

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2023.06.003

Crab 脉冲星标准脉冲轮廓更新对计时精度的改进

王浙宇^{1,2}, 韩孟纳¹, 石永强³, 张哲浩^{1,2}, 童明雷¹

- 中国科学院国家授时中心, 西安 710600;
- 中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049;
- 北京控制工程研究所, 北京 100190)

摘要:对于脉冲星试验 01 星的两年来实测数据, 针对蟹状星云脉冲星星历经历了多次更新的特点, 提出了更新标准脉冲轮廓进行 X 射线计时的改进方法。以一系列观测时长为实测数据分组, 再采用改进后的方法进行计时分析并与改进前的结果进行对比。通过对比改进前后的计时结果, 发现改进方法得到的计时残差的均方根 (root mean square, RMS) 平均降低了 14.2%, 定位精度平均提高了 14.4%, 估计原子钟相对频率偏差的精度平均提高了 26.2%, 体现了改进方法处理经历多次星历更新的 Crab 脉冲星观测数据的合理性和优越性。此外, 改进方法对脉冲星试验 01 星两年观测数据的稳定度 σ_z 没有量级上的改进, 说明改进方法对 Crab 脉冲星时间稳定度的影响不大。

关键词: 计时残差; X 射线脉冲星计时; 蟹状星云脉冲星; 脉冲星星历

中图分类号: V419

文献标志码: A

文章编号: 2095-8110(2023)06-0017-07

Improvement of timing precision by updating standard pulse profile of Crab pulsar

WANG Zheyu^{1,2}, HAN Mengna¹, SHI Yongqiang³, ZHANG Zhehao^{1,2}, TONG Minglei¹

- National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
- School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
- Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

Abstract: For two-year measured data of X-ray Pulsar Navigation-1 (XPNAV-1), according to the characteristic of Crab pulsar ephemeris that has undergone multiple updates, an improved method of updating the standard pulse profile for X-ray timing is proposed. The measured data are grouped by a series of observation time, and then the improved method is used to conduct timing analysis and the timing results are compared with the results before improvement. By comparing the timing results before and after improvement, it shows that the root mean square (RMS) of timing residuals obtained by the improved method has decreased by 14.2% on average, the positioning precision has improved by 14.4% on average, and the precision of estimating the relative frequency deviation of atomic clocks has improved by 26.2% on average, which illustrate the rationality and superiority of the improved method in processing the observation data of Crab pulsar updating ephemeris many times. In addition, the improved method has no improvement on the stability σ_z of XPNAV-1's two-year observation data, which shows that the improved method has little influence

收稿日期: 2023-07-19; 修订日期: 2023-10-23

基金项目: 科技部 SKA 专项(2020SKA0120103); 国家自然科学基金(U1831130)

作者简介: 王浙宇(1998-), 男, 博士生, 主要从事 X 射线脉冲星空间授时方面的研究。

通信作者: 童明雷(1981-), 男, 博士, 研究员, 主要从事脉冲星时间尺度方面的研究。

on the time stability of Crab pulsar.

Key words: Timing residual; X-ray pulsar timing; Crab pulsar; Pulsar ephemeris

0 引言

脉冲星是高速自转的致密星,具有超高温、超高压、超高密度、超强电磁场和超强引力场等极端的物理环境^[1]。脉冲星在射电、红外、可见光、紫外、X射线和 γ 射线等波段产生信号辐射,在X射线频段辐射信号的脉冲星称为X射线脉冲星。X射线是高能光子,集中了脉冲星的绝大部分辐射能量,易于小型化探测器进行观测,但难以穿过稠密的地球大气层,因此只能在空间进行观测。

X射线脉冲星能为航天器提供位置、速度、时间和姿态等高精度导航信息,在深空探测前沿研究领域具有重要的战略意义^[2-3]。国外自20世纪70年代起开始将目光投向脉冲星导航,开展相应的理论和技术研究,并制定了一系列空间试验计划^[4-6]。2011年,NASA的Goddard空间飞行中心(Goddard Space Flight Center, GSFC)联合美国大学空间研究联合会启动了空间站X射线计时与导航试验(the station explorer for X-ray timing and navigation technology, SEXTANT)项目^[7]。2017年6月,中子星内部成分探测器(neutron star interior composition explorer, NICER)在国际空间站(international space station, ISS)部署,并开展SEXTANT试验^[8]。我国自2004年开始逐渐重视X射线脉冲星导航,近年来利用硬X射线调制望远镜(HXMT/慧眼卫星),天宫二号搭载的“天极”伽马暴偏振探测仪(POLAR)和脉冲星试验01星(XPNAV-1)的实测数据开展相应研究,取得了一系列成果^[9-13]。

脉冲星试验01星是为建立脉冲星导航试验型数据库、检验脉冲星导航相关技术而研发,于2016年11月10日发射成功^[14]。XPNAV-1搭载了两套不同的X射线探测器开展在轨试验,一套是大面阵微通道板(microchannel plate, MCP)探测器,另一套是Wolter-I掠入射聚焦型探测器。通过在轨技术试验,验证两种不同类型探测器的性能,为将来探测器的选型、改进等提供依据。此外,通过长期空间观测获得实测数据,为研究脉冲星物理特性^[15-16]和脉冲星导航^[17-18]提供数据支持。

蟹状星云脉冲星(Crab pulsar,简称Crab)是目前发现的X射线波段辐射最强的脉冲星,它是公元1054年超新星爆发的产物,属于年轻的脉冲星,内部

物理过程仍然活跃,导致其自转稳定性较差,难以用一组自转参数来准确地描述Crab的自转。因此,随着时间的推移,需要不断更新自转参数。本文采用了Jodrell Bank发布的Crab脉冲星星历^[19],其中自转参数通常一个月更新一次,而当Crab出现周期跃变(glitch)时,星历的更新更加频繁。经过更新产生的各组星历参数内部自洽,相互之间存在自洽性问题,因此标准脉冲轮廓也需要更新。文献[20]提到了“使用不同星历的观测数据段分别构建各自的标准脉冲轮廓”的想法,这是针对星历更新带来的自洽性问题的一个考虑,不过该文献使用的Crab星历只经历了一次更新,因此没有开展进一步的研究。为了讨论星历更新引起的自洽性问题,本文将利用Wolter-I探测器观测Crab的两年数据进行计时分析,并据此改进Crab脉冲星长期(经历多次星历更新)观测数据的计时处理方法。

1 脉冲星试验01星两年观测数据计时分析

1.1 观测时长分析

脉冲星试验01星两年观测数据涉及2016年11月28日至2018年12月30日,总共观测了614次,其中观测时长约为50 min的数据文件近半。通过统计每次观测的时长和获得的光子数,可以得知观测时长与获得的光子数符合线性关系如图1所示,平均光子计数率为14.8 counts/s。01星的观测数据存在少部分文件记录的光子数过少的情况,难以折叠出积分脉冲轮廓,体现为噪声信号。利用这些数据得到的计时残差及脉冲到达时间(time of arrival, TOA)不确定度非常大,可以通过 3σ 原则筛选,图1中的粗差数据即为筛选得到的结果。从粗差数据的分布反映出粗差的来源分为两种。一种是由于观测时间过短,探测的光子数较少导致折叠轮廓的信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)过低;另一种是由于某些原因使得探测器的平均光子计数率降低,导致探测的光子数不如预期。在探测器正常工作且没有其他意外干扰下,为了保证观测质量,折叠信噪比较高的积分脉冲轮廓,需要限制观测时长的下限。图1中红色虚线为观测时长等于35 min的界限,红色虚线右边部分的数据中,除了不在线性拟合曲线附近的粗差数据,其他数据中不

存在粗差,说明观测时长大于 35 min 得到的光子数足以折叠出信噪比较高的积分脉冲轮廓。

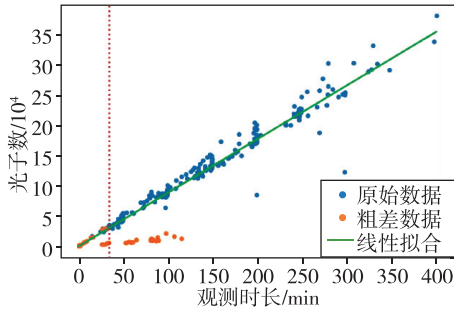


图 1 XPNV-1 观测时长和光子数的关系图

Fig. 1 The relationship between XPNV-1 observation time and photon number

1.2 计时残差与定位精度

为了得到 TOA,采用 Taylor-FFT 法^[21]在频域对标准脉冲轮廓与观测积分脉冲轮廓进行互相关计算。折叠脉冲轮廓时要选取恰当的相位子间隔数,根据文献^[22]对 XPNV-1 一年数据的分析,选取相位子间隔数 $N_{\text{bins}} = 128$ 和 $N_{\text{bins}} = 256$ 比较合适,并且两种选择的结果基本一致。为了更高的脉冲轮廓信噪比,避免引入更多噪声,本文选择相位子间隔数 $N_{\text{bins}} = 128$ 折叠脉冲轮廓。通过 01 星两年观测数据,根据 3σ 原则去除了 74 个数据点后,最终得到 540 个 TOA。计时残差如图 2 所示,计时残差的均方根(root mean square, RMS)为 $70.90 \mu\text{s}$ 。

通常来说,航天器的定位精度 σ_p 与拟合前计时残差的 RMS 成正比,与 TOA 个数 N_{TOA} 的平方根成反比,即

$$\sigma_p \propto \text{RMS} / \sqrt{N_{\text{TOA}}} \quad (1)$$

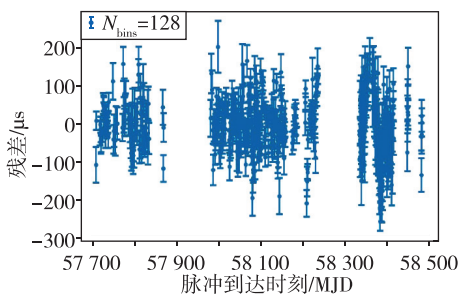


图 2 XPNV-1 两年数据的 TOA 的残差,相位子间隔数 $N_{\text{bins}} = 128$

Fig. 2 Residuals of TOAs of XPNV-1 two-year data, the number of phase bins $N_{\text{bins}} = 128$

因此,可以利用 RMS 和 TOA 个数的平方根的比值来衡量定位精度。对于 01 星两年观测数据而言,该比值为 3.05。

对计时残差进行线性拟合,其斜率可以估计星载原子钟的相对频率偏差 k_f ,频率偏差的不确定度 σ_{k_f} 衡量其估计的精度水平。01 星的星载钟可以认为不存在频率偏差,因此估计其频率偏差 k_f 没有意义,但可以评估估计水平。经计算, $\sigma_{k_f} = 2.35 \times 10^{-15}$,而对于目前的星载原子钟而言,其频率准确度通常在 10^{-12} 量级^[23],因此能够利用 01 星两年观测数据对星载原子钟进行频率修正。

2 脉冲星试验 01 星两年观测数据分组处理

2.1 观测数据分组方案

由于原始观测数据存在观测时长不均匀、观测日期不均匀的情况,为了讨论星历更新引起的自洽性问题对 TOA 的影响,需要重新分配观测数据。将 01 星两年数据按照特定的观测时长分配为若干数据文件,每个数据文件的观测时长相同。由于 Crab 脉冲星星历在不断更新,考虑到不同脉冲星星历之间存在的自洽性问题,将使用相同星历的观测数据段看作集合进行分配,避免混合使用不同星历的观测数据。为了避免单一观测时长分配的选择性,对观测数据进行多种观测时长分配,每个数据文件的观测时长最低 40 min,以 5 min 为步长,最高为 140 min。

使用重新分配的数据文件,采用两种方法来获得 TOA。方法一是将积分脉冲轮廓与所有数据折叠得到的标准脉冲轮廓互相关;方法二是将积分脉冲轮廓和与星历同步更新的标准脉冲轮廓互相关,标准脉冲轮廓的每次更新是利用更新星历对应时间段的所有数据折叠得到。方法一的标准脉冲轮廓由于使用了所有数据,因此无法排除星历更新带来的影响,而方法二的标准脉冲轮廓经过更新,其本身不包含其他时段星历信息,因此能够排除星历更新带来的影响。由于某些时间段观测数据不足,方法二中的标准脉冲轮廓可能信噪比过低,利用这些标准脉冲轮廓得到的计时结果存在问题。为了保证更新标准脉冲轮廓的精度,利用信噪比作为判断依据,筛选信噪比过低的标准脉冲轮廓,并以方法一使用的标准脉冲轮廓作为代替。本文定义信噪比为^[18]

$$SNR = N_{\text{signal}} / \sqrt{N_{\text{total}}} \quad (2)$$

式中, N_{signal} 为脉冲信号成分的光子数, N_{total} 为脉冲轮廓的总光子数。若是以信号成分和总体的平均光子计数率 $\bar{\lambda}_{\text{signal}}$ 、 $\bar{\lambda}_{\text{total}}$ 与观测时长 T 来表示信噪比, 则有

$$SNR = \frac{\bar{\lambda}_{\text{signal}}}{\sqrt{\bar{\lambda}_{\text{total}}}} \sqrt{T} \quad (3)$$

式(3)中的平均光子计数率可以看作常数, 因此能够对信噪比与观测时长进行拟合。图3是利用方法二中的标准脉冲轮廓的信噪比与观测时长得到的拟合曲线, 系数为 $0.146 \text{ s}^{-1/2}$ 。根据式(3)可以计算出利用20个观测时长为2400 s的积分脉冲轮廓折叠出的标准脉冲轮廓信噪比为32.01。据此本文以 $SNR < 32$ 作为判断依据来筛选信噪比过低的标准脉冲轮廓。

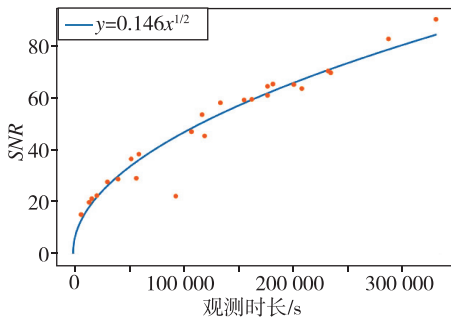


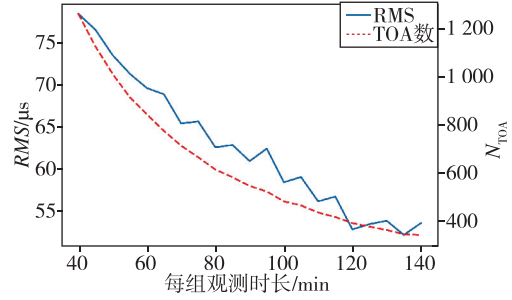
图3 SNR与观测时长的关系图

Fig. 3 Relationship between SNR and observation time

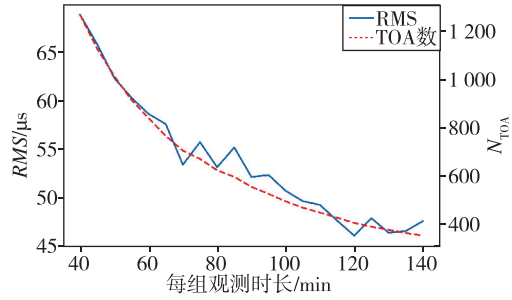
2.2 两种方法得到的计时残差和定位精度

经过方法一和方法二两种方法处理, 得到了以每组观测时长为自变量, 计时残差的RMS和TOA个数为因变量的曲线如图4所示。与未经分组的处理结果相比, 方法一和方法二在RMS为 $70 \mu\text{s}$ 时获得的TOA数要远远大于540个, 而在TOA数为540个时得到的RMS也要远远小于 $70 \mu\text{s}$, 说明时长均匀分配的观测数据计时效果更好。对比图4(a)和图4(b)的RMS可知, 方法二得到的RMS比方法一得到的RMS平均降低了14.2%, 说明更新Crab脉冲星星历引起的自洽性问题影响了计时残差的精确度, 而方法二能够有效降低计时残差的RMS, 提高计时精度。因此, 对于Crab脉冲星这种年轻的脉冲星, 由于其自转参数变化相对较大, 脉冲星星历需要不断地更新, 如果要对其长期观测数据进行计时分析, 方法二是比方法一更合理和有效

的改进方法。



(a) 方法一



(b) 方法二

图4 两种方法处理得到的计时残差的RMS和TOA的个数

Fig. 4 RMS of the timing residuals and number of the TOAs obtained through two methods processing

利用计算得到的RMS和TOA个数, 可以衡量不同观测时长下的方法一和方法二的定位精度。图5的结果反映了定位精度水平, 与未分组的结果相比, 分组后方法一和方法二的RMS和TOA个数的平方根的比值皆低于3.05, 说明均匀的观测时长能有效提高定位精度。虽然较短的观测时长折叠出的积分脉冲轮廓信噪比较低, 计时残差的RMS偏高, 但是获得了较多的TOA, 整体的定位精度得到了提高。此外, 与方法一相比, 方法二优化了脉冲星星历的自洽性问题, 定位精度平均提高了14.4%。

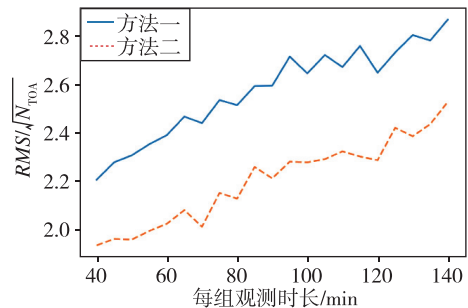


图5 RMS和TOA个数的平方根的比值与每组观测时长的关系

Fig. 5 The relationship between the ratio of RMS to the square root of the number of TOAs and the observation time per group

图 6 反映了相对频率偏差的不确定度 σ_{kf} 与每组观测时长的关系。随着每组观测时长的增加,获得的 TOA 数量减少,相对频率偏差的不确定度增大,说明获得更多的 TOA 能够提高频率偏差的估计水平。与方法一相比,方法二将相对频率偏差的不确定度平均降低了 26.2%,进一步体现了星历更新导致的自治性问题和方法二处理长期观测数据的合理性和优越性。

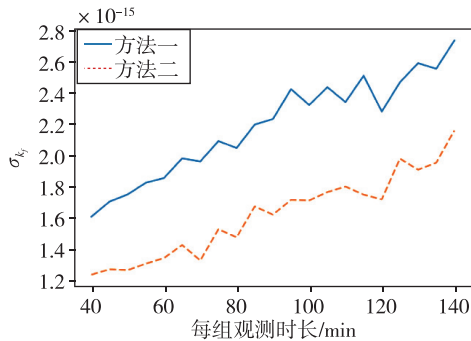


图 6 相对频率偏差的不确定度与每组观测时长的关系

Fig. 6 The relationship between the uncertainty of

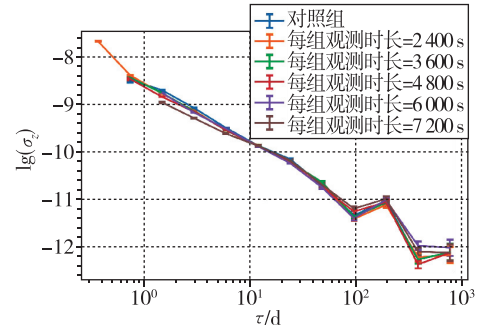
relative frequency deviation and the observation time per group

2.3 稳定度分析

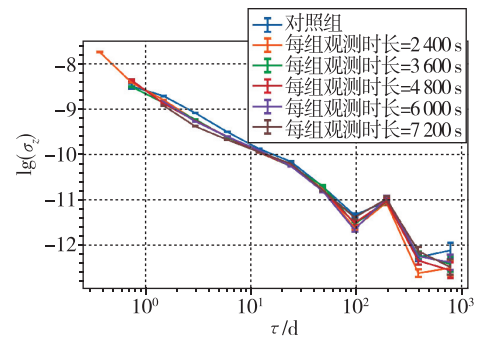
当描述原子时的稳定性时,通常使用 Allan 方差或 Hadamard 方差。对于脉冲星计时而言,由于脉冲星观测数据间隔的随机性,不能直接使用原子时稳定度的分析方法。1997 年, Matsakis 等^[24]提出一种改进的 σ_z 方差,直接利用长度为 τ 的脉冲星计时残差序列来拟合一个三阶多项式,并利用三次项系数 c_3 确定 σ_z

$$\sigma_z(\tau) = \frac{\tau^2}{2\sqrt{5}} \langle c_3^2 \rangle^{1/2} \quad (4)$$

式中,尖括号表示以 c_3 不确定度的平方倒数为权做加权平均。利用 01 星的两年的数据,分别给出了方法一和方法二对应的稳定度曲线如图 7 (a)和图 7 (b)所示,其中对照组为使用未进行数据分组的原始数据以方法一处理得到的结果。通过图 7 (a)和图 7 (b)可以看到,经过方法一和方法二处理得到的 σ_z 量级上并无改变,对稳定度的提高贡献不大。01 星的 2 年观测数据的时间稳定度能达到 10^{-12} ,但与一些稳定的 X 射线毫秒脉冲星相比,其 1 年的观测就能达到这个水平^[18]。因此,稳定的 X 射线毫秒脉冲星是更具有潜力的研究对象。



(a) 方法一



(b) 方法二

图 7 两种方法处理得到的时间稳定度

Fig. 7 Timing stability obtained through two methods processing

3 结论

本文通过研究,得到如下结论:

1) 对于不同的观测时长分组情况,方法二得到的计时残差的 RMS 均明显低于方法一,平均降低了 14.2%,说明方法二明显改进了计时残差的精确度。

2) 与方法一相比,方法二不会降低获得的 TOA 数,因此方法二的定位精度均明显高于方法一,平均提高了 14.4%。

3) 方法二估计原子钟相对频率偏差的精度均高于方法一,平均提高了 26.2%。

4) 方法二对 01 星两年观测数据的时间稳定度没有量级上的改进,对标准轮廓更新的改进方法基本不影响时间稳定度。

以上几点反映了对于经历多次星历更新的 Crab 脉冲星 X 射线观测数据,方法二的计时改进效果显著,有效提高了计时残差的精确度,显著提升了 Crab 脉冲星在航天器定位、星载原子钟频率校准等应用领域的性能,体现了改进方法在处理此类长

期观测数据的合理性和优越性。尽管 Crab 脉冲星不是毫秒脉冲星,星历需要频繁更新,但是通过射电波段的密集观测可以准确测定其星历参数。而由于 Crab 脉冲星的 X 射线波段非常明亮,易于被深空航天器携带的 X 射线探测器探测到,那么通过注入射电波段观测的星历参数并结合 X 射线波段的实测数据,可以校准深空航天器时间系统的频率偏差,提高其自主保持能力。

参考文献

- [1] LYNE A, GRAHAM-SMITH F. Pulsar astronomy [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [2] 郑伟,王禹淞,姜坤,等. X 射线脉冲星导航方法研究综述[J]. 航空学报, 2023, 44(3): 19-35.
ZHENG Wei, WANG Yusong, JIANG Kun, et al. Overview of X-ray pulsar-based navigation methods[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(3): 19-35 (in Chinese).
- [3] 周庆勇. 脉冲星计时数据的处理理论与方法研究[D]. 郑州: 战略支援部队信息工程大学, 2020.
ZHOU Qingyong. Research on theory and methods of pulsar timing data [D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2020 (in Chinese).
- [4] REICHELLEY P, DOWNS G, MORRIS G. Use of pulsar signals as clock[J]. NASA Jet Propulsion Laboratory Quarterly Technical Review, 1971, 1(2): 80-86.
- [5] SHEIKH S. The use of variable celestial X-ray sources for spacecraft navigation[D]. City of College Park: University of Maryland, 2005.
- [6] HANSON J E. Principles of X-ray navigation: SLAC-R-809[R]. Springfield: Office of Scientific and Technical Information (OSTI), 2006.
- [7] NICER/SEXTANT team named Goddard chief technologist's innovators of the year [EB/OL]. (2011-12-06) [2023-05-04]. <https://newsroom.usra.edu/nicersextant-team-named-goddard-chief-technologists-innovators-of-the-year/>.
- [8] MITCHELL J W, WINTERNITZ L B, HASSOUNEH M A, et al. Sextant X-ray pulsar navigation demonstration: Initial on-orbit results [C]// Proceedings of Annual American Astronautical Society Guidance and Control Conference. New York: American Astronautical Society, 2018: 1229-1240.
- [9] 郑世界, 葛明玉, 韩大炜, 等. 基于天宫二号 POLAR 的脉冲星导航实验[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47(9): 120-128.
ZHENG Shijie, GE Mingyu, HAN Dawei, et al. Test of pulsar navigation with POLAR on TG-2 space station [J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2017, 47(9): 120-128 (in Chinese).
- [10] ZHENG S J, ZHANG S N, LU F J, et al. In-orbit demonstration of X-ray pulsar navigation with the Insight-HXMT satellite [J]. Astrophysical Journal Supplement Series, 2019, 244(1): 1-18.
- [11] 韩孟纳, 童明雷, 朱鸿旭, 等. X 射线脉冲星 TOA 数量对计时精度和导航的影响分析[J]. 时间频率学报, 2021, 44(1): 66-76.
HAN Mengna, TONG Minglei, ZHU Hongxu, et al. Analysis of the influence of TOA number of X-ray pulsar on timing accuracy and navigation [J]. Journal of Time and Frequency, 2021, 44(1): 66-76 (in Chinese).
- [12] 李连升, 梅志武, 吕政欣, 等. X 射线脉冲星导航探测技术发展综述[J]. 兵器装备工程学报, 2017, 38(5): 1-9.
LI Liansheng, MEI Zhiwu, LYU Zhengxin, et al. Overview of the development of X-ray pulsar navigation detection technology [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2017, 38(5): 1-9 (in Chinese).
- [13] 姜坤, 焦文海, 郝晓龙, 等. 脉冲星试验 01 星科学试验与成果[J]. 航空学报, 2023, 44(3): 90-99.
JIANG Kun, JIAO Wenhai, HAO Xiaolong, et al. Scientific experiments and achievements of XPNV-1 [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(3): 90-99 (in Chinese).
- [14] GUO Q. LM-11 successfully launched XPNV-1 [J]. Aerospace China, 2016, 17(4): 61.
- [15] ZHANG X, SHUAI P, HUANG L, et al. X-ray observation of the 2017 November glitch in the Crab pulsar [J]. Astrophysical Journal, 2018, 866(2): 82.
- [16] VIVEKANAND M. NICER observations of the Crab pulsar glitch of 2017 November [J]. Astronomy and Astrophysics, 2019, 633: A57.
- [17] 帅平, 张新源, 黄良伟, 等. 脉冲星导航试验卫星科学观测数据分析 [J]. 空间控制技术与应用, 2017, 43(2): 1-6.
SHUAI Ping, ZHANG Xinyuan, HUANG Liangwei, et al. X-ray pulsar navigation test satellite science data analysis [J]. Aerospace Control and Application, 2017, 43(2): 1-6 (in Chinese).
- [18] DENEVA J S, RAY P S, LOMMEN A, et al. High-precision X-ray timing of three millisecond pulsars with NICER: Stability estimates and comparison with radio [J]. The Astrophysical Journal, 2019, 874: 160.

- [19] LYNE A G, PRITCHARD R S, GRAHAM-SMITH F. Jodrell bank Crab pulsar monthly ephemeris[EB/OL]. (2020-03-21) [2023-05-01]. <http://www.jb.man.ac.uk/pulsar/crab.html>.
- [20] 童明雷, 韩孟纳, 杨廷高, 等. 利用 Crab 脉冲星 X 射线观测校准星载原子钟频率[J]. 航空学报, 2023, 43(3): 199-209.
TONG Minglei, HAN Mengna, YANG Tinggao, et al. Correct the frequency of a spaceborne atomic clock using X-ray observations of Crab pulsar [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 43(3):199-209(in Chinese).
- [21] TAYLOR J H. Pulsar timing and relativistic gravity [J]. Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering, 1992, 341(1660): 117-134.
- [22] HAN M N, TONG M L, LI L S, et al. Frequency steering of spaceborne clocks based on XPNV-1 observations[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2023, 36(6): 266-278.
- [23] 伏军胜, 贾小林, 刘家龙, 等. BDS-3 卫星与其他 GNSS 系统卫星原子钟性能分析[J]. 真空与低温, 2022, 28(5): 615-622.
FU Junsheng, JIA Xiaolin, LIU Jialong, et al. Performance analysis of BDS-3 satellite and other GNSS satellite atomic clock [J]. Vacuum and Cryogenics, 2022, 28 (5): 615-622(in Chinese).
- [24] MATSAKIS D N, TAYLOR J H, EUBANKS T M. A statistic for describing pulsar and clock stabilities[J]. Astronomy and Astrophys, 1997, 326: 924-928.

(编辑: 孟彬)