

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2022.06.012

# 基于联邦自适应滤波的分布式传递对准方法

朱敏, 马振, 王俊玮, 陈熙源

(东南大学仪器科学与工程学院, 南京 210096)

**摘要:**为解决复杂飞行环境下由于机翼的挠曲变形等因素导致分布式传递对准的精度下降和稳定性差的问题,提出了一种基于27维状态变量传递对准模型的新型联邦自适应滤波算法。首先,子滤波器采用基于 $R$ 和 $P$ 自适应更新的卡尔曼滤波算法并结合27维传递对准模型进行单点传递对准。然后,主滤波器采用基于误差协方差矩阵的原则,对多个子滤波器的冗余信息和信息权重进行信息融合以及自适应分配。基于实际飞行数据的半物理仿真实验表明:该方法在一定程度上提高了分布式传递对准的稳定性和精度,姿态估计稳定性得到明显提高,动态杆臂以及航向角估计精度分别提高了61.54%和42.35%。

**关键词:**分布式传递对准;联邦自适应滤波;卡尔曼滤波;机翼变形

**中图分类号:** TN713; V243.5      **文献标志码:** A      **文章编号:** 2095-8110(2022)06-0092-09

## Distributed Transfer Alignment Method Based on Federated Adaptive Filter

ZHU Min, MA Zhen, WANG Jun-wei, CHEN Xi-yuan

(School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of accuracy and stability degradation of distributed transfer alignment caused by wing deflection and deformation in the complex flight environment, a novel federal adaptive filtering algorithm based on the 27-dimensional transfer alignment model is proposed. Firstly, the transfer alignment based on the 27-dimensional transfer alignment model is carried out in the sub-filter, which adopt, the Kalman filter algorithm based on  $R$  and  $P$  adaptive update. Then, the redundant information and information weights of multiple sub-filters are fused and adaptively allocated in the main filter. The semi-physical simulation experiments based on actual flight data show that this method improves the stability and accuracy of distributed transfer alignment. The stability of attitude estimation is significantly improved. The level arm estimation accuracy and heading estimation accuracy are improved by 61.54% and 42.35%, respectively.

**Key words:** Distributed transfer alignment; Federated adaptive filter; Kalman filter; Wing deformation

**收稿日期:** 2022-01-14; **修订日期:** 2022-03-22

**基金项目:** 国防预研基金(61404130303); 江苏现代农业产业关键技术创新项目(CX(21)2015); 苏州市科技计划项目(SNG20200039)

**作者简介:** 朱敏(1996-),女,硕士研究生,主要从事传递对准方面的研究。

**通信作者:** 陈熙源(1969-),男,教授,主要从事惯性技术、组合导航及精密测量技术等方面的研究。

## 0 引言

分布式位姿测量系统可为高分辨率航空对地观测系统多元载荷提供分布式高精度运动信息。但观测平台在飞行过程中受到载荷和湍流的影响,机翼发生挠曲变形和震颤,降低了主子节点之间传递对准的精度<sup>[1-2]</sup>。因此,提高分布式传递对准的精度成为航空对地观测系统高分辨率成像的关键。

传统的不考虑主子节点动态变形的传递对准误差模型以及不考虑噪声的时变特性和主子节点间信息融合的分布式卡尔曼滤波算法用于分布式传递准时难以提供高精度信息。传统传递对准误差模型将机翼视为刚体,忽略了主子节点之间的动态变形,难以实现高精度测量。文献[3-4]使用二阶 Markov 模拟动态弯曲变形角,并将相关弯曲变形角和角速率加入状态变量,但其模型中将动态杠杆臂视为常数,并不符合实际变形。文献[5]建立了变形角和动态杠杆臂之间的模型,对主子节点之间的速度关系进行包括耦合关系在内的详细分析。但在机载分布式传递对准过程中,机翼变形会增加杠杆臂的估计误差,姿态以及角速度匹配方法可避免该误差<sup>[6]</sup>。所以,主子节点之间角速度耦合关系,即机翼挠曲变形引起的角速度同子节点角速度方向不同而存在的耦合角也需要考虑。因此,在传递对准误差模型建立时考虑了机翼的挠曲变形角、耦合角、主子节点的动态杠杆臂误差。但在实际的工程应用中,尽管使用了较为精确的模型,复杂飞行环境的干扰仍会导致卡尔曼滤波精度下降,甚至滤波发散,自适应滤波方法成为研究重点<sup>[7-9]</sup>。文献[10]提出了基于新息极大似然估计准则的自适应卡尔曼滤波器,实时估计出系统过程噪声矩阵  $Q$  和量测噪声矩阵  $R$ ,可以较好估计出失准角,但每一次均要进行  $Q$  和  $R$  的估计,大的计算量会导致实时性降低。因此,考虑到传递对准的精度和时间,采用只对  $R$  进行不断估计的方法,但状态估计误差会影响该滤波算法的稳定性。基于残差的卡方检验<sup>[11]</sup>可有效解决该问题。因此,本文引入  $R$  更新和基于卡方检验的协方差矩阵  $P$  更新的卡尔曼滤波算法进行单点传递对准。但单一的自适应卡尔曼滤波用于分布式传递准时抗扰性能较差,可将不同的子滤波器进行信息融合以达到更好的效果<sup>[12]</sup>。在多节点信息融合算法中,联邦滤波因其较好的容错性而被广泛应用,其通过实时确定信息权重系数的方

式对联邦滤波器进行了改进<sup>[13-14]</sup>。因此,本文结合分布式传递对准的背景和复杂飞行环境,以提高传递对准的精度和稳定性、缩短传递对准的时间为目标,提出了新型联邦自适应滤波算法用于分布式传递对准,子滤波器采用基于  $R$  和  $P$  自适应更新的卡尔曼滤波(Adaptive Kalman Filter, AKF)并结合 27 维传递对准模型进行单点传递对准,主滤波器采用基于误差协方差矩阵的范数的原则对多个子滤波器进行信息融合。

## 1 新型联邦自适应滤波算法

### 1.1 分布式位姿测量系统

分布式位姿测量系统包括一个高精度的主 IMU 和多个子 IMU,示意图如图 1 所示。由于飞机的机翼部分可承受质量有一定限制,所以机翼上安装的多个子 IMU 为低精度。各个子节点处高精度运动信息的获取需利用主 IMU 测得的高精度运动信息对分布于机翼的多个子 IMU 进行分布式传递对准滤波估计<sup>[15]</sup>。分布式传递对准精度取决于传递对准模型和分布式传递对准滤波方法。

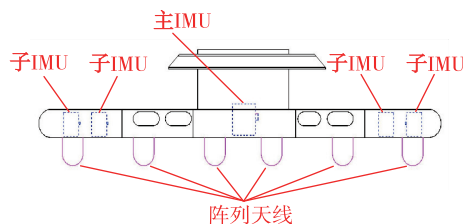


图 1 分布式位姿测量系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of distributed position and orientation system

本文采用 27 维状态量的传递对准模型,将机翼的挠曲变形角、耦合角、主子节点的动态杠杆臂误差均进行考虑,模型<sup>[16]</sup>如下:

状态方程中状态变量为

$$\mathbf{X} = [\varphi \quad \delta v \quad \epsilon^b \quad \Delta^b \quad \rho_0 \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \delta r \quad \Delta \delta]^T \quad (1)$$

其中,  $\varphi$  为子惯导平台失准角;  $\delta v$  为主子节点之间速度差;  $\epsilon^b$  为子节点陀螺仪测量零漂;  $\Delta^b$  为子节点加速度计测量零漂;  $\rho_0$  为主子节点初始安装误差角;  $\theta$  为主子节点动态弯曲变形角;  $\dot{\theta}$  为变形角速度;  $\delta r$  为主子节点动态杠杆臂;  $\Delta \delta$  为主子节点间耦合角。

状态方程中状态转移矩阵为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} (-\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_{zs}^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{F}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_{zs}^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{F}_2 & \mathbf{F}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{F}_4 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2 & \mathbf{J}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{F}_5 & \mathbf{F}_6 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_{zs}^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{F}_7 & \mathbf{F}_8 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{F}_1 = -[(2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times]$ ,  $\mathbf{F}_2 = R_0 \mathbf{J}_2 + [(\boldsymbol{\omega}_{im}^n \times)(\boldsymbol{\omega}_{im}^n \times) + (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{im}^n \times)]R_0$ ,  $\mathbf{F}_3 = (2(\boldsymbol{\omega}_{im}^n \times)R_0 + R_0 \mathbf{J}_1)$ ,  $\mathbf{F}_4 = [(\boldsymbol{\omega}_{im}^n \times)(\boldsymbol{\omega}_{im}^n \times) + (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{im}^n \times)]R_0$ ,  $\mathbf{F}_5 = R_0 \mathbf{M} \mathbf{J}_2$ ,  $\mathbf{F}_6 = R_0 + R_0 \mathbf{M} \mathbf{J}_1$ ,  $\mathbf{F}_7 = \mathbf{M} \mathbf{J}_2$ ,  $\mathbf{F}_8 = \mathbf{M} \mathbf{J}_1$ 。 $\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times$  为导航系相对于惯性系旋转的反对称矩阵;  $\mathbf{C}_{zs}^n$  为子系统理想坐标系与导航坐标系之间的转换矩阵;  $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$  为导航坐标系下地心地固坐标系相对于地心惯性坐标系的旋转角速度;  $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$  为导航坐标系下导航坐标系相对于地心地固坐标系的旋转角速度;  $\mathbf{J}_2$  为  $\theta$  二阶导数与其一阶导数和  $\theta$  之间关系式中一阶导数的系数矩阵;  $\mathbf{J}_1$  为  $\theta$  二阶导数与其一阶导数和  $\theta$  之间关系式中  $\theta$  的系数矩阵;  $R_0$  为初始杆臂;  $\mathbf{M}$  为耦合角和变形角关系式的系数矩阵;  $\boldsymbol{\omega}_{im}^n$  为导航坐标系下主系统相对于地心惯性坐标系的旋转角速度。

量测方程中量测量包括主子节点之间的姿态差  $\mathbf{Y}_a$ 、速度差  $\mathbf{Y}_v$  和角速度差  $\mathbf{Y}_\omega$ 。

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_a \\ \mathbf{Y}_v \\ \mathbf{Y}_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m - \mathbf{A}_s \\ \mathbf{V}_m - \mathbf{V}_s \\ \boldsymbol{\omega}_m - \boldsymbol{\omega}_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

量测方程中量测矩阵为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_a \\ \mathbf{H}_v \\ \mathbf{H}_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{a1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{H}_{a2} & \mathbf{H}_{a3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{H}_{a4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{H}_{v1} & \mathbf{H}_{v2} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \boldsymbol{\omega}_{im}^m \times & \boldsymbol{\omega}_{im}^m \times & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{H}_{\omega1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{H}_{v1} = R_0 \mathbf{M} (\mathbf{J}_1 \mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_2)$ ,  $\mathbf{H}_{v2} = R_0 \mathbf{M} \mathbf{J}_1^2$ ,  $\mathbf{H}_{\omega1} = (\boldsymbol{\omega}_{im}^m \times + \frac{K(\boldsymbol{\omega}_\theta)}{|\boldsymbol{\omega}_{is}^s|} \boldsymbol{\omega}_{is}^s \times)$ 。 $\boldsymbol{\omega}_{im}^m$  为主系统角速度;  $\boldsymbol{\omega}_{is}^s$  为子系统角速度;  $\boldsymbol{\omega}_\theta$  为弯曲变形角速度;  $T_m^{(ij)}$  表示主系统到子系统之间的方向余弦矩阵中第  $i$  行第  $j$  列的元素,  $\mathbf{H}_{a1}$ 、 $\mathbf{H}_{a2}$ 、 $\mathbf{H}_{a3}$ 、 $\mathbf{H}_{a4}$  可表示为

$$\mathbf{H}_{a1} = \mathbf{H}_{a4} = \begin{bmatrix} \frac{T_m^{(12)} T_m^{(32)}}{(T_m^{(12)})^2 + (T_m^{(22)})^2} & \frac{T_m^{(22)} T_m^{(32)}}{(T_m^{(12)})^2 + (T_m^{(22)})^2} & -1 \\ -\frac{T_m^{(22)}}{\sqrt{1 - (T_m^{(32)})^2}} & \frac{T_m^{(12)}}{\sqrt{1 - (T_m^{(32)})^2}} & 0 \\ \frac{T_m^{(21)} T_m^{(33)} - T_m^{(31)} T_m^{(23)}}{(T_m^{(33)})^2 + (T_m^{(31)})^2} & \frac{T_m^{(31)} T_m^{(13)} - T_m^{(11)} T_m^{(33)}}{(T_m^{(33)})^2 + (T_m^{(31)})^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_{a2} = \mathbf{H}_{a3} = \begin{bmatrix} \frac{T_m^{(12)} T_m^{(23)} - T_m^{(13)} T_m^{(22)}}{(T_m^{(12)})^2 + (T_m^{(22)})^2} & 0 & \frac{T_m^{(11)} T_m^{(22)} - T_m^{(12)} T_m^{(21)}}{(T_m^{(12)})^2 + (T_m^{(22)})^2} \\ -\frac{T_m^{(33)}}{\sqrt{1 - (T_m^{(32)})^2}} & 0 & -\frac{T_m^{(31)}}{\sqrt{1 - (T_m^{(32)})^2}} \\ -\frac{T_m^{(31)} T_m^{(32)}}{(T_m^{(33)})^2 + (T_m^{(31)})^2} & 1 & -\frac{T_m^{(32)} T_m^{(33)}}{(T_m^{(33)})^2 + (T_m^{(31)})^2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

传递对准过程中不确定的模型以及时变的飞行环境噪声等会带来误差。不考虑噪声时变特性

和主子节点信息融合的分布式卡尔曼滤波算法用于分布式传递对准时难以提供高精度信息。为了

保证传递对准精度和稳定性,将新型联邦自适应滤波算法用于分布式传递对准。子滤波器中使用基于  $R$  和  $P$  自适应更新的卡尔曼滤波算法,主滤波器基于误差协方差矩阵进行信息融合。

### 1.2 自适应卡尔曼滤波算法

传递准时系统模型会产生不可预知的变化,需不断地估计  $Q$  和  $R$  来提高精度,但其存在着计算量大和自适应性差的问题。每一次滤波均要进行  $Q$  和  $R$  的估计,计算量大,实时性降低,并且随着滤波递推次数的增加,分配权重不断减小,滤波自适应性降低<sup>[14]</sup>。为保证滤波精度和速度,采用基于  $R$  和  $P$  自适应更新的卡尔曼滤波算法。

针对实时性问题,在 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波的基础上选择只进行量测噪声  $R$  更新的卡尔

曼滤波算法。传递对准中主惯导采用高精度的 IMU,同时还有相应的辅助导航设备以修正主惯导误差,常认为主惯导输出信息的精度较高并且较稳定。但是由于在实际传递对准中,受机翼挠曲变形和振颤的影响,机体运动速度、姿态以及角速度会发生变化,且变化较为复杂,虽在传递对准误差建模中已针对机翼挠曲变形进行建模,但其并未完全消除机翼变形带来的影响。相对于量测噪声而言,系统过程噪声受子惯导惯性器件误差的影响较小。因此,为减少滤波器的计算量并增加其稳定性,本文采用只进行量测噪声  $R$  更新的卡尔曼滤波算法,将量测噪声  $R$  不断估计并传入,进行滤波增益的更新,从而达到更精确的状态估计,具体算法流程图 2 所示。

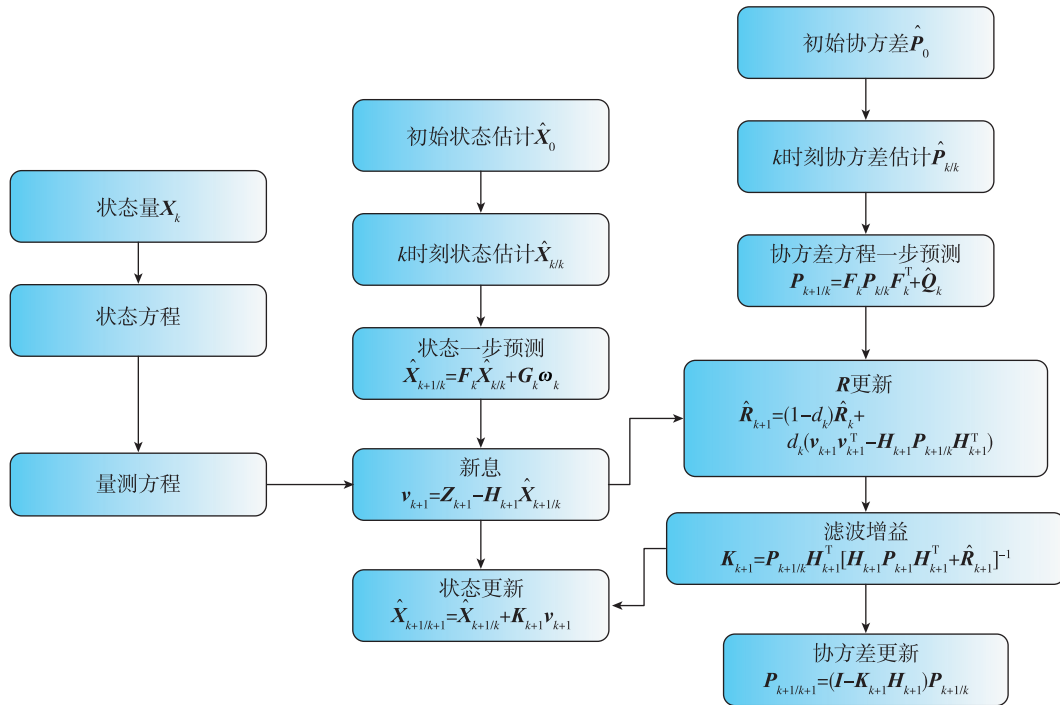


图 2  $R$  更新的卡尔曼滤波算法

Fig. 2 Kalman filtering algorithm based on  $R$ -update

$R$  更新方程中自适应系数  $d_k$  和遗忘因子<sup>[14]</sup>关系如下

$$d_k = (1 - a)/(1 - a^k) \quad (7)$$

其中,遗忘因子  $a$  的取值范围为  $0.95 \sim 0.99$ 。

针对滤波的自适应问题,上述只进行  $R$  更新的卡尔曼滤波算法,在  $R$  更新方程中递推次数到一定值后,自适应系数收敛为常数,历史和新近的观测信息对滤波的影响保持固定比例,历史观测信息对

滤波影响较大,滤波的自适应性较差。所以,滤波过程中针对滤波递推次数进行相应调整,每次滤波结束后判断自适应是否为常数,若为常数,将滤波次数  $k$  从 0 开始计数,重新进行自适应调整,继续执行图 2 所示滤波过程。

然而,系统模型的不确定性会降低基于  $R$  自适应更新的卡尔曼滤波器的性能,只进行  $R$  更新的卡尔曼滤波算法易受到状态估计误差的影响,计算稳

定性相对较差。为克服该问题,本文引入卡方检验以及自适应因子<sup>[17]</sup>。通过基于残差序列的卡方检验评估传递对准模型的滤波稳定性,并采用自适应因子动态调整状态估计误差的均方误差阵,具体如下:

通过卡方检验验证滤波器是否平稳,当检测到滤波不是最优时, $\mathbf{P}$ 阵进行自适应更新,引入自适应因子调整状态协方差矩阵并考虑对称性, $\mathbf{P}$ 的表达式更新为式(8)

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{S}_k \mathbf{F}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k/k-1}^T \mathbf{S}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{S}_k$ 为自适应因子。

当滤波最优时,残差序列 $\mathbf{r}_k$ 有下列属性

$$\boldsymbol{\gamma}_k = \mathbf{r}_k^T [\mathbf{H}_k (\mathbf{S}_k \mathbf{F}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k/k-1}^T \mathbf{S}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1}) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \mathbf{r}_k \sim \chi^2(m) \quad (9)$$

其中, $\boldsymbol{\gamma}_k$ 服从可观测状态变量的数量为 $m$ 自由度的卡方分布。

式(9)中,令

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{S}_k \mathbf{F}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k/k-1}^T \mathbf{S}_k^T \mathbf{H}_k^T \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (11)$$

$$\mathbf{J}_k = \mathbf{F}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k/k-1}^T \quad (12)$$

根据式(9)可知,滤波最优时残差序列的每一个分量满足下列方程

$$\gamma_i(k) = [r_i(k)]^2 / (a_{ii}(k) + b_{ii}(k)) \sim \chi(1) \quad (13)$$

其中, $a_{ii}(k)$ 为矩阵 $\mathbf{A}_k$ 的第 $i$ 个对角线元素; $b_{ii}(k)$ 为矩阵 $\mathbf{B}_k$ 第 $i$ 个对角线元素。

对 $\mathbf{A}_k$ 进行分解可得到 $\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{J}_k$ 的关系

$$a_{ii} = \mathbf{S}_i^2 \lambda_i^2 j_{ii} \quad (14)$$

其中, $j_{ii}(k)$ 为矩阵 $\mathbf{J}_k$ 的第 $i$ 个对角线元素。

结合式(13)和式(14),自适应因子满足下列方程

$$\mathbf{S}_i^2 > \frac{[r_i(k)]^2}{\lambda_i^2 j_{ii}(k) \epsilon_i} - \frac{b_{ii}(k)}{j_{ii}(k)} \quad (15)$$

其中, $\epsilon_i$ 为卡方检验的阈值。

检测到滤波异常时,为使滤波正常,自适应因子公式如下

$$\mathbf{S}_i = \begin{cases} \max \left( 1, \sqrt{\frac{[r_i(k)]^2}{\lambda_i^2 j_{ii}(k) \epsilon_i} - \frac{b_{ii}(k)}{j_{ii}(k)}} \right), & \frac{[r_i(k)]^2}{\lambda_i^2 j_{ii}(k) \epsilon_i} - \frac{b_{ii}(k)}{j_{ii}(k)} > 0 \\ 1, & \frac{[r_i(k)]^2}{\lambda_i^2 j_{ii}(k) \epsilon_i} - \frac{b_{ii}(k)}{j_{ii}(k)} \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

自适应因子矩阵中只有可观测状态量可以自适应计算,其余不可观测的值均取为1。因此,可观测

状态量的自适应因子取值如式(16),不可观测状态量取值为1。

自适应因子矩阵表达式如下

$$\mathbf{S}_k = \text{diag}(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) \quad (17)$$

综上所述,基于 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{P}$ 自适应更新的卡尔曼滤波算法整体流程如图3所示。

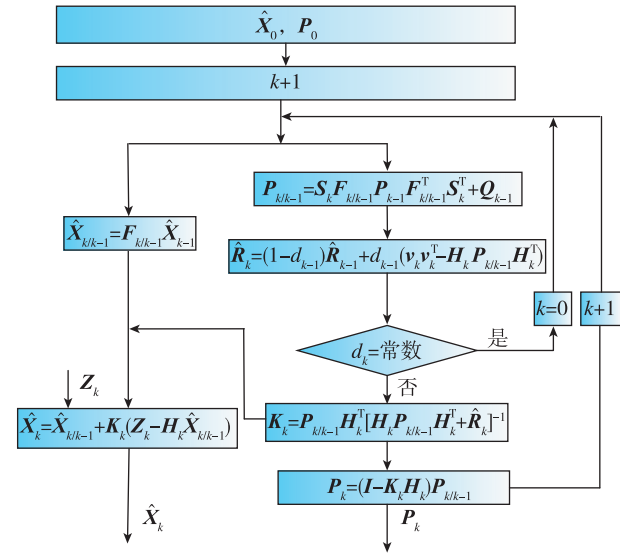


图3 自适应卡尔曼滤波算法

Fig. 3 Adaptive Kalman filtering algorithm

### 1.3 基于误差协方差矩阵的信息融合算法

为提高分布式传递对准精度和稳定性,采用基于误差协方差矩阵的信息融合算法。结合子滤波器中的自适应卡尔曼滤波算法,以3个子IMU为例的新型联邦自适应滤波算法的滤波结构如图4所示。

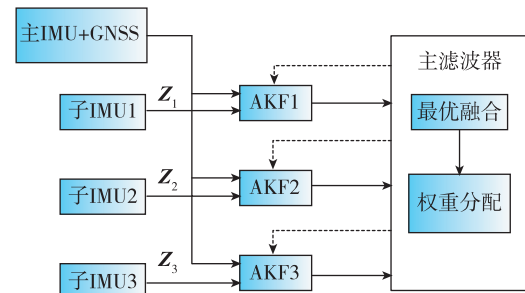


图4 新型联邦自适应滤波算法

Fig. 4 Novel federated adaptive filtering algorithm

子滤波器中分别进行基于 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{P}$ 自适应更新的卡尔曼滤波算法的传递对准后,在主滤波器中通过信息融合进行全局最优估计,然后将计算出的协方差阵乘以信息分配因子系数,反馈给各个子滤波

器进行权重的分配。信息分配因子  $\alpha_j$  为权重分配提供基准,其可通过误差协方差矩阵  $\mathbf{P}$  的范数被确定。子滤波器的滤波效果表达式如下

$$A_j = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{P}_j^2)} \quad (18)$$

其中,  $j=1,2,3$  代表滤波器的序号。

信息权重因子  $\alpha_j$  的表达式如下

$$\alpha_j(k) = \left( \sum_{i=1, i \neq j}^3 A_i \right) / 2 \sum_{i=1}^3 A_i \quad (19)$$

信息融合原则为

$$\mathbf{P}_g = [\mathbf{P}_1^{-1} + \mathbf{P}_2^{-1} + \mathbf{P}_3^{-1}]^{-1} \quad (20)$$

信息权重分配原则为

$$\mathbf{P}_j = \alpha_j^{-1} \mathbf{P}_g \quad (21)$$

## 2 实验结果及分析

### 2.1 半物理仿真实验

为了验证基于 27 维传递对准模型的新型联邦自适应滤波算法的有效性,本文采用基于实际飞行数据的半物理仿真方法,使用 Y12 型飞机进行约

200min、6000m 高的飞行实验,并记录飞行数据。其飞行轨迹如图 5 所示。

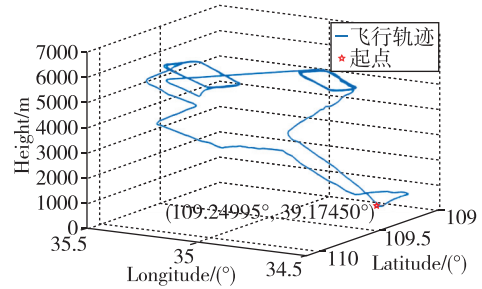


图 5 飞行轨迹

Fig. 5 Flight trajectory

实验所使用的仿真数据基于上述实际飞行轨迹生成。其中主 IMU 数据采用本次飞行实验数据,3 个子 IMU 数据将飞行实验中主 IMU 数据进行转换,再叠加设定的子 IMU 的误差。参数设置如表 1 所示。

表 1 子 IMU 参数设置

Tab. 1 Parameter setting of sub-IMUs

参数	值	参数	值
陀螺仪常值漂移	0.05(°)/h	初始角速度误差	0.1(°)/s
陀螺仪角度随机游走	0.025(°)/√h	耦合角误差	[10' 10' 10'] <sup>T</sup>
加速度计常值零偏	150μg	初始安装误差	[0.5' 0.5' 0.5'] <sup>T</sup>
加速度计速度随机游走	50μg/√h	初始杠杆臂 IMU1	[0.85m 0.15m 0.25m] <sup>T</sup>
采样频率	100Hz	初始杠杆臂 IMU2	[2m 0.15m 0.28m] <sup>T</sup>
初始姿态误差	[30' 30' 30'] <sup>T</sup>	初始杠杆臂 IMU3	[2.65m 0.15m 0.31m] <sup>T</sup>
初始速度误差	0.1m/s	杆臂误差	[0.2m 0.1m 0.1m] <sup>T</sup>

### 2.2 结果及分析

3 个子 IMU 分别采用传统卡尔曼滤波算法、联邦自适应滤波算法、新型联邦自适应滤波算法三种算法进行分布式传递对准,以证明联邦自适应滤波算法以及自适应卡尔曼滤波算法的有效性,最终证明本文提出的新型联邦自适应滤波算法的有效性。三种滤波算法均采用 27 维传递对准模型,选用杆臂误差和姿态误差作为评估对象。传统卡尔曼滤波算法和联邦自适应滤波算法对比仿真实验结果如图 6 和图 7 所示。

传统卡尔曼滤波算法和新型联邦自适应滤波算法对比仿真实验结果如图 8 和图 9 所示。

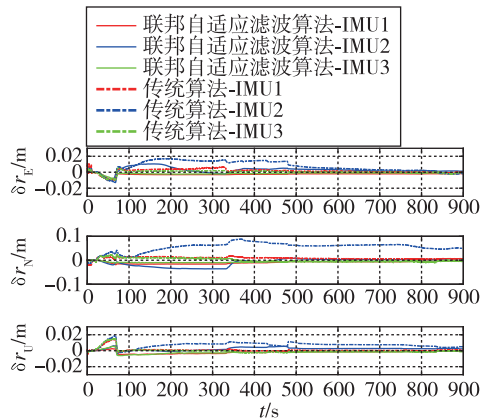


图 6 杆臂估计误差对比图

Fig. 6 Comparison of lever arm estimation error

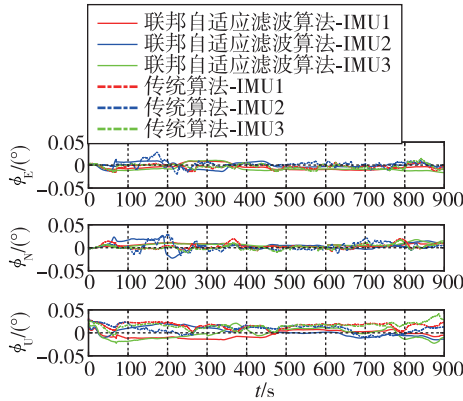


图7 姿态估计误差对比图

Fig. 7 Comparison of attitude estimation error

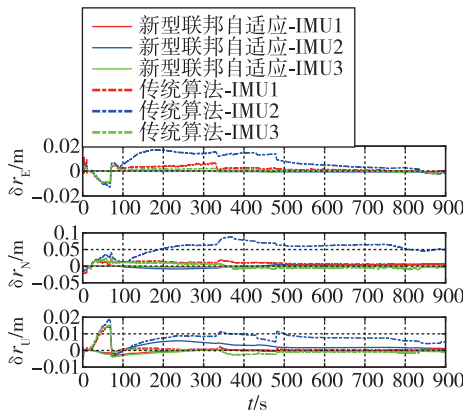


图8 杆臂估计误差对比图

Fig. 8 Comparison of lever arm estimation error

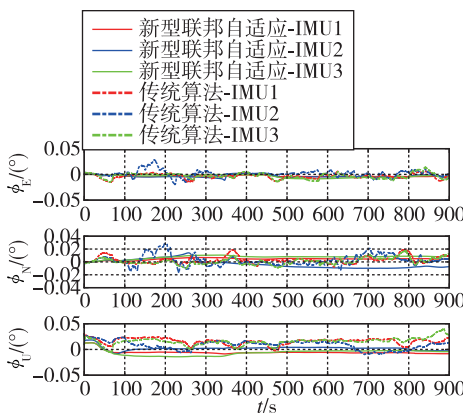


图9 姿态估计误差对比图

Fig. 9 Comparison of attitude estimation error

将图8、图9和图6、图7进行对比可以看出,相较于传统卡尔曼滤波算法以及子滤波器使用卡尔曼滤波的联邦自适应滤波算法,新型联邦自适应滤

波算法可提高动态杆臂以及姿态估计的稳定性和精度。在卡尔曼滤波算法下,动态杆臂估计精度较差,姿态角估计稳定性较差,滤波器处于振荡效果,并且航向角的估计精度较差。因此,算法效果主要以稳定性和动态杆臂、航向角的估计精度为评判标准。由于飞行过程中机翼振动和挠曲变形会导致量测信息噪声时变,飞行环境的多变性则会导致受扰动较大。若使用传统卡尔曼滤波方法无法有效进行杆臂和姿态的校正,误差迅速增大,降低了传递对准的稳定性、快速性和精度。虽然使用联邦自适应滤波算法可提高杆臂和姿态的估计精度,增加整体的抗扰动性能,但子滤波器估计的信息振荡严重、收敛缓慢,且未考虑系统噪声和量测噪声的影响,传入主滤波器后降低了信息融合的效果。本文提出的新型联邦自适应滤波算法有效解决了上述问题。子滤波器中 $R$ 自适应更新的加入,对时变噪声有一定调节能力,可以正确估计 $R_k$ ,实时调整增益 $K$ , $P$ 自适应更新的加入,对系统噪声特性的影响进行削减,同时主滤波器进行信息融合,促进了整体滤波器的抗扰动性能,增强了校正效果。新型联邦自适应滤波算法缩短了传递对准的时间,提高了传递对准的精度,增强了传递对准的稳定性。

为直观分析提出方法的有效性,三种算法的动态杆臂及航向角估计的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)计算如表2和表3所示。选用RMSE作为评估标准,相较于传统的卡尔曼滤波算法,新型联邦自适应滤波算法用于分布式传递对准时动态杆臂估计精度提高了61.54%,航向角估计精度提高了42.35%。

表2 杆臂估计误差结果对比

Tab. 2 Comparison of lever arm estimation error

IMU	算法	东向杆臂 误差/m	北向杆臂 误差/m	天向杆臂 误差/m
	传统卡尔曼滤波算法	0.0031	0.0100	0.0025
IMU1	联邦自适应滤波算法	0.0027	0.0099	0.0024
	新型联邦自适应算法	0.0010	0.0020	0.0009
IMU2	传统卡尔曼滤波算法	0.0099	0.0580	0.0078
	联邦自适应滤波算法	0.0045	0.0175	0.0028
	新型联邦自适应算法	0.0021	0.0049	0.0030
IMU3	传统卡尔曼滤波算法	0.0020	0.0075	0.0029
	联邦自适应滤波算法	0.0018	0.0073	0.0026
	新型联邦自适应算法	0.0008	0.0018	0.0011

表 3 航向角估计误差结果对比

Tab. 3 Comparison of heading estimation error

	传统卡尔曼 滤波算法	联邦自适应 滤波算法	新型联邦 自适应算法	
IMU1	0.0170	0.0084	0.0067	
航向角/(°)	IMU2	0.0121	0.0101	0.0045
	IMU3	0.0170	0.0109	0.0098

### 3 结论

针对分布式传递对准精度下降和稳定性问题,提出了子滤波器采用基于  $R$  和  $P$  自适应更新的卡尔曼滤波算法并结合 27 维传递对准模型用于主子传递对准,然后对不同子滤波器采用基于误差协方差矩阵原则进行信息融合和权重分配。算法分析和实验结果表明:新型联邦自适应滤波算法中  $R$  自适应、 $P$  自适应以及信息融合方法的加入,抑制了量测信息噪声时变特性对子滤波器的影响,缓解了状态估计误差对滤波的影响,提高了抗扰动性能,动态杆臂和姿态估计稳定性和精度得到了提高,证明了新型联邦自适应滤波算法应用于分布式传递对准中的有效性。未来计划建立更精确的传递对准建模,将陀螺仪和加速度计进行更深层次的展开和分析以提高精度。

### 参考文献

[1] Chen L, Liu Z, Fang J. An accurate motion compensation for SAR imagery based on INS/GPS with dual-filter correction[J]. *Journal of Navigation*, 2019, 72(6): 1-18.

[2] 顾宾,王巍,孙一弘,等. 基于光纤光栅的分布式 POS 柔性基线测量方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2019, 27(3): 307-313.

Gu Bin, Wang Wei, Sun Yihong, et al. Flexible baseline measurement method for airborne distributed POS based on fiber bragg grating[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2019, 27(3): 307-313 (in Chinese).

[3] Wang B, Ye W, Liu Y. An improved real-time transfer alignment algorithm based on adaptive noise estimation for distributed POS[J]. *IEEE Access*, 2020(99): 1.

[4] 任晓军,刘冲,李海军,等. 一种基于动态挠曲误差估计的“速度+姿态”传递对准方法[J]. *导航定位与授时*, 2018, 5(4): 27-31.

Ren Xiaojun, Liu Chong, Li Haijun, et al. A velocity

plus attitude matching transfer alignment method based on dynamic flexure deformation estimation model[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2018, 5(4): 27-31 (in Chinese).

[5] Wang B, Deng Z, Liu C, et al. Estimation of information sharing error by dynamic deformation between inertial navigation systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(4): 2015-2023.

[6] Majeed S. Comparison of INS based angular rate matching methods for measuring dynamic deformation[C]// *Proceedings of 2009 9<sup>th</sup> International Conference on Electronic Measurement and Instruments*. IEEE, 2009: 332-336.

[7] Wang J, Chen X, Yang P. Adaptive H-infinite Kalman filter based on multiple fading factors and its application in unmanned underwater vehicle[J]. *ISA Transactions*, 2021, 108: 295-304.

[8] Wang J, Ma Z, Chen X. Generalized dynamic fuzzy NN model based on multiple fading factors SCKF and its application in integrated navigation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 21(3): 3680-3693.

[9] Li H, Jian W, Wang S, et al. A method for SINS initial alignment of large misalignment angles based on simplified sage-husa filter with parameters resetting [C]// *Proceedings of 2017 Forum on Cooperative Positioning and Service (CPGPS)*. IEEE, 2017: 278-282.

[10] 周峰,邱文杰,张华明. 机翼弹性形变下的传递对准自适应卡尔曼滤波器[J]. *航天控制*, 2020, 38(5): 26-30+37.

Zhou Feng, Qiu Wenjie, Zhang Huaming. Research on adaptive Kalman filter of transfer alignment with the wing flexure[J]. *Aerospace Control*, 2020, 38(5): 26-30+37 (in Chinese).

[11] 杨金衡,宋单阳,田慕琴,等. 基于自适应卡尔曼滤波的双惯导采煤机定位方法[J]. *工矿自动化*, 2021, 47(7): 14-20+28.

Yang Jinheng, Song Danyang, Tian Muqin, et al. Double inertial navigation shearer positioning method based on adaptive Kalman filter[J]. *Industry and Mine Automation*, 2021, 47(7): 14-20+28 (in Chinese).

[12] Gong X, Liu H, Fang J, et al. Multi-node transfer alignment based on mechanics modeling for airborne DPOS[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2018, 18(2): 669-679.

[13] 陈晶,袁书明,程建华,等. 基于改进联邦 Kalman 滤波的组合校准方法研究[J]. *导航定位与授时*, 2016, 3(6): 21-25.

Chen Jing, Yuan Shuming, Cheng Jianhua, et al. Re-



- search on integrated calibration based on improved federated Kalman filter [J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2016, 3(6):21-25(in Chinese).
- [14] 邵鑫,陈熙源. 基于自适应联邦滤波的双功能深海潜器模式切换方法[J]. *传感技术学报*, 2019, 32(9): 1283-1288.
- Shao Xin, Chen Xiyuan. Research on navigation system of dual-function deep-sea vehicle and its mode switching method[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2019, 32(9):1283-1288(in Chinese).
- [15] Zou S, Li J, Lu Z, et al. A nonlinear transfer alignment of distributed POS based on adaptive second-order divided difference filter[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2018, 18(23): 9612-9618.
- [16] Chen X, Ma Z. Integrated modeling of motion decoupling and flexure deformation of carrier in transfer alignment[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 159(2):107690.
- [17] Geng Y, Wang J. Adaptive estimation of multiple fading factors in Kalman filter for navigation applications[J]. *GPS Solutions*, 2008, 12:273-279.

(编辑:李瑾)