartite tracking consensus of linear multi-agent systems with a dynamic leader[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, 65(9): 1204-1208.
- [16] Zou W, Shi P, Xiang Z, et al. Consensus tracking control of switched stochastic nonlinear multiagent systems via event-triggered strategy[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 31(3): 1036-1045.
- [17] Xu W, He W, Ho D, et al. Fully distributed observer-based consensus protocol: adaptive dynamic event-triggered schemes[J]. *Automatica*, 2022, 139: 110188.
- [18] Ji L, Yu X, Li C. Group consensus for heterogeneous multiagent systems in the competition networks with input time delays[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 50(11): 4655-4663.
- [19] Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 58(4): 935-946.
- [20] Liu H, Wen G, Peng Z, et al. Fully distributed consensus control for linear multiagent systems with dynamic double-event-triggered mechanism [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 69(3): 1262-1266.
- [21] Liu H, Chen X, Qiu J, et al. Finite-time synchronization of complex networks with hybrid-coupled time-varying delay via event-triggered aperiodically intermittent pinning control[J]. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 2021.