

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2023.01.007

航天器多约束交会的仅测角导航最优多目标闭环制导

杜荣华, 廖文和, 张翔

(南京理工大学机械工程学院, 南京 210094)

摘要:研究了航天器多约束交会的仅测角导航最优多目标闭环制导问题, 优化目标包括交会时间、能耗和仅测角导航可观性指标, 并考虑了视觉传感器视场角、推力器推力幅度和最小安全距离等各种约束条件, 建立了多约束、多目标优化下的仅测角导航和闭环制导问题的数学模型, 分析了仅测角导航和闭环制导之间的耦合关系。最后, 通过 Matlab 遗传算法工具箱中的多目标优化函数, 求解得到了该多目标优化模型的 Pareto 最优解集, 结果显示交会时间、能耗和仅测角导航可观性指标不能同时达到最优, 存在相互制约关系, 即提高其中一种优化目标的性能会降低其他优化目标的性能。

关键词:仅测角导航; 航天器多约束交会; 多目标优化; 闭环制导; Pareto 最优

中图分类号: V448.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2023)01-0074-10

Optimal Multi-Objective Closed-Loop Guidance with Angles-Only Navigation for Spacecraft Multi-Constrained Rendezvous

DU Ronghua, LIAO Wenhe, ZHANG Xiang

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The optimal multi-objective closed-loop guidance with angles-only navigation for spacecraft multi-constrained rendezvous is studied. The optimization objectives include rendezvous time, fuel cost, and observability of angles-only navigation, and various constraints such as the field of view of vision sensor, the thrust magnitude, and the minimum safe distance are considered. A mathematical model of angles-only navigation and closed-loop guidance with multi-constraint and multi-objective optimization is established, and the coupling relationship between angles-only navigation and closed-loop guidance is analyzed. Finally, the Pareto optimal solution set of the multi-objective optimization model is obtained by using the multi-objective optimization function in the Matlab genetic algorithm toolbox. The results show that the rendezvous time, fuel cost, and observability of angles-only navigation can not reach the optimal value at the same time, and there are mutual constraints between them. That is, improving the performances of one of the optimization objectives degrades the performances of the other optimization objectives.

Key words: Angles-only navigation; Spacecraft multi-constrained rendezvous; Multi-objective optimization; Closed-loop guidance; Pareto optimality

收稿日期: 2022-04-26; 修订日期: 2022-06-01

基金项目: 上海航天科技创新基金(SAST 2020-019); 江苏省自然科学基金(BK20180465)

作者简介: 杜荣华(1995-), 男, 博士研究生, 主要从事微小卫星仅测角导航方面的研究。

通信作者: 廖文和(1965-), 男, 教授, 主要从事微小卫星总体设计方面的研究。

0 引言

随着航天技术的不断发展,航天任务范围也从传统的通信、导航和遥感等应用领域向在轨服务^[1-2]、空间碎片清理^[3-4]、编队飞行^[5-6]和深空探测^[7-8]等新型航天任务拓展,这些新型航天任务都涉及针对空间目标的自主交会操作,相关技术也成为了国际竞争前沿技术^[9]。

为了成功实施针对空间目标的自主交会操作,亟需提升航天器的自主运行能力,这其中涉及自主目标检测、自主相对导航及自主轨迹规划和控制等方面的研究^[9]。本文重点研究了航天器自主交会操作中的自主相对导航问题,即航天器能够通过星载相对导航传感器,自主获取空间目标相对于航天器的相对状态信息。目前常用来测量空间物体之间相对状态信息的有源主动式传感器(例如激光和微波雷达等),由于其功耗、质量和体积都比较大,使得它们无法应用在微小卫星平台上;而无源被动式传感器(例如可见光和红外相机等)在这一方面具有较大的优势^[10-12],因为它们对卫星总体质量和功耗的设计影响很小^[13],且能作用的相对导航范围较广。此外,大部分航天器都配备了星敏感器,如果方向合适,可用于探测其视野范围内的空间目标,并根据测得的视线角信息执行相对导航任务^[9, 12, 14]。其中,仅测角导航技术代表了多种高级分布式空间系统的明确使能技术,包括空间态势感知、自主交会对接、分布式孔径科学和涉及空间非合作目标的在轨维修等任务^[9, 12, 15]。

仅测角导航技术指通过单个相机在一段时间内测量航天器和空间目标之间的视线角信息,以推导出它们之间的相对状态信息。然而,由于单目相机深度信息的缺失,仅测角导航存在星间距离不可观测的问题^[16-17]。目前,已经有许多学者研究了提高仅测角导航可观性的方法。D. C. Woffinden 和 D. K. Geller^[18-19]通过六自由度仿真,证明了实际情况下仅测角导航在自主交会中的实用性,分析了仅测角导航系统可观测的条件,并提出了通过轨道机动来提高仅测角导航可观性的方法。李九人等^[20]在 Woffinden 和 Geller 的基础上,研究了提高仅测角导航可观性的轨道机动策略。J. Grzymisch 等^[21-22]提供了描述仅测角导航可观性的新方法,并给出了典型的不可观测的轨道机动方式。G. Gaias 等^[23]基于相对轨道根数,研究了基于轨道机动的仅测角导航问题。罗建军等^[24]研究了仅测角导航多约束交会的闭环最

优制导问题,其优化目标包括能耗、仅测角导航可观性指标和误差协方差,并把误差协方差作为约束条件进行分析,且优化目标函数的最终形式为能耗和仅测角导航可观性指标的加权值。由于能耗和仅测角导航可观性指标的量纲、数量级不同,这种通过加权值作为最终的优化目标函数的建模方式,其加权值的大小严重依赖于数量级较大的优化目标。总结以上方法,这些研究主要集中在如何提高仅测角导航可观性的轨道机动策略上,并没有充分考虑仅测角导航和闭环制导之间存在的耦合关系。这样虽然可以提高仅测角导航系统的可观性,但同时也带来了更多的能耗与碰撞风险的问题,并且没有考虑能耗、推力器推力幅度以及光学导航相机视场角和探测时间等约束条件,并不能满足航天器实际交会场景中的使用要求。

本文充分考虑了仅测角导航和闭环制导之间存在的耦合关系,以及航天器自主交会场景中存在的各种约束条件,开展了多约束、多目标优化下的仅测角导航和闭环制导问题研究,旨在获得 3 个优化目标的 Pareto 最优解集。3 个优化目标包括交会时间、能耗和仅测角导航可观性指标,从而为不同情形下基于仅测角导航的航天器自主交会任务提供解决方案。为了达到此目的,本文采用 Clohessy-Wiltshire (CW) 方程作为航天器的相对动力学模型,建立了多约束、多目标优化下的仅测角导航和闭环制导问题的数学模型,并分析了仅测角导航和闭环制导之间存在的耦合关系。由于 3 个优化目标的量纲和数量级不同,导致它们之间的值相差很大,如果采用传统的加权值法构建最终的优化目标函数,则加权值的大小严重依赖于数量级较大的优化目标。此外,传统的优化方法仅能求出优化问题的局部最优解,并且求解结果严重依赖于初始值。因此,最后通过 Matlab 遗传算法工具箱中的多目标优化函数,求解得到了该多目标优化模型的 Pareto 最优解集,证明了 3 个优化目标之间存在相互制约关系,即提高其中一种优化目标的性能会降低其他优化目标的性能。

1 相对动力学模型

采用著名的 CW 方程^[25]作为主星和副星之间自主交会的相对动力学方程,该方程建立在笛卡尔坐标系中,如图 1 所示,其中 x 轴背离地心, z 轴垂直主星的轨道平面, y 轴在轨道平面内且与 x 轴和 z

轴满足右手定则。若不考虑摄动,则 CW 方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} - 3\omega^2x = u_x \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} = u_y \\ \ddot{z} + \omega^2z = u_z \end{cases} \quad (1)$$

其中, ω 为主星的轨道角速率; x 、 y 和 z 为相对位置分量; u_x 、 u_y 和 u_z 为副星的推力加速度分量。

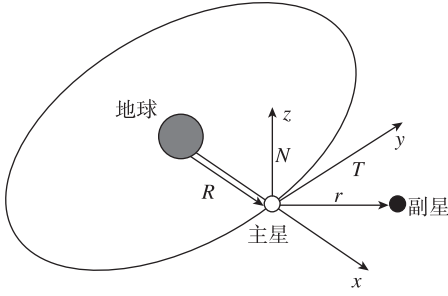


图1 LVLH 坐标系定义

Fig.1 Definition of LVLH frame

假设副星没有进行轨道机动操作,即 u_x 、 u_y 和 u_z 均为零,则对式(1)进行积分之后得到 CW 方程的解为

$$x(t) = [4 - 3\cos(\omega t)]x_0 + \left[\frac{\sin(\omega t)}{\omega}\right]\dot{x}_0 +$$

$$\left[\frac{2(1 - \cos(\omega t))}{\omega}\right]\dot{y}_0$$

$$y(t) = [6(\sin(\omega t) - \omega t)]x_0 + y_0 +$$

$$\left[\frac{2(\cos(\omega t) - 1)}{\omega}\right]\dot{x}_0 + \left[\frac{(4\sin(\omega t) - 3\omega t)}{\omega}\right]\dot{y}_0$$

$$z(t) = \cos(\omega t)z_0 + \left[\frac{\sin(\omega t)}{\omega}\right]\dot{z}_0$$

$$\dot{x}(t) = 3\omega\sin(\omega t)x_0 + \cos(\omega t)\dot{x}_0 + 2\sin(\omega t)\dot{y}_0$$

$$\dot{y}(t) = [6\omega(\cos(\omega t) - 1)]x_0 - 2\sin(\omega t)\dot{x}_0 +$$

$$[4\cos(\omega t) - 3]\dot{y}_0$$

$$\dot{z}(t) = -\omega\sin(\omega t)z_0 + \cos(\omega t)\dot{z}_0 \quad (2)$$

由式(2)得到状态转移矩阵为

$$\Phi(t, t_0) = [\Phi_1(t, t_0) \quad \Phi_2(t, t_0)] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, $\Phi_1 = \begin{bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{21} \end{bmatrix}$; $\Phi_2 = \begin{bmatrix} \Phi_{12} \\ \Phi_{22} \end{bmatrix}$ 。其具体的子

矩阵的表达式为

$$\Phi_{11} = \begin{bmatrix} 4 - 3\cos(\omega t) & 0 & 0 \\ 6(\sin(\omega t) - \omega t) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Phi_{12} = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\omega t)}{\omega} & \frac{2(1 - \cos(\omega t))}{\omega} & 0 \\ \frac{2(\cos(\omega t) - 1)}{\omega} & \frac{4\sin(\omega t) - 3\omega t}{\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\Phi_{21} = \begin{bmatrix} 3\omega\sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 6\omega(\cos(\omega t) - 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega\sin(\omega t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\Phi_{22} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & 2\sin(\omega t) & 0 \\ -2\sin(\omega t) & 4\cos(\omega t) - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

令系统状态量 $\boldsymbol{\chi} = (\mathbf{r}^T, \mathbf{v}^T)^T = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$, 控制向量 $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$ 。对于副星有轨道机动操作的情况,系统状态量 $\boldsymbol{\chi}$ 的传播方程为

$$\boldsymbol{\chi}(t) = \Phi(t, t_0)\boldsymbol{\chi}_0 + \int_{t_0}^t \Phi_2(t, \tau)\mathbf{u}(\tau)d\tau \quad (8)$$

对于给定的航天器自主交会任务,定义其初始状态和最终状态为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}(t_0) = \boldsymbol{\chi}_0 \\ \boldsymbol{\chi}(t_f) = \boldsymbol{\chi}_f \end{cases} \quad (9)$$

副星的推力矢量可以近似为 n 个速度脉冲

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta\mathbf{v}_i\delta(t - t_i), \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (10)$$

其中, t_i 是施加脉冲机动的时间; $\Delta\mathbf{v}_i = (\Delta v_{xi}, \Delta v_{yi}, \Delta v_{zi})^T$; $\delta(t - t_i)$ 是狄拉克函数。

将式(10)代入式(8),得到

$$\boldsymbol{\chi}(t_f) = \Phi(t_f, t_0)\boldsymbol{\chi}(t_0) + \sum_{i=0}^{n-1} \Phi_2(t_f, t_i)\Delta\mathbf{v}_i, \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (11)$$

定义

$$\Delta\boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\chi}(t_f) - \Phi(t_f, t_0)\boldsymbol{\chi}(t_0) \quad (12)$$

$$\Delta\mathbf{v} = [(\Delta\mathbf{v}_0)^T (\Delta\mathbf{v}_1)^T \dots (\Delta\mathbf{v}_{n-1})^T]^T \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\Xi} = [\Phi_2(t_f, t_0), \Phi_2(t_f, t_1), \dots, \Phi_2(t_f, t_{n-1})]^T \quad (14)$$

得到

$$\Delta\boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\Xi}^T \Delta\mathbf{v} \quad (15)$$

当 $n=1$ 时,式(15)一般无解。令 $[\boldsymbol{\Xi}^T, \Delta\boldsymbol{\chi}]$ 为式(15)所描述的线性方程组的增广矩阵,如果 $\text{rank}([\boldsymbol{\Xi}^T, \Delta\boldsymbol{\chi}]) = \text{rank}(\boldsymbol{\Xi}^T)$, 则式(15)有解,否则式(15)无解。当 $n=2$ 时,由式(15)得到

$$\Delta\mathbf{v} = (\boldsymbol{\Xi}^T)^{-1} \Delta\boldsymbol{\chi} \quad (16)$$

当 $n > 2$ 时,式(15)有多个解,它的一般解的形式为^[26]

$$\Delta \mathbf{v} = (\mathbf{E}^T)^{-1} \Delta \mathbf{x} + (\mathbf{I} - (\mathbf{E}^T)^{-1} \mathbf{E}^T) \boldsymbol{\lambda} \quad (17)$$

其中, $(\mathbf{E}^T)^{-1}$ 是 \mathbf{E}^T 的任意广义逆矩阵; $\boldsymbol{\lambda}$ 是任意 $3n \times 1$ 的向量。

如果选择最小范数解, 则获得 n 个脉冲机动的速度增量为

$$\Delta \mathbf{v} = (\mathbf{E}\mathbf{E}^T)^{-1} \mathbf{E} \Delta \mathbf{x} \quad (18)$$

如果 n 个脉冲机动不满足推力器能力的约束条件, 则可以将最小范数解作为初始解, 通过调整变量 $\boldsymbol{\lambda}$ 来最小化能耗, 从而使其满足推力器能力的约束条件, 否则式(15)无解。

2 仅测角导航和闭环制导耦合关系分析

根据图 2 所示视线测量几何示意图, 可以建立非线性的视线测量方程为

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \epsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan\left(\frac{x^c}{y^c}\right) \\ \arctan\left(-\frac{z^c}{\sqrt{(x^c)^2 + (y^c)^2}}\right) \end{pmatrix} \quad (19)$$

其中, 上标 c 表示相机坐标系, 可以进行省略; α 和 ϵ 分别表示相对方位角和相对俯仰角。

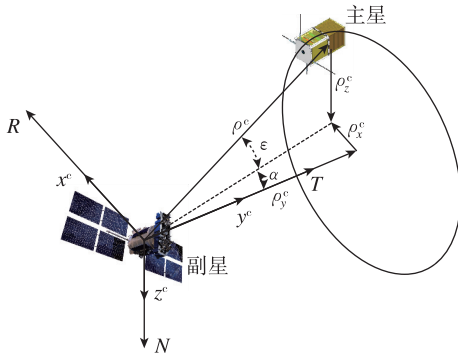


图 2 视线测量几何

Fig. 2 Line-of-sight measurement geometry

假设相机的测量噪声较小, 则可以忽略其影响, 并对式(19)进行类线性化^[21]。对式(19)中的第 1 个分式两边取正切得到

$$x \cos \alpha - y \sin \alpha = 0 \quad (20)$$

对式(19)中的第 2 个分式两边取正切, 并将式(20)代入其中得到

$$y \sin \epsilon + z \cos \alpha \cos \epsilon = 0 \quad (21)$$

将式(20)和式(21)整理成线性齐次方程组的形式为

$$\Pi(\mathbf{z}) \boldsymbol{\chi} = \mathbf{0}_{2 \times 1} \quad (22)$$

其中, $\Pi(\mathbf{z})$ 的表达式为

$$\Pi(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \epsilon & \cos \epsilon \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

由式(23)可知, $\Pi(\mathbf{z})$ 表示的矩阵是满秩的, 即

$$\text{rank}(\Pi(\mathbf{z})) = 2 < 6 \quad (24)$$

根据式(24)可以得出式(22)的解不唯一, 因此需要 3 组视线角观测量才能正确地求出主星和副星之间真实的相对状态信息。假设有 3 组视线角观测量, 得到

$$\begin{cases} \Pi(\mathbf{z}_0) \boldsymbol{\chi}_0 = \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \Pi(\mathbf{z}_1) \boldsymbol{\chi}_1 = \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \Pi(\mathbf{z}_2) \boldsymbol{\chi}_2 = \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{cases} \quad (25)$$

根据式(11), 主星和副星之间相对状态传播方程的离散形式为

$$\boldsymbol{\chi}_k = \Phi(t_k, t_0) \boldsymbol{\chi}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi_2(t_k, t_i) \Delta \mathbf{v}_i, \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (26)$$

根据式(26)得到 $\boldsymbol{\chi}_0$ 、 $\boldsymbol{\chi}_1$ 和 $\boldsymbol{\chi}_2$ 之间的关系为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_1 - \Phi(t_1, t_0) \boldsymbol{\chi}_0 - \Phi_2(t_1, t_0) \Delta \mathbf{v}_0 = \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \boldsymbol{\chi}_2 - \Phi(t_2, t_0) \boldsymbol{\chi}_0 - \Phi_2(t_2, t_0) \Delta \mathbf{v}_0 - \\ \quad \Phi_2(t_2, t_1) \Delta \mathbf{v}_1 = \mathbf{0}_{6 \times 1} \end{cases} \quad (27)$$

将式(27)代入式(25), 得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{0}_{2 \times 3} \\ \Pi(\mathbf{z}_1) \Phi_2(t_1, t_0) & \mathbf{0}_{2 \times 3} \\ \Pi(\mathbf{z}_2) \Phi_2(t_2, t_0) & \Pi(\mathbf{z}_2) \Phi_2(t_2, t_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{v}_0 \\ \Delta \mathbf{v}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi(\mathbf{z}_0) \\ \Pi(\mathbf{z}_1) \Phi(t_1, t_0) \\ \Pi(\mathbf{z}_2) \Phi(t_2, t_0) \end{bmatrix} \boldsymbol{\chi}_0 \quad (28)$$

式(28)有非零解的必要条件是式(28)为非齐次方程式, 即式(28)的左边为非零矩阵

$$\begin{cases} \Pi(\mathbf{z}_1) \Phi_2(t_1, t_0) \Delta \mathbf{v}_0 \neq \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \Pi(\mathbf{z}_2) \Phi_2(t_2, t_0) \Delta \mathbf{v}_0 + \\ \quad \Pi(\mathbf{z}_2) \Phi_2(t_2, t_1) \Delta \mathbf{v}_1 \neq \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{cases} \quad (29)$$

为了使仅测角导航系统可观, $\Delta \mathbf{v}_0$ 和 $\Delta \mathbf{v}_1$ 不能全为零, 即副星必须执行轨道机动操作, 且需要满足式(29)表示的条件。当测量信息完备时, 相对导航系统与制导系统基本是相互独立的; 然而, 当相对导航系统仅能输出视线角信息时, 二者是耦合的^[26-28]。假设 t_i 时刻仅测角导航的误差为 $\Delta \hat{\boldsymbol{\chi}}_i = (\Delta \mathbf{r}_i^T \quad \Delta \mathbf{v}_i^T)^T$, 对于脉冲机动操作, 可以得到 t_{i+1} 时刻的制导误差为^[24]

$$\Delta \boldsymbol{\chi}_{i+1} = \begin{bmatrix} -\Phi_{11} \Delta \mathbf{r}_i - \Phi_{12} \Delta \mathbf{v}_i \\ -\Phi_{21} \Delta \mathbf{r}_i - \Phi_{22} \Delta \mathbf{v}_i \end{bmatrix} = -\Phi \Delta \hat{\boldsymbol{\chi}}_i \quad (30)$$

由式(30)可知,仅测角导航误差与制导误差满足线性关系,那么仅测角导航误差收敛时制导误差

也随之收敛。另外,仅测角导航和闭环制导的流程如图3所示。

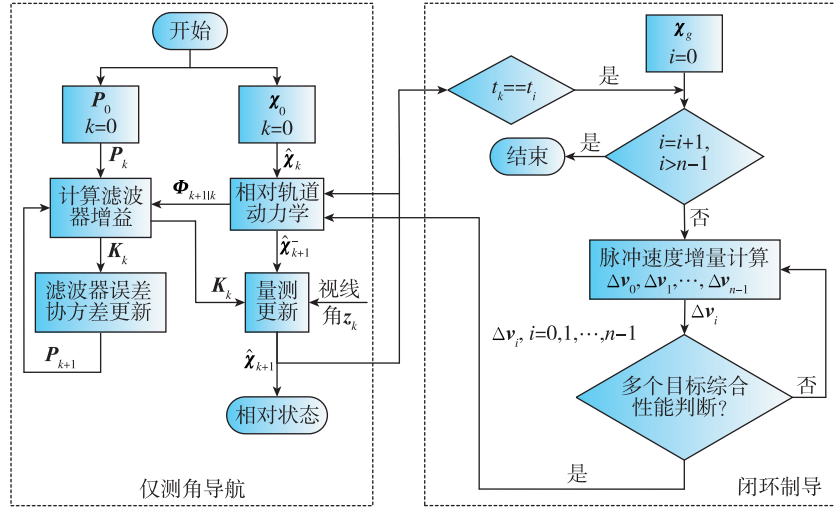


图3 仅测角导航和闭环制导流程

Fig. 3 Flowchart of the closed-loop guidance with angles-only navigation

3 多目标优化模型

3.1 目标函数

第1个目标函数表示交会时间,即

$$\min f_1(\mathbf{x}) = J_t = t_f \quad (31)$$

第2个目标函数表示燃耗大小,即

$$\min f_2(\mathbf{x}) = J_f = \sum_{i=0}^{n-1} |\Delta \mathbf{v}_i|, i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (32)$$

第3个目标函数表示仅测角导航可观性指标^[29],即

$$\min f_3(\mathbf{x}) = J_o = \sum_{i=1}^{n-1} J_{o,i} \\ = \sum_{i=1}^{n-1} \bar{\mathbf{x}}_{i,\text{rel}}^T \mathbf{x}_{i,\text{rel}}, i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (33)$$

其中,式(33)表示轨道机动操作前后副星和主星之间的相对轨迹的差异性,两者轨迹差异越大,则 J_o 越小,代表轨道机动操作后仅测角导航可观性指标越好; $\bar{\mathbf{x}}_{i,\text{rel}}$ 为没有进行轨道机动操作的副星和主星之间的相对轨迹, $\mathbf{x}_{i,\text{rel}}$ 为进行轨道机动操作后副星和主星之间的相对轨迹。

3.2 优化变量

由于是最短时间的集合,因此优化变量包括交会时间 t_f ,继而轨道机动操作的时间点 $t_i (i = 0, 1, \dots, n-1)$ 也是优化变量,即到达每个路径点的时间应更少。另外,优化变量还包括速度增量 $\Delta \mathbf{v}_i, i = 0, 1, \dots, n-1$,其计算公式由式(16)和式(18)确定,

并且需要满足推力器能力的约束条件。

3.3 约束条件

首先,副星和主星之间需要满足相对动力学的约束条件为

$$\mathbf{x}_{i+1} - \Phi(\Delta T)\mathbf{x}_i - \Phi_2(\Delta T)\Delta \mathbf{v}_i = \mathbf{0}_{6 \times 1}, \\ i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (34)$$

其中, ΔT 表示采样时间间隔。

在初始时刻 t_0 和终止时刻 t_f 上需满足的边界约束条件为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{cases} \quad (35)$$

对于机动操作的时间点 $t_i (i = 0, 1, \dots, n-1)$,为了在机动操作前有足够的时间用于副星调整姿态, $t_i (i = 0, 1, \dots, n-1)$ 需满足以下约束条件

$$\begin{cases} t_0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} \leq t_f \\ t_{i+1} - t_i \geq \Delta t \end{cases}, i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (36)$$

其中, Δt 定义了两次脉冲机动操作之间的最小时间间隔。

对于微小型卫星,由于配备的推力器能提供的推力大小有限,所以单次脉冲机动操作的速度增量和整个时间段轨道机动操作的总速度增量需满足以下条件

$$\begin{cases} |\Delta \mathbf{v}_i| \leq \Delta v_{\max} \\ \sum_{i=0}^{n-1} |\Delta \mathbf{v}_i| \leq u_{\text{total}} \end{cases}, i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (37)$$

其中, Δv_{\max} 表示单次脉冲机动操作允许的最大速

度增量; u_{total} 表示允许施加于副星的最大总速度增量。

为了保证主星始终在副星的相机视场内, 需要满足的约束条件为

$$\begin{cases} \left| \frac{\boldsymbol{x}_i(3,1)}{\boldsymbol{x}_i(2,1)} \right| \leq \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \left| \frac{\boldsymbol{x}_i(1,1)}{\boldsymbol{x}_i(2,1)} \right| \leq \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) \end{cases}, i=0,1,\dots,n-1 \quad (38)$$

其中, γ 和 β 分别表示导航相机的最大水平视场角和最大垂直视场角

最后, 为了保证副星和主星不发生碰撞, 需要满足的被动安全约束条件为

$$\sqrt{\boldsymbol{x}_i^2(1,1) + \boldsymbol{x}_i^2(2,1) + \boldsymbol{x}_i^2(3,1)} \geq r_{\text{safe}}, \quad i=0,1,\dots,n-1 \quad (39)$$

其中, r_{safe} 表示被动安全轨迹中的最小安全距离。

3.4 数学模型

最后, 提出的多目标优化模型的数学表达式为

$$\min f(\boldsymbol{x}) = \min[f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), f_3(\boldsymbol{x})]$$

s. t.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{i+1} - \Phi(\Delta T)\boldsymbol{x}_i - \Phi_2(\Delta T)\Delta\boldsymbol{v}_i = \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{x}_f \\ t_0 \leq t_1 < t_2 \cdots < t_{n-1} \leq t_f \\ t_{i+1} - t_i \geq \Delta t \\ |\Delta\boldsymbol{v}_i| \leq \Delta\boldsymbol{v}_{\text{max}}, \quad i=0,1,\dots,n-1 \quad (40) \\ \sum_{i=0}^{n-1} |\Delta\boldsymbol{v}_i| \leq u_{\text{total}} \\ \left| \frac{\boldsymbol{x}_i(3,1)}{\boldsymbol{x}_i(2,1)} \right| \leq \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \left| \frac{\boldsymbol{x}_i(1,1)}{\boldsymbol{x}_i(2,1)} \right| \leq \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) \\ \sqrt{\boldsymbol{x}_i^2(1,1) + \boldsymbol{x}_i^2(2,1) + \boldsymbol{x}_i^2(3,1)} \geq r_{\text{safe}} \end{cases}$$

其中

$$\begin{cases} f_1(\boldsymbol{x}) = t_f \\ f_2(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=0}^{n-1} |\Delta\boldsymbol{v}_i|, \quad i=0,1,\dots,n-1 \quad (41) \\ f_3(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{x}_{i,\text{rel}}^T \boldsymbol{x}_{i,\text{rel}} \end{cases}$$

式(40)和式(41)表述的多约束多目标优化模型可被归纳为求 Pareto 最优解集的问题形式。

4 仿真校验

4.1 问题配置

本文通过 Matlab 遗传算法工具箱中的多目标优

化函数, 求解上述多目标多约束情况下的仅测角导航和闭环制导问题的数学模型。与传统的优化方法相比, 遗传算法适合于求解复杂的多目标优化问题, 并具有较强的鲁棒性; 而传统的优化方法仅能求出优化问题的局部最优解, 且求解结果严重依赖于初始值。遗传算法所采用的仿真参数如表 1 所示, 需要解决的仅测角导航和闭环制导问题的参数配置如表 2 所示。本文主要进行了副星从 10km 处通过仅测角导航交会抵近主星至 1km 范围内的数值仿真, 并且主星和副星的初始和终端相对状态为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_0 = (-100\text{m} \quad -10000\text{m} \quad -100\text{m} \\ \quad \quad \quad 0.1\text{m/s} \quad 0.1\text{m/s} \quad 0.1\text{m/s})^T \\ \boldsymbol{x}_f = (0\text{m} \quad -1000\text{m} \quad 0\text{m} \\ \quad \quad \quad 0\text{m/s} \quad 0\text{m/s} \quad 0\text{m/s})^T \end{cases} \quad (42)$$

表 1 遗传算法中采用的仿真参数

Tab. 1 Simulation parameters used in genetic algorithm

参数	值
编码方法	浮点数编码
种群大小	200
最大代数	300
选择类型	随机竞争选择
竞争大小	2
交叉类型	算术交叉
交叉概率	0.9
变异类型	不均匀
变异概率	0.10
停止准则	停滞代数
最优个体系数	0.2
适应度函数偏差	1×10^{-10}

表 2 问题配置

Tab. 2 Problem configurations

参数	值
脉冲数量 n	2, 3, 4
交会时间 t_f/min	搜索区域[50, 250]
$\Delta t/\text{min}$	10
r_{safe}/m	500
导航相机视场角 $\gamma \times \beta/(\circ)$	30×24
单次脉冲机动的最大速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}_{\text{max}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	3
最大总速度增量 $u_{\text{total}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	30
主星初始绝对轨道根数 $(a, e, i, \Omega, \omega, M)$	(6878.137km, 0, 40°, 120°, 0°, 50°)
导航相机测量噪声	1mrad/axis
状态量初始传递误差	(50m, 500m, 50m, 0.01m/s, 0.1m/s, 0.01m/s)

4.2 仿真结果

首先,针对不同的问题配置形式,在相同的计算机资源条件下(lenovo, Windows 7, intel CORE i7),程序运行一次得到仿真结果的时间如表3所示。另外,表4给出了轨道机动操作的脉冲次数分别为2、3和4时的4组 Pareto 最优解集。

表3 运算时间统计

Tab.3 Statistics of operation time

脉冲次数 n	运算时间 t/s
2	124
3	141
4	163

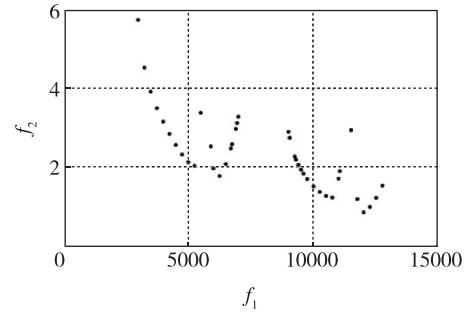
表4 不同脉冲次数下4组 Pareto 最优解集

Tab.4 Four sets of Pareto optimal solutions with different numbers of impulses

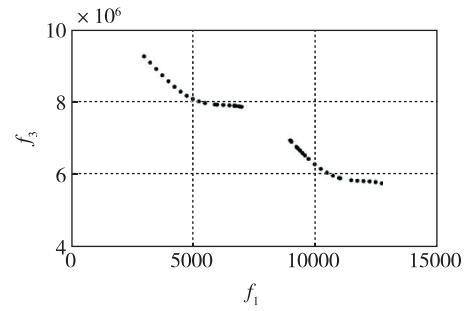
案例	交会时间 f_1/s	能耗 $f_2/$ ($m \cdot s^{-1}$)	仅测角导航可观性 指标 f_3/m^2
轨道机动操作的脉冲次数 $n=2$ 时			
Case1	4000	3.1558	8.5463×10^6
Case2	6000	1.9776	7.9105×10^6
Case3	10000	1.5257	6.2890×10^6
Case4	12000	0.8701	5.8318×10^6
轨道机动操作的脉冲次数 $n=3$ 时			
Case1	7000	3.8200	3.0061×10^7
Case2	9000	2.0764	2.5847×10^7
Case3	11000	1.8934	2.4984×10^7
Case4	13000	1.5696	2.4729×10^7
轨道机动操作的脉冲次数 $n=4$ 时			
Case1	7500	7.6791	3.4961×10^7
Case2	9000	6.9474	3.3101×10^7
Case3	10500	3.8612	3.1140×10^7
Case4	12000	2.7680	2.9549×10^7

针对不同脉冲次数下的配置问题,本文提出的多目标优化模型的仿真结果如图4~图6所示。其中,优化目标 f_1 (单位为 s) 为交会时间,优化目标 f_2 (单位为 m/s) 为能耗,优化目标 f_3 (单位为 m^2) 为仅测角导航可观性指标。

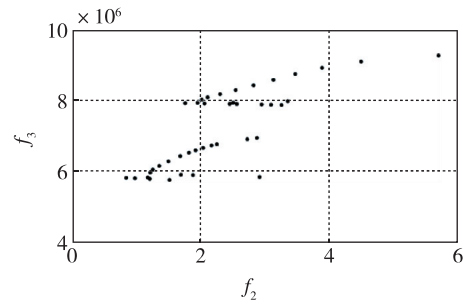
通过分析表3中显示的结果,得出轨道机动操作的脉冲次数越多,在相同的计算机资源条件下,程序运行一次得到仿真结果所花的时间越久。通过分析图4~图6以及表4中显示的结果,得出航天器



(a) f_1 vs f_2



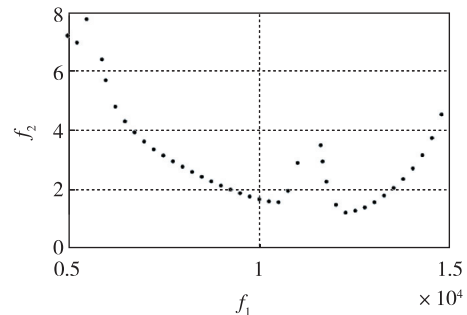
(b) f_1 vs f_3



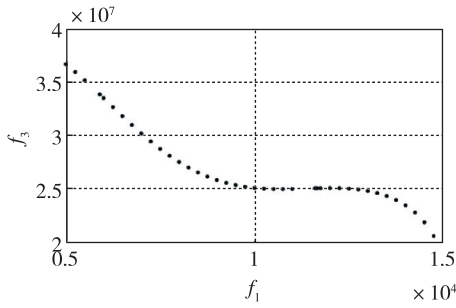
(c) f_2 vs f_3

图4 二次脉冲机动操作下的仿真结果

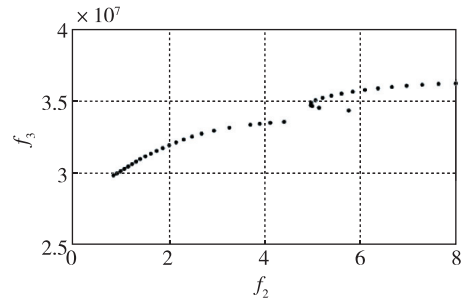
Fig.4 Simulation results of two-impulse



(a) f_1 vs f_2



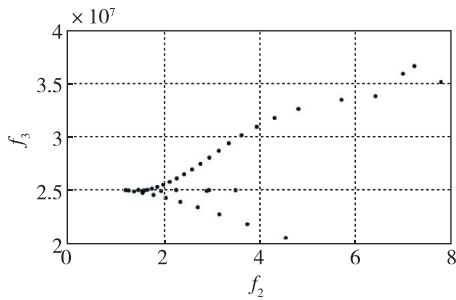
(b) f_1 vs f_3



(c) f_2 vs f_3

图 6 四次脉冲机动操作下的仿真结果

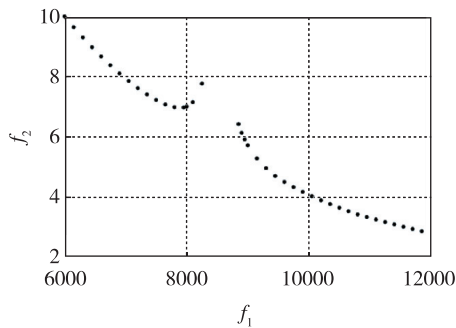
Fig. 6 Simulation results of four-impulse



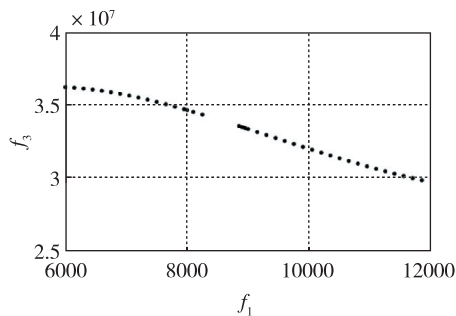
(c) f_2 vs f_3

图 5 三次脉冲机动操作下的仿真结果

Fig. 5 Simulation results of three-impulse



(a) f_1 vs f_2



(b) f_1 vs f_3

交会时间越长,则燃耗就越小,且仅测角导航可观性就越好。因此,交会时间、燃耗和仅测角导航可观性指标之间存在相互制约关系,即提高其中一种优化目标的性能会降低其他优化目标的性能。由此,在航天器自主交会过程中采用仅测角导航技术时,可以通过增加航天器的交会时间来降低燃耗,并且可以提高仅测角导航可观性指标。此外,从图 4~图 6 以及表 4 可以看出,在相同的交会时间下,脉冲次数越多,则燃耗就越大。当交会时间为 12000s 时,二次脉冲机动操作下的燃耗为 0.8701m/s,三次脉冲机动操作下的燃耗为 1.4984m/s,四次脉冲机动操作下的燃耗为 2.7680m/s。因此,脉冲次数的多少对燃耗大小也起着至关重要的作用。

5 结论

本文开展了航天器多约束交会的仅测角导航最优多目标闭环制导问题研究,建立了多约束、多目标优化下的仅测角导航和闭环制导问题的数学模型。通过 Matlab 遗传算法工具箱中的多目标优化函数,求解得到了该多目标优化模型的 Pareto 最优解集,并得到以下结论:

1) 轨道机动操作的脉冲次数越多,在相同的计算机资源条件下,程序运行一次得到仿真结果所花的时间越久。

2) 交会时间、燃耗和仅测角导航可观性指标之间存在相互制约关系,即提高其中一种优化目标的性能会降低其他优化目标的性能。此外,在相同的交会时间下,脉冲次数越多,则燃耗就越大,所以脉冲次数的多少对燃耗大小也起着至关重要的作用。

该多目标优化模型求解得到的 Pareto 最优解

集,可以为不同情形下基于仅测角导航的航天器自主交会任务提供解决方案。

参考文献

- [1] Sears P J, Ho K. Impact evaluation of in-space additive manufacturing and recycling technologies for on-orbit servicing[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2018, 55(6): 1498-1508.
- [2] Chiu S W. Promoting international cooperation in the age of global space governance—a study on on-orbit servicing operations[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 161: 375-381.
- [3] Jason L F, Guglielmo S A, Nimal N, et al. RemoveDEBRIS: an in-orbit active debris removal demonstration mission[J]. *Acta Astronautica*, 2016, 127: 448-463.
- [4] Chu Z Y, Wei T, Shen T, et al. Optimal commands based multi-stage drag de-orbit design for a tethered system during large space debris removal[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 163: 238-249.
- [5] Zhu Z H, Guo Y. Adaptive coordinated attitude control for spacecraft formation with saturating actuators and unknown inertia[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356: 1021-1037.
- [6] Ivanov D, Kushniruk M, Ovchinnikov M. Study of satellite formation flying control using differential lift and drag[J]. *Acta Astronautica*, 2018, 152: 88-100.
- [7] Mitchell A, Pimenta D, Gill J, et al. Cardiovascular effects of space radiation: implications for future human deep space exploration[J]. *European Journal of Preventive Cardiology*, 2019, 26(16): 1707-1714.
- [8] Li H, Zhang Q Y, Zhang N T. Autonomous navigation of formation flying spacecrafts in deep space exploration and communication by hybrid navigation utilizing neural network filter[J]. *Acta Astronautica*, 2009, 65(7): 1028-1031.
- [9] 杜荣华, 张翔, 王宁, 等. 非合作目标交会接近的自主检测和跟踪方法研究[J]. *宇航学报*, 2021, 42(5): 621-633.
- Du Ronghua, Zhang Xiang, Wang Ning, et al. Research on autonomous detection and tracking method for rendezvous and proximity of an uncooperative target[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(5): 621-633(in Chinese).
- [10] Dehann F, Brent E T, Steve U, et al. Vision-based relative navigation and control for autonomous spacecraft inspection of an unknown object[C]// *Proceedings of Guidance, Navigation, and Control and Co-*
- located Conferences. Boston, 2013.
- [11] Gong B C, Li W, Li S, et al. Angles-only initial relative orbit determination algorithm for noncooperative spacecraft proximity operations[J]. *Astrodynamic*, 2018, 2(3): 217-231.
- [12] 杜荣华, 张翔, 廖文和. 快速仅测角相对导航初始相对轨道确定方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2021, 43(4): 1057-1068.
- Du Ronghua, Zhang Xiang, Liao Wenhe. Fast initial relative orbit determination method of angles-only relative navigation[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2021, 43(4): 1057-1068(in Chinese).
- [13] Gaias G, Ardaens J S. Flight demonstration of autonomous noncooperative rendezvous in low earth orbit[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2018, 41(6): 1337-1354.
- [14] Woffinden D C, Geller D K. Navigating the road to autonomous orbital rendezvous[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2007, 44(4): 898-909.
- [15] D'Amico S, Pavone M, Saraf S, et al. Miniaturized autonomous distributed space systems for future science and exploration[C]// *Proceedings of International Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying*. Delft University, 2015.
- [16] Ardaens J S, Gaias G. A numerical approach to the problem of angles-only initial relative orbit determination in low earth orbit[J]. *Advances in Space Research*, 2019, 63: 3884-3899.
- [17] Woffinden D C. Angles-only navigation for autonomous orbital rendezvous[D]. Logan: Utah State University, 2008.
- [18] Woffinden D C, Geller D K. Relative angles-only navigation and pose estimation for autonomous orbital rendezvous[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(5): 1455-1469.
- [19] Woffinden D C, Geller D K. Optimal orbital rendezvous maneuvering for angles-only navigation[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(4): 1382-1387.
- [20] Li J R, Li H Y, Tang G J, et al. Research on the strategy of angles-only relative navigation for autonomous rendezvous[J]. *Science China Technological Sciences*, 2011, 54(7): 1865-1872.
- [21] Grzymisch J, Fichter W. Observability criteria and unobservable maneuvers for in-orbit bearings-only navigation[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(4): 1250-1259.
- [22] Grzymisch J, Fehse W, Fichter W, et al. On the issues

- and requirements of bearing-only of guidance and navigation for in-orbit rendezvous[C]// Proceedings of 64th International Astronautical Congress(IAC), 2013.
- [23] Gaias G, D'Amico S, Ardaens J S. Angles-only navigation to a noncooperative satellite using relative orbital element[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(2): 439-451.
- [24] 罗建军, 吕东升, 龚柏春, 等. 仅测角导航多约束交会的闭环最优制导[J]. *宇航学报*, 2015, 36(7): 2411-2419.
Luo Jianjun, Lyu Dongsheng, Gong Baichun, et al. Closed-loop optimal guidance for multi-constrained rendezvous with angles-only navigation[J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(7): 2411-2419(in Chinese).
- [25] Clohessy W H, Wiltshire R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous[J]. *Journal of Astronautical Sciences*, 1960, 27(9): 653-678.
- [26] Luo Y, Tang G, Lei Y. Optimal multi-objective linearized impulsive rendezvous[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(2): 383-389.
- [27] 龚柏春, 罗建军, 袁建平, 等. 基于可观测性分析的单测角相对导航与闭环制导技术[J]. *航空学报*, 2015, 36(7): 2411-2419.
Gong Baichun, Luo Jianjun, Yuan Jianping, et al. Angles-only relative navigation integrated with closed-loop guidance technology based on observability analysis[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(7): 2411-2419(in Chinese).
- [28] 龚柏春. 航天器自主交会仅测角相对轨道确定方法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2016.
Gong Baichun. Research on angles-only relative orbit determination algorithms for spacecraft autonomous rendezvous[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2016(in Chinese).
- [29] Grzymisch J, Fichter W. Analytic optimal observability maneuvers for in-orbit bearings-only rendezvous [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(5): 1658-1664.

(编辑: 孟彬)