

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2022.05.020

# MEMS 陀螺仪的高精度标定方法

陈海明<sup>1</sup>, 李荣冰<sup>1</sup>, 王双甲<sup>2</sup>, 刘建业<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学导航研究中心, 南京 211106;

2. 西安飞行自动控制研究所, 西安 710065)

**摘要:** 为了提高微机电(MEMS)陀螺仪的测量精度, 研究了一种同时标定陀螺非正交误差和加速度敏感漂移误差的标定方法。设计了16位置的转台标定方案, 分别以地球自转角速率和重力加速度作为角速率和加速度激励源, 利用两组角速率数据迭代求解非正交误差和加速度敏感漂移误差, 并以陀螺仪对地球自转角速率的敏感误差作为校正效果的评估依据。试验结果表明, 该方法能够有效校正MEMS陀螺仪的非正交误差和加速度敏感漂移误差, 提高了陀螺仪的测量精度, 且易于工程实现。

**关键词:** MEMS 陀螺仪; 加速度敏感漂移角速率; 误差模型; 最小二乘法

**中图分类号:** TH703 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2022)05-0179-07

## High Precision Calibration Method for MEMS Gyroscope

CHEN Hai-ming<sup>1</sup>, LI Rong-bing<sup>1</sup>, WANG Shuang-jia<sup>2</sup>, LIU Jian-ye<sup>1</sup>

(1. Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** In order to improve the measurement accuracy of micro-electro-mechanical system (MEMS) gyroscopes, an experimental method is studied to calibrate non-orthogonal errors and acceleration-sensitive drift errors at the same time. The method designs a 16-position turntable calibration test, using the earth's rotation angular rate and gravitational acceleration as the angular rate and acceleration excitation sources, the non-orthogonal error and acceleration-sensitive drift error are iteratively solved using two sets of angular rate data, the measurement error of the gyroscope to the earth's rotation angular rate is used as the basis for evaluating the correction effect. The experimental results show that this method can effectively correct the non-orthogonal error and the acceleration-sensitive drift error of the MEMS gyroscope, improve the measurement accuracy of gyroscope, and is easy to implement in engineering.

**Key words:** MEMS gyroscope; Acceleration-sensitive drift rate; Error model; Least square method

## 0 引言

微机电(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)

陀螺仪作为 MEMS 传感器典型代表之一, 具有体积小、成本低、功耗低和可靠性高等优点<sup>[1]</sup>, 是惯性导航领域的研究热点<sup>[2]</sup>。MEMS 陀螺仪由于机械

收稿日期: 2022-06-03; 修订日期: 2022-07-11

作者简介: 陈海明(1997-), 男, 硕士研究生, 主要从事组合导航方面的研究。

通信作者: 李荣冰(1977-), 男, 博士, 教授, 主要从事基于 MEMS 技术的微惯性组合导航系统、微型飞行器导航技术方面的研究。

结构或制造过程中引入的机械误差,几乎都存在因加速度产生的测量误差,该误差被称为加速度敏感漂移误差<sup>[3]</sup>。过去针对 MEMS 陀螺仪的建模研究中,因为研究对象的测量精度较低,大多只考虑了零偏误差、非正交误差<sup>[4]</sup>和标度因数误差<sup>[5]</sup>对陀螺仪测量精度的影响,没有考虑加速度敏感漂移误差<sup>[6]</sup>。近年来,随着 MEMS 陀螺仪在电子学控制、微结构、工艺平台以及集成应用技术<sup>[7]</sup>等方面取得突破,其测量精度得到了明显提高<sup>[8]</sup>,而建立考虑加速度敏感漂移误差的 MEMS 陀螺仪输出模型是提高其测量精度,使其在更高精度导航领域应用的重要前提<sup>[9]</sup>。

一般情况下,陀螺仪和加速度计组成惯性测量单元,用于测量角速率和加速度<sup>[10-11]</sup>。其中,角速率测量单元由陀螺仪构成,其输出角速率包含非正交误差<sup>[12]</sup>和与输入加速度相关的加速度敏感漂移误差<sup>[13]</sup>。为了提高陀螺仪的测量精度,本文设计了一种同时标定 MEMS 陀螺仪非正交误差和加速度敏感漂移误差的标定方法,该方法适用于零偏稳定性优于  $1(^{\circ})/h$  的 MEMS 陀螺仪,并通过试验进行了验证。标定过程中,加速度数据由惯性测量单元中的加速度计提供,且加速度计轴向与陀螺仪轴向重合,因此,加速度计输出数据在经过误差修正后就是陀螺仪对应轴向的加速度值。

## 1 包含加速度敏感漂移误差和非正交误差的 MEMS 陀螺仪误差建模

惯性测量单元中,单个 MEMS 陀螺仪的输出角速率  $\tilde{\omega}^b$  与实际输入角速率  $\omega^b$  存在以下关系

$$\tilde{\omega}^b = K\omega^b + \epsilon \quad (1)$$

其中,  $K$  为标度因子;  $\epsilon$  为零偏误差。

考虑因安装和工艺因素产生的非正交误差,则  $x$  轴陀螺仪的输出角速率  $\tilde{\omega}_x^b$  与  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴方向上的实际角速率  $\omega_x^b$ 、 $\omega_y^b$ 、 $\omega_z^b$  的关系可以表示为

$$\tilde{\omega}_x^b = K_{xx}\omega_x^b + K_{xy}\omega_y^b + K_{xz}\omega_z^b + \epsilon_x \quad (2)$$

根据加速度敏感漂移误差定义,陀螺仪的加速度敏感漂移误差与陀螺仪所受比力之间的关系可以表示为

$$\omega^g = G_x f_x + G_y f_y + G_z f_z \quad (3)$$

其中,  $f_x$ 、 $f_y$  和  $f_z$  分别是陀螺仪在 3 个轴向上受到的比力;  $G_x$ 、 $G_y$  和  $G_z$  分别是各轴向比力对陀螺仪的加速度敏感漂移系数。

结合式(2)与式(3),可以得到考虑非正交误差

与加速度敏感漂移误差的  $x$  轴陀螺仪输出模型

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x^b &= K_{xx}\omega_x^b + K_{xy}\omega_y^b + K_{xz}\omega_z^b + \\ &G_{xx}f_x + G_{xy}f_y + G_{xz}f_z + \epsilon_x \end{aligned} \quad (4)$$

同理可得  $y$  轴和  $z$  轴陀螺仪输出模型

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_y^b &= K_{yx}\omega_x^b + K_{yy}\omega_y^b + K_{yz}\omega_z^b + \\ &G_{yx}f_x + G_{yy}f_y + G_{yz}f_z + \epsilon_y \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_z^b &= K_{zx}\omega_x^b + K_{zy}\omega_y^b + K_{zz}\omega_z^b + \\ &G_{zx}f_x + G_{zy}f_y + G_{zz}f_z + \epsilon_z \end{aligned} \quad (6)$$

矩阵表达式可以表示为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x^b \\ \tilde{\omega}_y^b \\ \tilde{\omega}_z^b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

可简化为

$$\tilde{\mathbf{W}}^b = \mathbf{K}\mathbf{W}^b + \mathbf{G}\mathbf{f}^b + \mathbf{E} + \boldsymbol{\eta} \quad (8)$$

其中,  $\boldsymbol{\eta}$  为零偏不稳定性造成的误差,该误差项可以通过对角速率原始数据进行分组平滑处理后得到消除。

从式(8)可以看出,为了提高陀螺仪的输出精度,需要标定和补偿陀螺仪的零偏、非正交误差,以及标度因子误差矩阵  $\mathbf{K}$  和加速度敏感漂移误差矩阵  $\mathbf{G}$ 。

## 2 基于误差模型解耦的非正交与加速度敏感漂移系数转台标定方法

传统的陀螺仪多位置转台标定只考虑了陀螺仪的零偏和非正交误差对陀螺仪输出的影响。为了对加速度敏感漂移误差进行标定与修正,本文设计了 16 位置转台标定方案,标定步骤如下:

1) 转动双轴转台内外框,使转台位置依次如图 1 所示,分别采集静态下 16 个转台位置的三轴 MEMS 陀螺仪和加速度计的数据;

2) 对采集到的陀螺仪和加速度计的数据进行分组平滑处理;

3) 对 MEMS 陀螺仪的零偏误差进行标定与补偿;

4) 同时对陀螺仪的加速度敏感漂移误差和非正交误差进行标定。

零偏稳定性优于  $1(^{\circ})/h$  的陀螺仪在减小噪声的影响后可以准确地敏感到地球自转角速率,所以

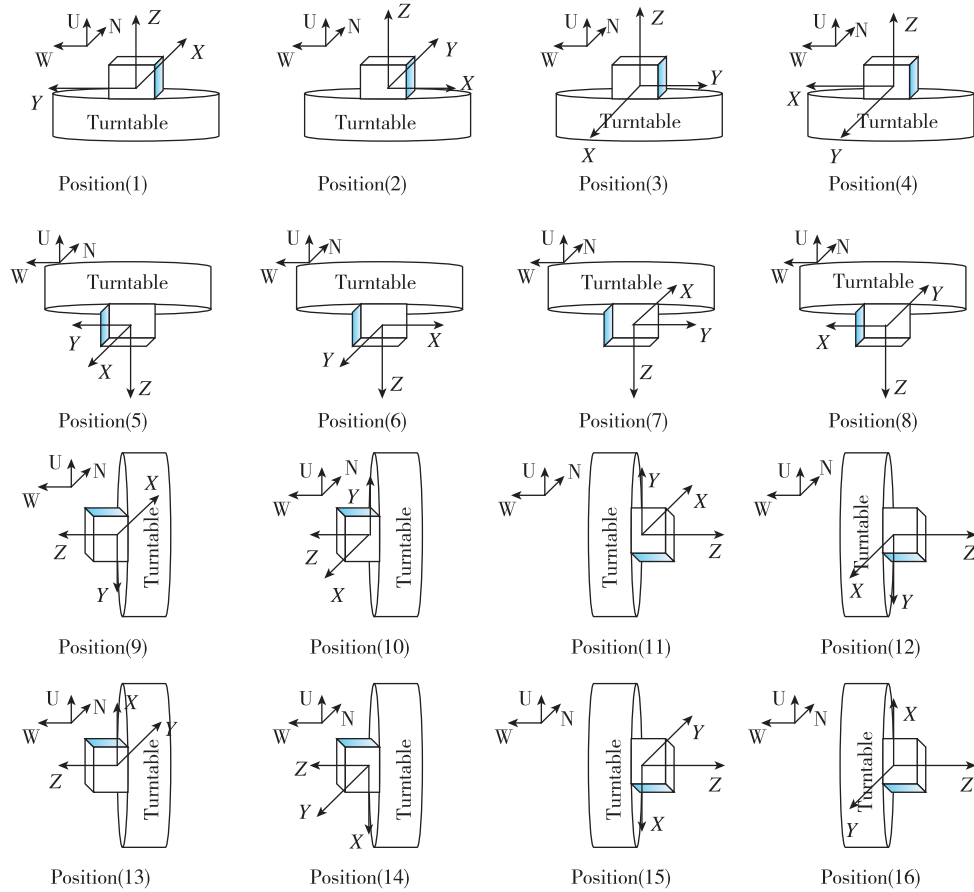


图 1 转台标定位置示意图

Fig.1 Position diagram of turntable

本方案将选择地球自转角速率在 3 个轴上的分量作为陀螺仪的激励角速率。

在进行转台位置调整时,不需要采集陀螺仪数据,所以转台的转动方式不会对标定结果产生影响,只需要调整双轴转台的内外框,使转台位置依次如图 1 中所示的 16 个位置状态即可。

因为需要对陀螺仪的加速度敏感漂移系数进行标定,所以需要确保每个轴向上的陀螺仪除了受到 2 个以上的角速率激励外,还要受到至少 2 个不同数值的比力激励。本文方法选择  $-g, 0, g$  作为对陀螺仪的激励加速度,在同时考虑激励的充分性与标定效率的情况下,设计了图 1 所示的 16 个转台位置状态。

### 3 零偏误差校准

对于陀螺仪零偏的标定与补偿,此处仅以  $x$  轴方向上的陀螺仪作为样例进行分析。

采集位置状态(1)~(8)处的陀螺仪的输出,并对采集到的各类数据分别进行分组平滑处理,得到

$x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴各个位置的角速率信息和加速度信息  $\bar{\omega}_x^{b(i)}, \bar{\omega}_y^{b(i)}, \bar{\omega}_z^{b(i)}, \bar{f}_x^{b(i)}, \bar{f}_y^{b(i)}, \bar{f}_z^{b(i)}$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ )。

根据加速度计的零偏误差与非正交误差矩阵对加速度计输出的原始加速度信息  $\bar{f}_x^{b(i)}, \bar{f}_y^{b(i)}, \bar{f}_z^{b(i)}$  进行修正,得到在各个位置状态下外部实际施加在 3 个轴的陀螺仪上的加速度  $f_x^{b(i)}, f_y^{b(i)}, f_z^{b(i)}$ 。

外部施加在 3 个轴的陀螺仪上的角速率即为地球自转角速率在 3 个轴上的角速率分量  $\omega_x^{b(i)}, \omega_y^{b(i)}, \omega_z^{b(i)}$ 。

对图 1 中前 8 个位置状态下的陀螺仪所受到的加速度和角速率进行分析,可以得到各位置状态下  $\omega_x^{b(i)}, \omega_y^{b(i)}, \omega_z^{b(i)}$  之间的关系和  $f_x^{b(i)}, f_y^{b(i)}, f_z^{b(i)}$  之间的关系为

$$\begin{aligned} \omega_x^{b(1)} &= \omega_y^{b(2)} = -\omega_x^{b(3)} = -\omega_y^{b(4)} \\ &= -\omega_x^{b(5)} = -\omega_y^{b(6)} = \omega_x^{b(7)} = \omega_y^{b(8)} \\ \omega_y^{b(1)} &= -\omega_x^{b(2)} = -\omega_y^{b(3)} = \omega_x^{b(4)} \\ &= \omega_y^{b(5)} = -\omega_x^{b(6)} = -\omega_y^{b(7)} = \omega_x^{b(8)} \\ \omega_z^{b(1)} &= \omega_z^{b(2)} = \omega_z^{b(3)} = \omega_z^{b(4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\omega_z^{b(5)} = -\omega_z^{b(6)} = -\omega_z^{b(7)} = -\omega_z^{b(8)} \quad (9) \\
f_x^{b(1)} &= f_y^{b(2)} = -f_x^{b(3)} = -f_y^{b(4)} \\
&= -f_x^{b(5)} = -f_y^{b(6)} = f_x^{b(7)} = f_y^{b(8)} \\
f_y^{b(1)} &= -f_x^{b(2)} = -f_y^{b(3)} = f_x^{b(4)} \\
&= f_y^{b(5)} = -f_x^{b(6)} = -f_y^{b(7)} = f_x^{b(8)} \\
f_z^{b(1)} &= f_z^{b(2)} = f_z^{b(3)} = f_z^{b(4)} \\
&= -f_z^{b(5)} = -f_z^{b(6)} = -f_z^{b(7)} = -f_z^{b(8)} \quad (10)
\end{aligned}$$

将上述式(9)和式(10)分别代入式(8)中,可以得到在前8个位置状态下  $x$  轴陀螺仪的输出角速率与3个轴上实际的输入角速率和比力的关系为

$$\begin{aligned}
\bar{\omega}_x^{b(1)} &= K_{xx}\omega_x^{b(1)} + K_{xy}\omega_y^{b(1)} + K_{xz}\omega_z^{b(1)} + \\
&\quad G_{xx}f_x^{b(1)} + G_{xy}f_y^{b(1)} + G_{xz}f_z^{b(1)} + \epsilon_x^b \\
\bar{\omega}_x^{b(2)} &= K_{xx}(-\omega_y^{b(1)}) + K_{xy}\omega_x^{b(1)} + K_{xz}\omega_z^{b(1)} + \\
&\quad G_{xx}(-f_y^{b(1)}) + G_{xy}f_x^{b(1)} + G_{xz}f_z^{b(1)} + \epsilon_x^b \\
\bar{\omega}_x^{b(3)} &= K_{xx}(-\omega_x^{b(1)}) + K_{xy}(-\omega_y^{b(1)}) + K_{xz}\omega_z^{b(1)} + \\
&\quad G_{xx}(-f_x^{b(1)}) + G_{xy}(-f_y^{b(1)}) + \\
&\quad G_{xz}f_z^{b(1)} + \epsilon_x^b \\
\bar{\omega}_x^{b(4)} &= K_{xx}\omega_y^{b(1)} + K_{xy}(-\omega_x^{b(1)}) + K_{xz}\omega_z^{b(1)} + \\
&\quad G_{xx}f_y^{b(1)} + G_{xy}(-f_x^{b(1)}) + G_{xz}f_z^{b(1)} + \epsilon_x^b \\
\bar{\omega}_x^{b(5)} &= K_{xx}(-\omega_x^{b(1)}) + K_{xy}\omega_y^{b(1)} + K_{xz}(-\omega_z^{b(1)}) + \\
&\quad G_{xx}(-f_x^{b(1)}) + G_{xy}f_y^{b(1)} + \\
&\quad G_{xz}(-f_z^{b(1)}) + \epsilon_x^b \\
\bar{\omega}_x^{b(6)} &= K_{xx}(-\omega_y^{b(1)}) + K_{xy}(-\omega_x^{b(1)}) + \\
&\quad K_{xz}(-\omega_z^{b(1)}) + G_{xx}(-f_y^{b(1)}) + \\
&\quad G_{xy}(-f_x^{b(1)}) + G_{xz}(-f_z^{b(1)}) + \epsilon_x^b \\
\bar{\omega}_x^{b(7)} &= K_{xx}\omega_x^{b(1)} + K_{xy}(-\omega_y^{b(1)}) + K_{xz}(-\omega_z^{b(1)}) + \\
&\quad G_{xx}f_x^{b(1)} + G_{xy}(-f_y^{b(1)}) + \\
&\quad G_{xz}(-f_z^{b(1)}) + \epsilon_x^b \\
\bar{\omega}_x^{b(8)} &= K_{xx}\omega_y^{b(1)} + K_{xy}\omega_x^{b(1)} + K_{xz}(-\omega_z^{b(1)}) + \\
&\quad G_{xx}f_y^{b(1)} + G_{xy}f_x^{b(1)} + G_{xz}(-f_z^{b(1)}) + \epsilon_x^b
\end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)中的8个等式左、右两边各自两两相加,不难发现,由于在状态转动时,位置状态的选择保证了外界输入的角速率与加速度对陀螺仪输出的影响两两抵消,所以  $x$  轴陀螺仪的零偏误差可以表示为

$$\epsilon_x^b = \left( \sum_{i=1}^8 \bar{\omega}_x^{b(i)} \right) / 8 \quad (12)$$

同样的方法,可以分别利用前8个转台位置下  $y$  轴陀螺仪输出和后8个转台位置下  $z$  轴陀螺仪输出,得到另外2个轴的陀螺仪的零偏误差  $\epsilon_y^b$  和  $\epsilon_z^b$ 。

补偿零偏误差后,陀螺仪在16个位置状态下的

角速率输出与外界施加在3个轴上的角速率与加速度的关系可以表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{\omega}_x^{b(1)} & \hat{\omega}_y^{b(1)} & \hat{\omega}_z^{b(1)} \\ \hat{\omega}_x^{b(2)} & \hat{\omega}_y^{b(2)} & \hat{\omega}_z^{b(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{\omega}_x^{b(16)} & \hat{\omega}_y^{b(16)} & \hat{\omega}_z^{b(16)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x^{b(1)} & \omega_y^{b(1)} & \omega_z^{b(1)} \\ \omega_x^{b(2)} & \omega_y^{b(2)} & \omega_z^{b(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega_x^{b(16)} & \omega_y^{b(16)} & \omega_z^{b(16)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{yx} & K_{zx} \\ K_{xy} & K_{yy} & K_{zy} \\ K_{xz} & K_{yz} & K_{zz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x^{b(1)} & f_y^{b(1)} & f_z^{b(1)} \\ f_x^{b(2)} & f_y^{b(2)} & f_z^{b(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_x^{b(16)} & f_y^{b(16)} & f_z^{b(16)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{yx} & G_{zx} \\ G_{xy} & G_{yy} & G_{zy} \\ G_{xz} & G_{yz} & G_{zz} \end{bmatrix} + \epsilon_x^b \quad (13)$$

式(13)可以简化为

$$\hat{\mathbf{W}}^b = \mathbf{W}^b \mathbf{K} + \mathbf{F}^b \mathbf{G} \quad (14)$$

#### 4 非正交误差和加速度敏感漂移误差校准

从式(14)可以看出,在补偿陀螺仪零偏误差后,陀螺仪的输出角速率中,非正交误差与加速度敏感漂移误差仍然相互耦合,且很难通过物理手段将2个耦合项进行解耦。若仅仅使用数学方法,可以将式(14)等式右侧的  $\mathbf{W}^b \mathbf{K}$  与  $\mathbf{F}^b \mathbf{G}$  合并为一项,得到

$$\hat{\mathbf{W}}^b = [\mathbf{W}^b \quad \vdots \quad \mathbf{F}^b] \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \vdots \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \quad (15)$$

此时,可以利用最小二乘法对方程(15)直接进行拟合求解,但因为矩阵  $\mathbf{F}^b$  中数值接近于0的元素较多,所以矩阵  $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$  接近于奇异矩阵,最终导致矩阵方程求解的误差较大。因此,需要改进对非正交误差和加速度敏感漂移误差的标定方法。

本文利用两组测量数据,分别计算加速度敏感漂移误差矩阵与非正交误差矩阵并相互迭代,对这2个误差矩阵进行求解。下面给出迭代方法。

本方案需要进行两次16个位置转台标定,分别采集每次标定时陀螺仪的输出角速率,在进行陀螺仪零偏补偿后,得到只受到非正交误差和加速度敏感漂移误差影响的角速率  $\hat{\mathbf{W}}_1$  和  $\hat{\mathbf{W}}_2$ 。

为了解算出陀螺仪的非正交误差矩阵和加速度敏感漂移误差矩阵,可以假设第一组角速率  $\hat{\mathbf{W}}_1^b$  仅受非正交误差的影响,而暂时不考虑加速度敏感漂移误差。于是,式(14)可以改写为

$$\widehat{\mathbf{W}}_1 = \mathbf{W} \cdot \mathbf{K}_1 \quad (16)$$

因为  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  不是奇异矩阵, 此时利用最小二乘法的求解法则, 对超定方程式(16)中的  $\mathbf{K}_1$  进行如式(17)所示的拟合求解, 即可得到所需标定的非正交误差矩阵  $\mathbf{K}_1$

$$\mathbf{K}_1 = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \widehat{\mathbf{W}}_1 \quad (17)$$

根据第一组数据计算出非正交误差矩阵  $\mathbf{K}_1$ , 并将该结果代入第二组数据, 得到

$$\widehat{\mathbf{W}}_2 = \mathbf{W} \cdot \mathbf{K}_1 + \mathbf{f}_2 \cdot \mathbf{G}_2 \quad (18)$$

同理, 可以通过最小二乘法解算超定方程式(18), 求得加速度敏感漂移误差矩阵  $\mathbf{G}_2$ , 然后将结果代入第一组数据, 对非正交误差  $\mathbf{K}_1$  进行更新。每次迭代, 以经过校正后的陀螺仪对地球自转角速率的敏感误差作为对迭代结果准确性的评估依据。如此循环往复, 在多次迭代后, 可以得到较为精准的非正交误差矩阵  $\mathbf{K}$  和加速度敏感漂移误差矩阵  $\mathbf{G}$ 。

在完成对非正交误差、加速度敏感漂移误差和陀螺仪零偏的标定后, 根据式(19)可以得到经过修正后的更高精度的陀螺仪输出

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{W}} &= (\widetilde{\mathbf{W}} - \mathbf{E} - \mathbf{F} \cdot \mathbf{G}) \cdot \mathbf{K}^{-1} \\ &= [\widehat{\omega}_x^{b(i)} \quad \widehat{\omega}_y^{b(i)} \quad \widehat{\omega}_z^{b(i)}]^T \end{aligned} \quad (19)$$

如果陀螺仪输出模型准确, 3 个轴向上的陀螺仪经过修正后的输出角速率的模值  $\|\widehat{\omega}^{b(i)}\|$  应该近似于地球自转角速率  $\omega_{ie}$ ,  $\|\widehat{\omega}^{b(i)}\|$  可以通过式(20)计算得到

$$\begin{aligned} \|\widehat{\omega}^{b(i)}\| &= \sqrt{(\widehat{\omega}_x^{b(i)})^2 + (\widehat{\omega}_y^{b(i)})^2 + (\widehat{\omega}_z^{b(i)})^2} \\ (i &= 1, 2, \dots, 16) \end{aligned} \quad (20)$$

将  $\|\widehat{\omega}^{b(i)}\|$  与地球自转角速率  $\omega_{ie}$  之间的差值记为  $\Delta\omega_{\text{aft}}^{(i)}$ , 将只经过分组平滑和零偏补偿的陀螺仪输出角速率的模值与  $\omega_{ie}$  之间的误差记为  $\Delta\omega_{\text{pre}}^{(i)}$  和  $\Delta\omega_{\text{aft}}^{(i)}$ , 分别可以由式(21)和式(22)解算得到。

$$\Delta\omega_{\text{pre}}^{(i)} = \left| \sqrt{(\widehat{\omega}_x^{b(i)})^2 + (\widehat{\omega}_y^{b(i)})^2 + (\widehat{\omega}_z^{b(i)})^2} - \omega_{ie} \right| \quad (21)$$

$$\Delta\omega_{\text{aft}}^{(i)} = \left| \|\widehat{\omega}^{b(i)}\| - \omega_{ie} \right|, (i = 1, 2, \dots, 16) \quad (22)$$

通过式(21)和式(22)可以分别得到在 16 个位置状态下陀螺仪输出角速率的模值与地球自转角速率的差值, 如果满足  $\Delta\omega_{\text{pre}}^{(i)} > \Delta\omega_{\text{aft}}^{(i)}$ , 则证明建立的陀螺仪输出模型正确, 且该模型可以较为精确地对微姿态模块中的三轴陀螺仪系统的非正交误差和加速度敏感漂移误差进行补偿。同时, 如果  $\Delta\omega_{\text{pre}}^{(i)}$  比  $\Delta\omega_{\text{aft}}^{(i)}$  大得越多, 则表示误差补偿效果越好, 陀螺仪输出模型越精确, 这可以作为评估陀螺仪输出模型准确性的依据。

## 5 非正交误差和加速度敏感漂移误差校准方法验证与分析

本文选用了高精度双轴温控转台进行 16 个位置的转台标定, 并采用 3 个国产高精度 MEMS 陀螺仪和 3 个 MEMS 加速度计构建了姿态测量单元, 对上文阐述的标定方法进行验证。选用的 3 个陀螺仪实测输出零偏不稳定性分别达到了  $0.731(^{\circ})/\text{h}$ 、 $0.367(^{\circ})/\text{h}$ 、 $0.916(^{\circ})/\text{h}$ , Allan 方差曲线达到最低点时的采样时间分别为 655s、681s、622s。

进行陀螺仪转台标定时, 转动转台内外框, 使转台位置依次满足图 1 中 16 个位置状态, 每个位置处数据采集时长为 20min。在完成了一个位置状态下的数据采集后, 根据 Allan 方差分析曲线最低点处的采样时间对原始数据进行分组平滑, 以减小零偏不稳定性的影响。

在陀螺仪 Allan 方差分析曲线达到最低点时, 采样宽度  $T_j$  与采样间隔  $\tau$  和采样数据量  $n_{T_j}$  之间存在以下关系

$$T_j = \tau \cdot n_{T_j} \quad (23)$$

以  $n_{T_j}$  为分组长度, 分别将 3 个轴的陀螺仪原始输出数据分割成  $N_j$  ( $j = x, y, z$ ) 组,  $N_j$  与每个轴陀螺仪输出数据总量  $N$  的关系为

$$N_j = N - n_{T_j} + 1 \quad (24)$$

其中, 第  $m$  组数据是陀螺仪输出的总体数据中第  $m$  个数据到第  $m + n_{T_j} - 1$  的数据。

在完成数据的分组后, 分别计算出每个分组的原始输出角速率的平均值  $\bar{\omega}_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, N_j$ ),  $j = x, y, z$ 。最后对  $N_j$  组输出角速率的平均值取平均数, 可以得到减小了零偏不稳定性影响的陀螺仪输出角速率  $\bar{\omega}_j$  ( $j = x, y, z$ )

$$\bar{\omega}_j = \frac{\sum_{i=1}^{N_j} \bar{\omega}_{ij}}{N_j} \quad (25)$$

根据分组平滑后的陀螺仪在位置状态(1)处~(8)处的数据, 按式(11)求取 3 个轴向上的陀螺仪的零偏, 分别为  $-1.709(^{\circ})/\text{h}$ 、 $30.633(^{\circ})/\text{h}$  和  $-3.380(^{\circ})/\text{h}$ 。

采用上文阐述的迭代解算方法对角速率测量系统的非正交误差和加速度敏感漂移误差进行求解。在迭代过程中, 初始迭代误差为  $2.64(^{\circ})/\text{h}$ , 在迭代超过 800 次后, 每次迭代时误差的降低约为  $1 \times 10^{-4} (^{\circ})/\text{h}$ , 此时迭代已趋于稳定, 约  $1.29(^{\circ})/\text{h}$ 。标定结果分别如表 1 和表 2 所示。

表1 陀螺仪非正交误差系数标定结果

Tab.1 Calibration results of non-orthogonal error coefficient

标定系数	标定结果(不确定度, $P=0.99$ )
$K_{xx}$	$1.031 \pm 0.032$
$K_{xy}$	$-0.026 \pm 0.005$
$K_{xz}$	$-0.025 \pm 0.002$
$K_{yx}$	$-0.051 \pm 0.007$
$K_{yy}$	$0.953 \pm 0.035$
$K_{yz}$	$0.083 \pm 0.005$
$K_{zx}$	$-0.082 \pm 0.008$
$K_{zy}$	$-0.327 \pm 0.025$
$K_{zz}$	$0.912 \pm 0.016$

表2 陀螺仪加速度敏感漂移误差系数标定结果

Tab.2 Calibration results of acceleration-sensitive drift error coefficient

标定系数	标定结果/[ $(^\circ)/h \cdot g^{-1}$ ](不确定度, $P=0.99$ )
$G_{xx}$	$-9.639 \pm 0.35$
$G_{xy}$	$-0.555 \pm 0.02$
$G_{xz}$	$-3.835 \pm 0.13$
$G_{yx}$	$2.267 \pm 0.20$
$G_{yy}$	$3.201 \pm 0.18$
$G_{yz}$	$4.388 \pm 0.13$
$G_{zx}$	$12.750 \pm 0.56$
$G_{zy}$	$17.739 \pm 0.70$
$G_{zz}$	$5.947 \pm 0.18$

从表2可以看出,某轴向加速度对该轴向陀螺仪的影响并不一定是最大的,加速度敏感漂移误差对陀螺仪输出的影响是综合性的。

本文选用的加速度计的零偏稳定性为  $100\mu g$ ,由加速度测量误差引起的陀螺仪加速度敏感漂移误差的最大值约为  $0.18(^\circ)/h$ 。

本文陀螺仪标定方法的标定结果与常规标定方法所得结果的对比如表3所示。

由表3可以看出,本文提出的16位置标定方法与传统的6位置和19位置的陀螺仪标定方法精度相当。但相较于传统的6位置标定方法,16位置标定方法不需要频繁地改变对陀螺仪的角速率激励;同时,本文方法对不同转台位置间的转动方式没有严格的要求,且位置状态相对较少,所以与19位置标定方法相比操作更方便。

将表1中的非正交误差矩阵和表2中的加速度敏感漂移误差矩阵代入式(19),结合陀螺仪原始数据以及分组平滑后的数据,分别求得在各个位置状态下误差修正后陀螺仪的输出角速率  $\hat{\omega}_x^{b(i)}$ ,  $\hat{\omega}_y^{b(i)}$ ,  $\hat{\omega}_z^{b(i)}$ ,进而根据式(19)和式(20)计算经过补偿后的  $\|\hat{\omega}^{b(i)}\|$  与地球自转角速率  $\omega_{ie}$  的差值  $\Delta\omega_{\text{aft}}^{(i)}$ 。同时,

表3 16位置标定与常规的6位置标定、19位置标定结果对比

Tab.3 Comparison of 16-position calibration results, 6-position calibration results and 19-position calibration results

参数	16位置标定	6位置标定	19位置标定
$\epsilon_x^b$	-1.709	-1.721	-1.702
$\epsilon_y^b$	30.633	30.601	30.634
$\epsilon_z^b$	-3.380	-3.399	-3.388
$K_{xx}$	1.031	1.045	1.036
$K_{xy}$	-0.026	-0.022	-0.025
$K_{xz}$	-0.025	-0.027	-0.027
$K_{yx}$	-0.051	-0.055	-0.052
$K_{yy}$	0.953	0.978	0.966
$K_{yz}$	0.083	0.083	0.082
$K_{zx}$	-0.082	-0.076	-0.080
$K_{zy}$	-0.327	-0.336	-0.322
$K_{zz}$	0.912	0.920	0.916
$G_{xx}$	-9.639	-9.230	-9.725
$G_{xy}$	-0.555	-0.562	-0.554
$G_{xz}$	-3.835	-3.943	-3.923
$G_{yx}$	2.267	2.365	2.236
$G_{yy}$	3.201	3.262	3.279
$G_{yz}$	4.388	4.255	4.366
$G_{zx}$	12.750	13.044	12.895
$G_{zy}$	17.739	17.096	17.754
$G_{zz}$	5.947	6.028	5.898

将其与各个位置状态下误差补偿前的  $\Delta\omega_{\text{pre}}^{(i)}$  进行对比,经多次标定测试,对比结果如表4和图2所示。图2中,红色箱式图表示多次标定中各个位置状态下  $\Delta\omega_{\text{aft}}^{(i)}$  的中值与方差情况,蓝色箱式图表示  $\Delta\omega_{\text{pre}}^{(i)}$  的中值与方差情况。

从表4和图2可以看出,在对非正交误差和加速度敏感漂移误差进行标定和修正后,陀螺仪敏感地球自转角速率误差值  $\Delta\omega_{ie}$  的均值与标准差均小于补偿前,这证明了上文提出的对非正交误差和加速度敏感漂移误差标定可以提高MEMS陀螺仪的测量精度和性能。在经过误差标定和修正后,陀螺仪对地球自转角速率的测量误差和测量标准差分别降低了55.7%和25.9%,这证明了该算法的有效性,为MEMS陀螺仪高精度建模工作提供了参考。

表4  $\Delta\omega_{\text{pre}}$  与  $\Delta\omega_{\text{aft}}$  的均值与标准差

Tab.4 Mean value and standard deviation of  $\Delta\omega_{\text{pre}}$  and  $\Delta\omega_{\text{aft}}$

	均值/[ $(^\circ)/h$ ]	标准差/[ $(^\circ)/h$ ]
补偿前	3.001	0.348
补偿后	1.329	0.258

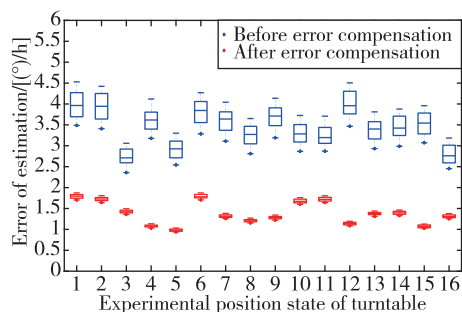


图 2 非正交误差与加速度敏感漂移误差补偿前后  $\Delta\omega_{ie}$  对比曲线

Fig. 2  $\Delta\omega_{ie}$  before and after compensating non-orthogonal error and acceleration-sensitive drift error

## 6 结论

本文设计了针对 MEMS 陀螺仪的 16 位置转台标定方案,基于惯性测量单元中 MEMS 陀螺仪非正交误差和加速度敏感漂移误差相互耦合的特性,提出了一种利用两组角速率数据迭代求解非正交误差系数和加速度敏感漂移误差系数的方法。同时,本文以陀螺仪对地球自转角速率的测量误差作为陀螺仪输出模型精度性能的评估依据,并展开试验验证。结果表明,通过对非正交误差和加速度敏感漂移误差的标定与修正,微惯性测量单元中陀螺仪的测量精度和性能得到了明显的提高,为 MEMS 陀螺仪高精度建模工作提供了参考,为其在高精度导航领域的应用奠定了基础。

## 参考文献

- [1] 曹慧亮,李宏生,王寿荣,等. MEMS 陀螺仪结构模型及系统仿真[J]. 中国惯性技术学报,2013,21(4): 524-529.  
Cao Huiliang, Li Hongsheng, Wang Shourong, et al. Structure model and system simulation of MEMS gyroscope[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013,21(4):524-529(in Chinese).
- [2] He X, Hu X, Wu M, et al. MEMS gyro signal denoising method based on extended recursive least square[C]// Proceedings of Chinese Control Conference, 2008: 403-406.
- [3] IEEE. IEEE Standard for Inertial Sensor Terminology [S]. IEEE Std 528-2019, 2019:1-35.
- [4] Zhou Q, Yu G, Li H, et al. A novel MEMS gyroscope in-self calibration approach[J]. Sensors,2020, 20(18): 5430.
- [5] 刘万科,宋宇,朱锋,等. 基于匀速率 26 位置法的 iIMU-FSAS 光纤陀螺仪标定[J]. 中国惯性技术学报,2017,25(1):103-108.
- [6] Liu Wanke, Song Yu, Zhu Feng, et al. iIMU-FSAS FOG calibration based on uniform-rate 26-position method[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017,25(1):103-108(in Chinese).
- [7] Jia J, Ding X, Qin Z, et al. Overview and analysis of MEMS Coriolis vibratory ring gyroscope[J]. Measurement,2021(10):32-36.
- [8] 蔡春龙,刘翼,刘一薇. MEMS 仪表惯性组合导航系统发展现状与趋势[J]. 中国惯性技术学报,2009,17(5):562-567.  
Cai Chunlong, Liu Yi, Liu Yiwei. Status quo and trend of inertial integrated navigation system based on MEMS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2009,17(5):562-567(in Chinese).
- [9] 王国栋,孙丽艳,王振凯,等. 一种 MEMS 陀螺仪零偏建模与估计方法[J]. 导航定位与授时,2021,8(4): 135-140.  
Wang Guodong, Sun Liyan, Wang Zhenkai, et al. A MEMS gyroscope bias modeling and estimating method [J]. Navigation Positioning and Timing, 2021, 8(4): 135-140(in Chinese).
- [10] 王坚,梁建,韩厚增. 低成本 IMU 的多位置旋转现场标定方法[J]. 中国惯性技术学报,2017,25(3):294-298.  
Wang Jian, Liang Jian, Han Houzeng. Method for low-cost IMU in-field calibration through multi-position rotation[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017,25(3):294-298(in Chinese).
- [11] Bancroft J B, Lachapelle G. Estimating MEMS gyroscope g-sensitivity errors in foot mounted navigation [C]//Proceedings of Ubiquitous Positioning, Indoor Navigation, and Location Based Service (UPINLBS). IEEE, 2012:1-6.
- [12] Grigorie T L, Negrea P, Cirstea F. Modelling and simulation of a miniaturized gyrometer[C]// Proceedings of International Symposium on Physics and Technology of Sensors (ISPTS). IEEE, 2015:162-168.
- [13] Cui M, Huang Y, Wang W, et al. MEMS gyroscope temperature compensation based on drive mode vibration characteristic control[J]. Micromachines,2019, 10(4): 248.
- [14] Yoo T S, Hong S K, Yoon H M, et al. Gain-scheduled complementary filter design for a MEMS based micro attitude and heading reference system[J]. Sensors, 2011, 11(4): 3816-3830.

(编辑:孟彬)