

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2024.02.003

面向悬浮光力系统的集成化反馈控制器研究

王颖颖¹, 郑毅¹, 梁韬¹, 章逸舟¹, 傅振海¹,
高晓文¹, 陈杏藩², 胡慧珠^{1,2}

(1. 之江实验室量子传感研究中心, 杭州 310023;
2. 浙江大学光电科学与工程学院, 杭州 310027)

摘要: 悬浮光力系统具有高灵敏度、高稳定性和低耗散等特点, 有望发展成为新型高性能力学传感器。针对目前悬浮光力系统存在的反馈控制器兼容性差、软硬件成本高、集成度低等问题, 提出了一种兼容多种反馈控制模式的软硬件设计方案, 并研制了一套高度集成的反馈控制器, 在160 mm×170 mm×42 mm的尺寸上集成了六通道模数/数模转换器、滤波器、现场可编程门阵列+微处理器(FPGA+ARM)等功能模块, 并且开发了基于数字锁相环和比例积分微分(PID)控制器的控制算法, 最终在同一套硬件系统上实现了跨尺度微粒的运动信息采集和反馈控制, 以及数十赫兹至亚兆赫兹的感知带宽。实验结果表明, 该集成反馈控制器能够实现超高真空(10^{-6} Pa量级)下亚微米及微米尺度微粒的稳定悬浮和运动控制。在扩展系统感知带宽的同时减小了整体体积, 为悬浮光力传感技术的器件化奠定了基础。

关键词: 反馈控制器; 集成化; 悬浮光力系统; 数字锁相环; 力学传感

中图分类号: V248.1; TH82 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2024)02-0028-07

An integrated feedback controller for levitated optomechanical systems

WANG Yingying¹, ZHENG Yi¹, LIANG Tao¹, ZHANG Yizhou¹, FU Zhenhai¹,
GAO Xiaowen¹, CHEN Xingfan², HU Huizhu^{1,2}

(1. Research Center for Quantum Sensing, Zhejiang Lab, Hangzhou 310023, China;
2. College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Levitated optomechanical systems with excellent sensitivity, high stability and low dissipation are expected to become new high-performance mechanical sensors. But current feedback controllers for levitated optomechanical systems have issues of poor compatibility, high cost and low integration. A hardware-software scheme compatible with multiple feedback control modes is showed here. And a highly integrated feedback controller is developed, which contains six-channel analog-to-digital/digital-to-analog converters, filters, field programmable gate array + advanced RISC machine (FPGA+ARM) and other functional modules with the size of 160 mm×170 mm×42 mm, and a control algorithm is proposed based on digital phase-locked loop and proportional integral deriva-

收稿日期: 2023-11-06; **修订日期:** 2023-12-31

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(62075193); 浙江省自然科学基金重大项目(LD22F050002); 国家自然科学基金青年基金(62005248); 浙江省自然科学基金探索项目(LQ24F050012); 之江实验室重大科技攻关项目(2019MB0AD01); 之江实验室自设创新项目(2021MB0AL02)

作者简介: 王颖颖(1994—), 女, 硕士, 工程师, 主要从事光电传感方面的研究。

通信作者: 傅振海(1992—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事悬浮光力系统精密测量方面的研究。

tive (PID) controller. And thus the motion demodulation and feedback control of multi-sized particles are realized with this controller, as well as the sensing bandwidth of which is from tens of hertz to sub-megahertz. The experimental results demonstrate stable suspension and motion control of submicron-sized and micrometer-sized particles in ultra-high vacuum (10^{-6} Pa). With a higher sensing bandwidth and a smaller size, the integrated feedback controller offers a route for instrumented levitated optomechanical sensing technology.

Key words: Feedback controller; Integrated; Levitated optomechanical system; Digital phase-locked loop; Mechanical sensor

0 引言

基于真空光镊技术的悬浮光力系统,利用聚焦激光悬浮并操控亚微米及微米尺度微粒,形成低耗散、高品质因数的传感谐振子。近年来,悬浮光力系统已经在弱力^[1-3]、加速度^[4-7]、电场^[8-10]等物理量传感中取得了一系列突破,且具有小型化的发展潜力^[11-14],有望发展成为新型微纳传感器器件^[15]。为了推动悬浮光力系统向高灵敏度传感器发展,解决悬浮光力系统的模块化集成问题已迫在眉睫。悬浮光力系统主要包含光学模块、真空模块和反馈控制器,其中光学模块负责悬浮微粒并探测其运动状态,可使用光纤光路和超构透镜等器件替代复杂的空间光路,提高集成度和稳定性^[11,16];真空模块将外界环境与被悬浮微粒隔离,可通过优化结构设计减小真空腔的体积。悬浮光力系统的传感性能一般会随真空度提高而增强,但真空度的提高不利于微粒的稳定悬浮,高真空环境下微粒在光镊有效捕获区内的稳定悬浮,依赖于反馈控制器的实时控制。反馈控制器需要进行复杂的信号处理,并要求极低的噪声和极高的控制实时性^[17],因此该模块的集成化对硬件设计和控制算法都提出了较高的挑战。

目前悬浮光力系统的反馈控制方案主要包括参量反馈和微分反馈,分别适用于亚微米及微米尺度微粒的反馈控制。对于亚微米级微粒,一般使用参量反馈方案,根据微粒的运动状态生成二倍频反馈信号来调制光阱刚度,从而稳定微粒。早在 2012 年,欧洲光学研究所的 Gieseler 等就将参量反馈方案应用于真空光镊中^[18]。2017 年,苏黎世联邦理工学院的 Lukas Novotny 课题组使用 3 台商用锁相放大器实现了对三维方向上微粒位移信号的滤波、移相以及倍频,并将这些信号的总和用于控制声光调制器(acousto-optic modulator, AOM)调制捕获激光的强度^[19-20]。由于锁相放大器具有较强的抗

噪声能力,且可直接输出幅度、相位可调的倍频反馈信号,近年来,其他课题组也将锁相放大器^[21-23]用于参量反馈方案中^[24-26]。然而,该方案往往需要使用多台商用锁相放大器级联,成本高,体积大,并且内部算法难以二次开发,无法满足悬浮光力系统器件化的需求。2019 年,中国科技大学的孙方稳课题组利用现场可编程门阵列(field-programmable gate array, FPGA)开发了方波反馈控制算法,实现相敏控制功能电路模块,可替代商用锁相放大器,实现了约 10 mK 的冷却温度,但该算法通过对位移信号微分获得倍频反馈信号,放大了高频噪声的影响,最终限制了反馈控制的实时性^[27-28]。为了弥补商用锁相放大器难以二次开发的缺点,2021 年, Lukas Novotny 课题组基于 Red Pitaya 开发板和锁相放大器对反馈算法进行改进设计,实现了量子基态冷却,但该方案仍使用了 3 台锁相放大器,未能实现反馈控制器的集成化^[16]。

相比参量反馈方案,微分反馈方案算法较为简单,只需对位移信号进行滤波、微分,并给微粒施加一个正比于其运动速度但方向相反的光辐射反馈力。2011 年,李统藏课题组首次提出了三轴微分反馈方案,通过微分电路将 3 μm 微粒的质心运动冷却至 mK 量级^[29]。由于模拟微分电路无法灵活调控参数,近年来,多数课题组改用 FPGA 等数字系统实现微分反馈算法。2017 年,耶鲁大学 Moore 课题组使用基于 FPGA 的数字系统输出微分反馈控制信号^[4],并且在 2020 年将 10 μm 微粒的质心运动等效温度降低至 50 μK ,这是目前对数微米级微粒实现反馈控制的最佳结果^[5]。但微分过程会引入高频噪声,对谐振频率为数百 kHz 的亚微米级微粒的影响较大,因此微分反馈方案一般只能用于微米级以上微粒。

为了替代商用反馈控制器,提高悬浮光力系统的集成度,本文研发了一种兼容多种反馈控制方案

的反馈控制器,在硬件上集成了六通道模数/数模转换器、滤波器及FPGA+微处理器(advanced RISC machine, ARM)控制器等功能模块,可高精度采集和处理不同尺寸的微粒位移信号,感知带宽覆盖数十赫兹至亚兆赫兹范围;在软件算法上,该反馈控制器内部集成多个全数字锁相环,可实现对微粒三轴位移信号的参量反馈控制,并具有与锁相放大器相当的控制实时性和抗干扰能力;同时还集成了比例积分微分(proportional integral derivative, PID)控制模块,满足微分反馈所需的功能。本工作研制的反馈控制器可在同一套硬件系统上实现参量反馈和微分反馈,支持对跨尺度微粒运动

的反馈控制,在扩展悬浮光力系统感知带宽的同时降低了系统的整体体积和软硬件成本,为悬浮光力传感技术的器件化奠定了基础。

1 原理

1.1 硬件系统

悬浮光力系统的反馈控制器一般包含多个功能模块,并且不同反馈方案所需的功能及参数选型不同,如表1所示,因此难以在一套硬件系统上集成。本文以FPGA+ARM架构为核心,利用信号调理技术和高速接口技术,设计了一种能兼容多种反馈方案的硬件方案,集成了表1所示的十余个功能模块。

表1 参量反馈方案和微分反馈方案所需的功能模块数量

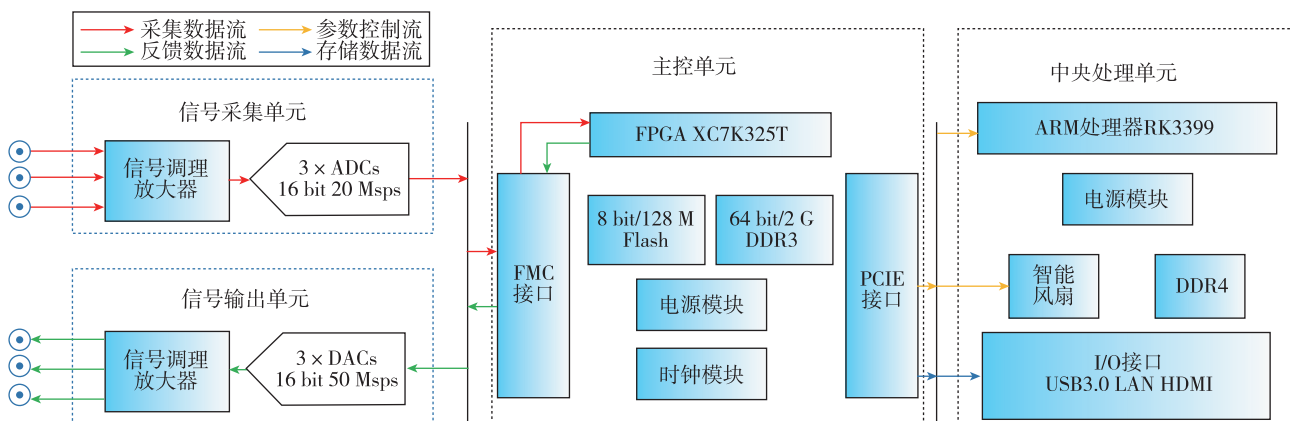
Tab. 1 The number of functional modules required for parameter feedback scheme and differential feedback scheme

	所需功能模块的数量/个							
	ADC	DAC	滤波器	加法器	倍频器	微分器	移相器	处理器
参量反馈方案	3	1	3	2	1	0	1	1
微分反馈方案	3	3	3	0	0	3	3	1

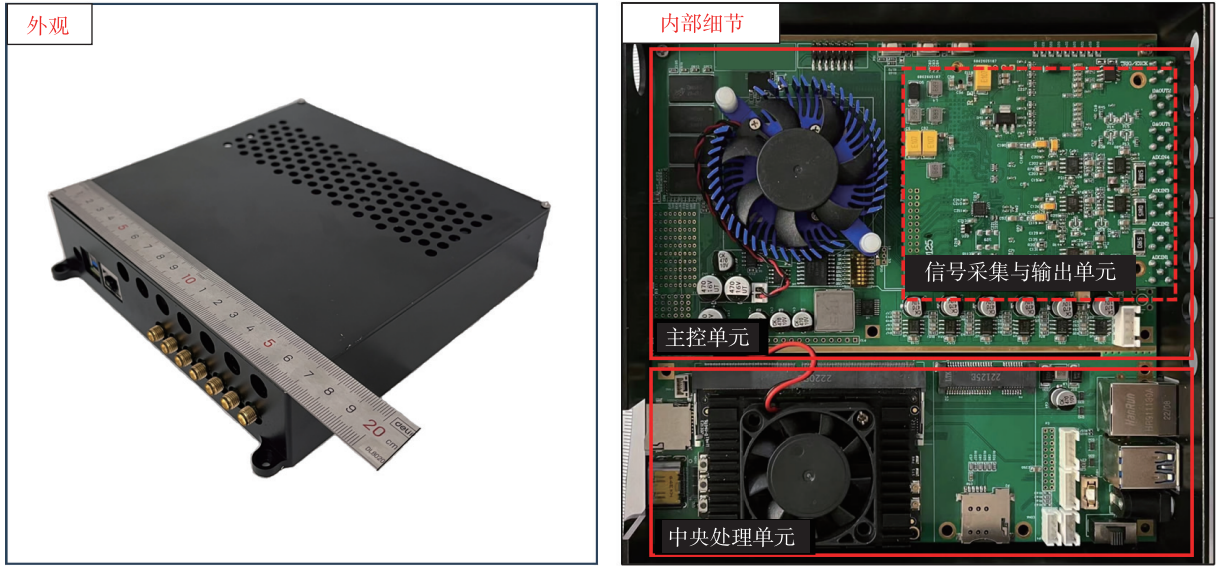
该集成化方案的系统框图如图1(a)所示,包括信号采集单元、信号输出单元、主控单元和中央处理单元。信号采集单元负责采集光电探测器输出微粒三维方向上的位移信号。该单元包含三路信号调理电路,对微粒的位移信号进行阻抗匹配、输入范围匹配及滤波等信号预处理,从而提高信号质量,并经高分辨率、高带宽的模数转换器(analog-to-digital converter, ADC)实现模数转换,供FPGA处理。FPGA对采样信号进行倍频、微分、移相等数据处理,生成反馈控制数字信号。信号输出单元的三路高速、高精度数模转换器(digital-to-analog

converter, DAC)将FPGA输出的反馈控制数字信号转换为模拟信号,经信号调理电路滤波、调幅后输入至AOM等后续器件,执行反馈控制。中央处理单元基于ARM处理器设计了人机交互界面,负责反馈系统的参数调整和控制命令下达。

本文设计的反馈控制器硬件方案,实物如图1(b)所示,在160 mm×170 mm×42 mm的尺寸上将高精度信号采集、高速信号传输和上位机控制等功能融合为一体,提高了反馈控制器的兼容性和集成度。各个功能单元之间均采用FMC、PCIE等高速接口连接,该类接口集成了多路电源和信号传



(a) 硬件方案



(b) 实物图

图 1 反馈控制器硬件方案及实物图

Fig. 1 Hardware scheme and physical object of feedback controller

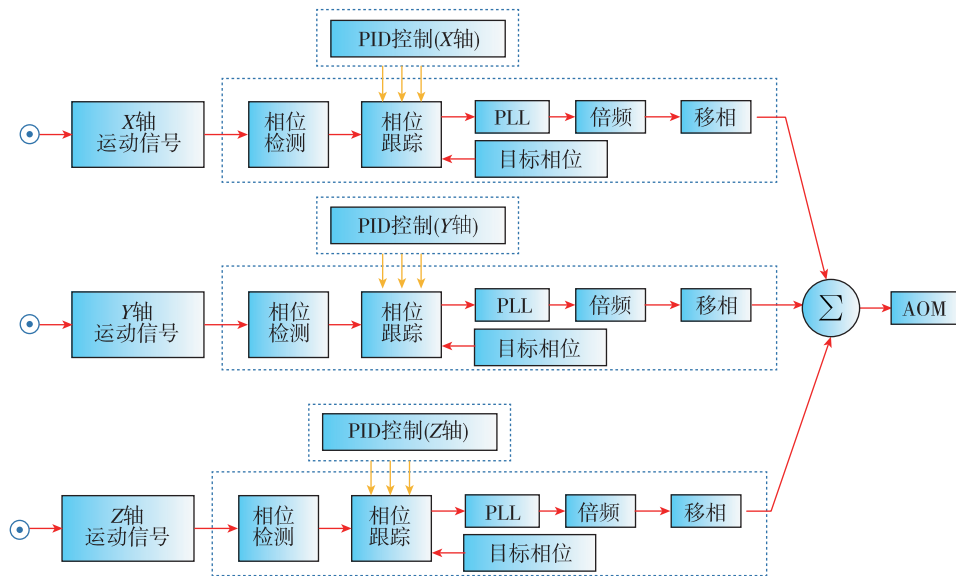
输通道,尺寸小而紧凑,在减小硬件体积的同时支持高于 10 Gbit/s 的数据传输速率,从而满足实时数据采集、处理和存储的需求。信号采集单元和输出单元通过器件选型和信号调理,在数十赫兹至亚兆赫兹范围内实现了低噪声信号采集和输出,支持不同尺寸微粒的运动信息采集和反馈控制。此外, FPGA+ARM 架构兼具数据并行处理能力和串行运算能力,减少了商用工控机等上位机设备。

1.2 控制算法

参量反馈控制算法的流程如图 2(a)所示,主要包括相敏检波模块、频率跟随 PID 模块、反馈信号生成模块和输出调理模块。其中相敏检波模块包

括 3 个独立的数字锁相环,分别对悬浮微粒三轴位移信号进行相敏检波。频率跟随 PID 模块根据相敏检波模块结果进行位移信号的频率跟踪,频率跟踪 PID 算法抑制了系统存在光源相对强度噪声、指向噪声等干扰。反馈信号生成模块根据 PID 跟随输出频率分别合成 3 个振幅和相位可调的二倍频反馈信号。调理输出模块将三轴反馈信号叠加,并增加直流偏置,得到最终的参量反馈控制信号。该信号通过射频驱动器调节捕获光路上的 AOM,实时调节捕获光的功率,根据微粒在光阱中的势能来调制刚度以实现微粒运动的控制。

微分反馈控制算法的流程如图 2(b)所示,主要



(a) 参量反馈

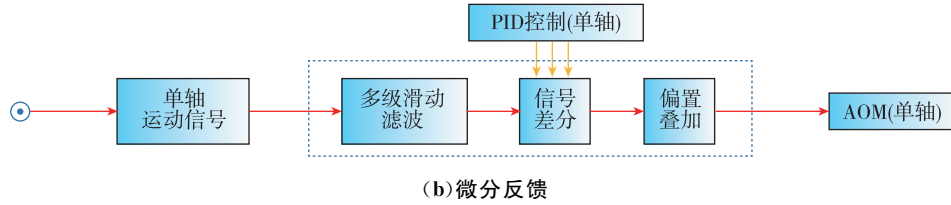


图2 控制算法流程图

Fig. 2 Flowchart of control algorithm

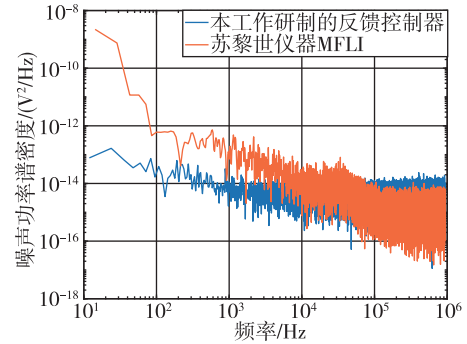
包括微粒运动信号滤波模块、信号微分模块、基于微分信号的增量式PID控制模块。信号滤波模块包括多级平滑滤波单元,负责滤除信号高频噪声。信号微分模块对滤波后的运动信号进行微分计算用于PID控制算法输入并合成微分反馈控制信号,该信号作用于AOM,通过调节光强施加与微粒速度方向相反的光辐射力以实现微粒运动的控制。

2 实验结果与分析

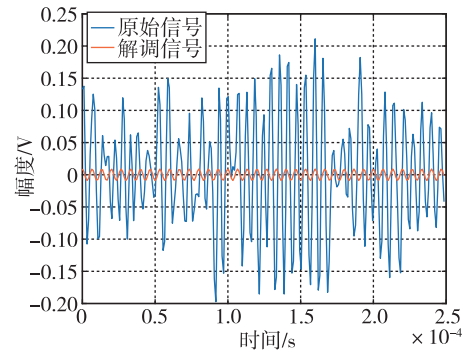
在悬浮光力系统的实际应用中,为了实现对各物理量超高精度的测量,要求反馈控制器具有良好的噪声性能。在 $\pm 1\text{ V}$ 的量程下,将反馈控制器的输入正负极短接,测试其本底噪声。瑞士苏黎世仪器公司的中频锁相放大器(MFLI)是悬浮光力领域较为通用的反馈控制系统^[16,23,25],在相同条件下测试了其本底噪声,并与本工作研制的反馈控制器进行对比,结果如图3(a)所示。测试结果表明,在 $10\text{ Hz}\sim 10\text{ kHz}$ 频段内,MFLI的平均本底噪声为 $2.08\ \mu\text{V}^2/\text{Hz}$,反馈控制器为 $0.08\ \mu\text{V}^2/\text{Hz}$,较MFLI提升了1个数量级;在 $10\text{ kHz}\sim 100\text{ kHz}$ 频段内,MFLI的平均本底噪声为 $0.08\ \mu\text{V}^2/\text{Hz}$,反馈控制器为 $0.06\ \mu\text{V}^2/\text{Hz}$,与MFLI相当;在 $100\text{ kHz}\sim 1\text{ MHz}$ 频段内,MFLI的平均本底噪声为 $0.03\ \mu\text{V}^2/\text{Hz}$,反馈控制器为 $0.06\ \mu\text{V}^2/\text{Hz}$,较MFLI稍差,但该量级的本底噪声已不是悬浮光力系统的主要噪声源^[30]。

当施加较大的反馈强度时,微粒的运动将被显著抑制,此时探测信号的信噪比往往远小于1,因此要求反馈控制器具有较强的抗干扰能力。利用悬浮光力系统中探测得到的原始信号测试了该反馈控制器的抗干扰能力,如图3(b)所示,该反馈控制器能够从高3个数量级的噪声分量中提取出微弱的位移信息。

在悬浮光力系统中测试了反馈控制器对微粒运动的控制效果。在 10^{-1} Pa 的真空度下,对亚微米及微米尺度的微粒分别施加参量反馈控制和



(a) 本底噪声



(b) 抗干扰能力

图3 反馈控制器的噪声性能

Fig. 3 Noise performance of feedback controller

微分反馈控制。通过调节反馈信号的幅度实现反馈强度的调制,在一定范围内,反馈信号幅度越高,对微粒施加的反馈强度越大。参量反馈可直接调节倍频反馈信号的幅度,微分反馈通过改变微分增益来调节微分反馈信号的幅度。直径为 150 nm 和 $10\ \mu\text{m}$ 的微粒在不同反馈强度下的位移信号功率谱密度(S_{VV})分别如图4(a)和(b)所示,从图中可知,随着反馈强度的增大,微粒在光阱中的运动幅度被有效抑制。值得注意的是,图中谐振频率的变化是由于振幅减小引起的光阱非线性效应减弱^[31],侧面体现了反馈控制器对微球运动的抑制效果。由于 $10\ \mu\text{m}$ 微粒的尺寸较大,光阱非线性效应对其影响较弱,因此其谐振频率变化小于 150 nm 微粒。

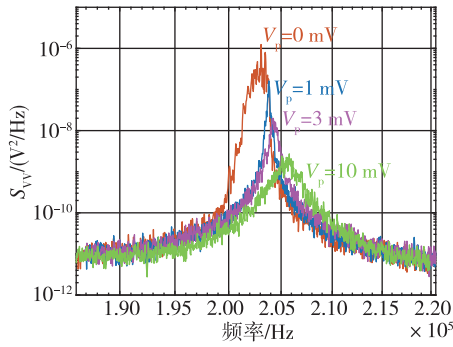
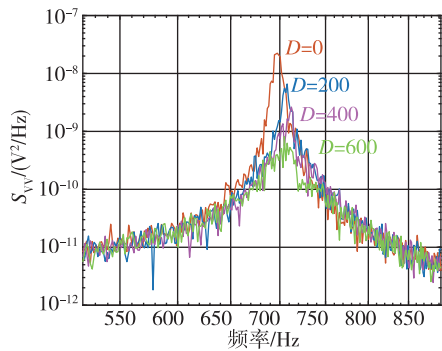
(a) 参量反馈的控制效果 (V_p 为信频反馈信号的幅度)(b) 微分反馈的控制效果 (D 为微分反馈信号的增益)

图 4 不同反馈强度下的微粒运动控制

Fig. 4 Particle motion control under different feedback intensities

通过调节反馈参数,该反馈控制器实现了超高真空下亚微米及微米尺度微粒的稳定悬浮,在 10^{-6} Pa 真空度下,微粒三维方向上的位移信号功率谱密度如图 5 所示。由图可知,不同尺度微粒的谐振频率不同,该反馈控制器可支持跨尺度微粒的反馈控制,因此感知带宽可覆盖数十至亚兆赫兹范围。

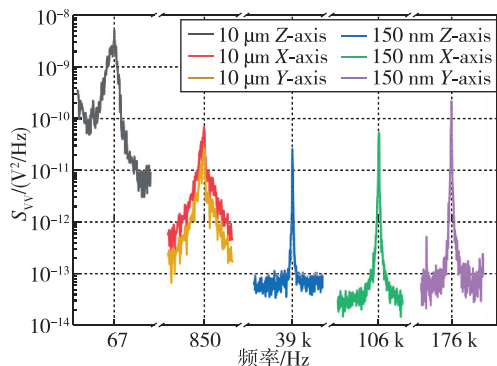


图 5 不同尺度微粒的感知带宽

Fig. 5 Perceived bandwidth of particles of different scales

3 结论

针对目前悬浮光力系统的反馈控制器兼容性

差、集成度低等问题,本文以 FPGA+ARM 架构为核心,利用信号调理技术和高速接口技术,研制了一套兼容多种反馈控制模式且高度集成的反馈控制器。结果表明,该反馈控制器在同一套硬件系统上实现了参量反馈和微分反馈,能够在 10^{-6} Pa 超高真空度下稳定悬浮亚微米及微米尺度的微粒,感知带宽拓展为数十至亚兆赫兹。相比商用锁相放大器,该反馈控制器不仅在高频段具有极低的本底噪声,还将低频噪声性能提升了 1 个数量级,从而支持不同尺度微粒位移信号的低噪声采集和处理。本工作设计的反馈控制器在不影响性能的前提下,将多个商用设备和模块的功能集成到 $160 \text{ mm} \times 170 \text{ mm} \times 42 \text{ mm}$ 的尺寸上,为构建高性能、小型化的悬浮光力传感器奠定了基础。在未来的工作中,将对更多尺寸的微粒样品进行反馈控制实验和分析,进一步优化反馈参数。

参考文献

- [1] TEBBENJOHANNIS F, FRIMMER M, JAIN V, et al. Motional sideband asymmetry of a nanoparticle optically levitated in free space[J]. Physical Review Letters, 2020, 124(1): 170-173.
 - [2] KAWASAKI A, FIEGUTH A, PRIEL N, et al. High sensitivity, levitated microsphere apparatus for short-distance force measurements[J]. Review of Scientific Instruments, 2020, 91(8): 083201.
 - [3] LIANG T, ZHU S, HE P, et al. Yoctonewton force detection based on optically levitated oscillator[J]. Fundamental Research, 2023, 3(1): 57-62.
 - [4] MONTEIRO F, GHOSH S, FINE A G, et al. Optical levitation of 10-ng spheres with nano-g acceleration sensitivity[J]. Physical Review A, 2017, 96(6): 063841.
 - [5] MONTEIRO F, LI W Q, AFEK G, et al. Force and acceleration sensing with optically levitated nanogram masses at microkelvin temperatures[J]. Physical Review A, 2020, 101(5): 053835.
 - [6] XIONG F, YIN P R, WU T, et al. Lens-free optical detection of thermal motion of a submillimeter sphere diamagnetically levitated in high vacuum[J]. Physical Review Applied, 2021, 16(1): L011003.
 - [7] 刘子捷, 熊威, 邝腾芳, 等. 基于内腔光阱的光力加速度测量方法[J]. 导航定位与授时, 2021, 8(4): 158-162.
- LIU Zijie, XIONG Wei, KUANG Tengfang, et al. Light force acceleration measurement method based on intracavity optical trap[J]. Navigation Positioning

- and Timing, 2021, 8(4): 158-162(in Chinese).
- [8] MOORE D C, RIDER A D, GRATTA G. Search for millicharged particles using optically levitated microspheres[J]. Physical Review Letters, 2014, 113(25): 251801.
- [9] FRIMMER M, LUSZCZ K, FERREIRO S, et al. Controlling the net charge on a nanoparticle optically levitated in vacuum[J]. Physical Review A, 2017, 95(6): 061801.
- [10] ZHU S, FU Z, GAO X, et al. Nanoscale electric field sensing using a levitated nano-resonator with net charge[J]. Photonics Research, 2023, 11(2): 279-289.
- [11] FU Z, SHE X, LI N, et al. A chip of pulse-laser-assisted dual-beam fiber-optic trap[C]// Proceedings of 2018 Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS). Toyama: IEEE, 2018: 86-91.
- [12] SHEN K, DUAN Y, JU P, et al. On-chip optical levitation with a metalens in vacuum[J]. Optica, 2021, 8(11): 1359-1362.
- [13] MELO B, CUAIRAN M T, TOMASSI G F M, et al. Vacuum levitation and motion control on chip[J]. arXiv preprint arXiv: 2311.14016, 2023.
- [14] 熊威, 邝腾芳, 曾炜卿, 等. 实用化光力加速度计中单微球重复起支技术[J]. 导航定位与授时, 2022, 9(2): 160-166.
XIONG Wei, KUANG Tengfang, ZENG Weiqing, et al. A repeatable single particle loading technology in the practical light force accelerometer[J]. Navigation Positioning and Timing, 2022, 9(2): 160-166 (in Chinese).
- [15] 熊威, 尹璋琦, 张晓宝, 等. 光力惯性传感技术研究进展[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(6): 1-8.
XIONG Wei, YIN Zhangqi, ZHANG Xiaobao, et al. Advance of optomechanical inertial sensing technology[J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(6): 1-8(in Chinese).
- [16] TEBBENJOHANNIS F, MATTANA M L, ROSSI M, et al. Quantum control of a nanoparticle optically levitated in cryogenic free space[J]. Nature, 2021, 595(7867): 378-382.
- [17] GONZALEZ-BALLESTERO C, ASPELMEYER M, NOVOTNY L, et al. Levitodynamics: levitation and control of microscopic objects in vacuum[J]. Science, 2021, 374(6564): eabg3027.
- [18] GIESELER J, DEUTSCH B, QUIDANT R, et al. Subkelvin parametric feedback cooling of a laser-trapped nanoparticle[J]. Physical Review Letters, 2012, 109(10): 103603.
- [19] HEBESTREIT E. Thermal properties of levitated nanoparticles[D]. Zurich: ETH Zurich, 2017.
- [20] JAIN V. Levitated optomechanics at the photon recoil limit[D]. Zurich: ETH Zurich, 2017.
- [21] PENNY T W, PONTIN A, BARKER P F. Performance and limits of feedback cooling methods for levitated oscillators; a direct comparison[J]. Physical Review A, 2021, 104(2): 023502.
- [22] DADRAS S, PETTIT R M, LUNTZ-MARTIN D R, et al. Injection locking of a levitated optomechanical oscillator for precision force sensing[J]. arXiv preprint arXiv: 2012.12354, 2020.
- [23] IWASAKI M, YOTSUYA T, NARUKI T, et al. Electric feedback cooling of single charged nanoparticles in an optical trap[J]. Physical Review A, 2019, 99(5): 051401.
- [24] TIMBERLAKE C, TOROŠ M, HEMPSTON D, et al. Static force characterization with Fano anti-resonance in levitated optomechanics[J]. Applied Physics Letters, 2019, 114(2): 023104.
- [25] VIJAYAN J, ZHANG Z, PIOTROWSKI J, et al. Scalable all-optical cold damping of levitated nanoparticles[J]. Nature Nanotechnology, 2023, 18(1): 49-54.
- [26] VOVROSH J, RASHID M, HEMPSTON D, et al. Parametric feedback cooling of levitated optomechanics in a parabolic mirror trap[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2017, 34(7): 1421-1428.
- [27] 郑瑜. 真空光镊及其反馈控制[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2019.
ZHENG Yu. Feedback control of the optical levitation in vacuum[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2019(in Chinese).
- [28] ZHENG Y, GUO G C, SUN F W. Cooling of a levitated nanoparticle with digital parametric feedback[J]. Applied Physics Letters, 2019, 115(10): 101105.
- [29] LI T, KHEIFETS S, RAIZEN M G. Millikelvin cooling of an optically trapped microsphere in vacuum[J]. Nature Physics, 2011, 7(7): 527-530.
- [30] 王颖颖, 何沛彤, 梁韬, 等. 用于悬浮光力系统的低噪声四象限探测器研究[J]. 光学学报, 2023, 43(11): 1-8.
WANG Yingying, HE Peitong, LIANG Tao, et al. A low-noise quadrant photodetector for levitated optomechanical systems[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(11): 1-8(in Chinese).
- [31] ZHENG Y, ZHOU L M, DONG Y, et al. Robust optical-levitation-based metrology of nanoparticle's position and mass[J]. Physical Review Letters, 2020, 124(22): 223603.

(编辑:孟彬)