doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2024.02.006

# 圆形轨迹导引下的无人机事件触发抗干扰环绕控制

朱 璟<sup>1,2</sup>, 邵星灵<sup>1,3</sup>, 刘 俊<sup>1,2</sup>

(1. 中北大学仪器科学与动态测试教育部重点实验室,太原 030051;2. 中北大学仪器与电子学院,太原 030051;

3. 中北大学电气与控制工程学院,太原 030051)

摘 要:针对内部不确定性以及外部环境摄动的目标环绕控制问题,在基于反步法的双层制导框架下,利用级联控制思想,提出了一种圆形轨迹导引下的四旋翼无人机事件触发抗扰环绕控制方法。在轨迹回路中,构建了可满足持续激励条件的目标位置估计器,保证仅通过视线方位角就能获取可满足最终一致有界条件的目标估计项。随后,基于目标的位置估计结果,设计了目标环绕控制律生成线速度指令,并通过方向向量场验证了该环绕制导律的有效性,消除了现有李雅普诺夫向量场制导(LVFG)对相对位置和目标速度的依赖。在姿态回路中,通过采用扩张状态观测器(ESO)补偿系统的集总不确定性,设计了基于相对阈值事件触发控制的姿态控制器,在有效降低控制器到执行机构之间信号传输频率的同时,实现了四旋翼无人机对静止/移动目标环绕。然后,借助输入状态稳定性定理证明了系统的稳定性。仿真结果表明,所提控制方案能够实现圆形轨迹导引下四旋翼无人机对静止/移动目标的环绕监视。

关键词:目标位置估计;持续激励;相对阈值事件触发;扩张状态观测器
 中图分类号:V279
 文献标志码:A
 文章编号:2095-8110(2024)02-0057-15

## Event-triggered anti-interference circumnavigation control for UAV based on circular trajectory guidance

ZHU Jing<sup>1,2</sup>, SHAO Xingling<sup>1,3</sup>, LIU Jun<sup>1,2</sup>

 Key Laboratory of Instrument Science and Dynamic Testing of Ministry of Education, North University of China, Taiyuan 030051, China;

2. School of Instrument and Electronics, North University of China, Taiyuan 030051, China;

3. School of Electrical and Control Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: To handle the problem of target circumnavigation control considering internal uncertainties and external environmental perturbations, employing a cascaded control approach, an eventtriggered anti-disturbance circumnavigation control method for quadrotor under circular trajectory guidance within a two-layer guidance framework based on the back-stepping method is presented. In the trajectory loop, a target position estimator which can satisfy the condition of continuous excitation is constructed, guaranteeing that the target estimator which meets the final uniformly bounded condition can solely obtained by means of line-of-sight azimuth angles. Subsequently,

收稿日期: 2023-12-29;修订日期: 2024-02-03

**基金项目:**国家自然科学基金(62173312,61803348);国家自然科学基金面上项目(61927807);山西省优秀青年基金 (202203021224008)

作者简介:朱璟(1998一),男,硕士研究生,主要从事自抗扰控制方面的研究。

通信作者:邵星灵(1988-),男,博士,教授,主要从事导航、制导与控制方面的研究。

based on the estimated target position, a target circumnavigation control law is designed to generate linear velocity commands, and the effectiveness of the circumnavigation control law is validated through a directional vector field, eliminating the dependence on relative positions and target velocities as seen in the existing Lyapunov vector field guidance (LVFG) methods. In the attitude loop, by compensating the lumped uncertainties in the system using an extended state observer (ESO), an attitude controller based on relative threshold event-triggered control is designed, which effectively reduces the signal transmission frequency between the controller and the actuators enables quadrotor to circumnavigate stationary and moving targets. Then, the stability of the system is proved utilizing the input-to-state stability theorem. Finally, simulation results demonstrate that the proposed control scheme realizes circumnavigation and surveillance of stationary/moving targets by quadrotor under circular trajectory guidance.

Key words: Target position estimation; Continuous motivation; Relative threshold event trigger; Extended state observer

## 0 引言

近年来,四旋翼无人机因具有安全性高、灵活 性强、操作范围大以及成本低等优点,引发了学术 界和工业界的广泛关注[1-2]。在现有针对四旋翼无 人机的研究中,运动控制是一个有趣并富有挑战性 的难题。目前,四旋翼无人机运动控制场景的研究 主要集中在轨迹跟踪[3-4]、姿态机动[5-6]和路径跟 随[7-8]领域。然而,这些研究很少专注于目标环绕跟 踪任务上,与现有的目标跟踪模式相比,目标环绕 跟踪即四旋翼无人机以预先设计最佳观测距离环 绕跟踪目标。由于观测距离可满足四旋翼无人机 的机载传感器的探测范围,因此可以避免复杂环境 下的障碍物碰撞,并降低跟踪过程的暴露风险。这 种包围行为可以应用于大量的工程实践中,包括对 峙安全、对不合作目标的监视和诱捕、军事侦察和 覆盖搜索等[9]。因此,设计四旋翼无人机目标环绕 控制器以实现高效目标环绕跟踪很有价值。

在过去的几年里,目标环绕跟踪问题引发了学界 极大的关注,并在无人机<sup>[10-11]</sup>和非完整约束车辆<sup>[12-13]</sup> 等领域取得了有效的进展。例如,文献[14]针对非完 整约束车辆建立了圆形跟踪制导律,从而实现圆形环 绕编队。文献[15]提出了一种基于视觉估计的目标 跟踪控制律,在目标信息已知的情况下能够以期望队 形绕飞。文献[16]在假定目标信息先验已知的情况 下,针对单无人机对地目标的定点巡逻、持续监视及 跟踪接力问题首次提出了李雅普诺夫向量场制导 (Lyapunov vector field guidance, LVFG)思想,奠定 了运用李雅普诺夫函数负梯度设计期望绕飞速度 矢量的基本框架。文献[17]基于李雅普诺夫向量 场制导框架对多架无人机对峙环绕跟踪非静止目 标进行了探索。文献[18]提出了一种考虑切向向 量场的复合制导策略,使无人机能够在多约束条件 下以最短路径跟踪地面目标。文献「19]通过对李 雅普诺夫向量场施加曲率约束,使无人机能够在弱 监督条件下完成监视任务。文献[20]提出了一种 欠驱动自主车辆的目标环绕跟踪策略,以包围具有 时变速度的机动目标。然而,目前多数研究[14-17]都 需要测量与目标相关的相对距离和视线方位 角<sup>[18-21]</sup>。通常,相对距离可以由激光雷达感测,视 线方位角可以由单目相机提供。相较于单目相机, 激光雷达造价贵、耗能高且体积大,而四旋翼无人 机由于能量限制和有效载荷能力差难以配备。此 外,相对距离确定需要主动感知发射无限电波、红 外或声学信号,这将增加感知过程的暴露风险。

为了减轻目标环绕跟踪问题中主动感知造成 的不利影响,信息受限下的目标定位跟踪技术应运 而生。文献[22]针对未知运动目标的环绕跟踪问 题,提出了一种仅依赖视线方位角的多智能体环绕 控制方法。文献[23]通过简化无人机运动学模型, 提出了基于卡尔曼滤波的目标高精度估计器,实现 仅测量方位角情况下,对目标的精确估计和监测。 文献[24]以无扰动环境下的单积分型多智能体系 统为研究对象,提出了一种基于双层制导框架的椭 圆目标环绕控制方法。然而,文献[22-24]仅关注运 动学层面的控制器设计,这导致在不确定性条件 下,由于外部干扰的存在,目标环绕控制的稳定性 可能无法得到保证,且四旋翼无人机具有非线性、 欠驱动和强耦合等性质,这又增加了环航任务的难 度。同时,需要强调的是,目前多数目标环绕方案 都是基于连续时间采样<sup>[19-20,22-24]</sup>,即无论控制系统 是否处于空闲状态,控制信号都会周期性传输,从 而导致不必要的机载资源浪费。因此,在综合考虑 系统内部不确定性的情况下,设计一种能够降低控 制信号传输频率的环绕控制方法具有重要意义。

为了增强系统鲁棒性和提高跟踪性能,目前广 泛采用抗扰动控制处理四旋翼无人机的内部不确 定性,包括自抗扰控制<sup>[25-26]</sup>、基于扩张状态观测器 (extended state observer, ESO)的控制<sup>[27-28]</sup>和滑模 控制<sup>[29]</sup>。其中,针对突发扰动场景,由于 ESO 具有 快速准确估计扰动的特性,文献[30]通过引入 ESO 解决突发风扰动下的四旋翼无人机的姿态调节问题, 与比例-积分-微分控制方案相比,该方案在提高控制 性能上具有明显优势。针对存在不确定性和位置约 束的四旋翼无人机姿态稳定和轨迹跟踪问题,文献 [32]将动态面控制与高阶 ESO 相结合,降低了由系 统内部参数偏差和外部干扰造成的影响。目前,采用 ESO 消除系统内部不确定性的方案已经广泛地应用 于姿态机动<sup>[30-31]</sup>、轨迹跟踪<sup>[32]</sup>和路径跟随<sup>[33]</sup>等领 域,而目标环绕追踪场景仍有待深入探讨和研究。

基于上述研究的启发,本文设计了一种基于事 件触发的抗干扰环绕控制器,能够减轻通信负载, 增强系统鲁棒性,并驱使四旋翼无人机以预定距离 环绕目标运动。此外,所提出的仅具有视线方位角 依赖的目标位置估计器、目标环绕制导律以及基于 ESO 的事件触发姿态控制器等都是按照模块化设 计级联成一个目标环绕控制系统,其创新点在于: 1)与目前基于相对距离和视线方位角信息[14-18]的 环绕跟踪策略不同[19-21],本文提出了一种仅依赖视 线方位角信息的环绕控制方法,降低了暴露风险和 成本,通过引入一个保持持续激励条件的目标定位 估计器生成目标位置估计,消除了现有环绕跟踪框 架中对已知目标位置和速度测量的需求[20-21]:2)与 目前主流的基于神经网络近似的扰动补偿不同,通 过构建仅含一个参数的 ESO 在线辨识全局干扰观 测器,减轻了计算负担。此外,不同于现有的基于 连续时间采样机制的目标环绕控制器[19-20,22-24],通 过制定基于事件触发的控制信号更新规则,仅当触 发偏差达到触发条件才进行控制信号的更新,能够 有效减轻传输载荷和节约能量。

#### 1 问题描述

考虑到目标环绕任务包括未知地面目标和四 旋翼无人机,因此采用机体坐标系和惯性坐标系描 述四旋翼无人机的运动学参数。在惯性坐标系下 的未知的地面目标位置可以用  $p_{T} = [p_{tx}, p_{ty}]^{T}$  表 示,其推导过程见文献[34]。因此,四旋翼无人机 在轨迹和姿态回路中的运动动力学可以用以下公 式描述

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{v} \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}) \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{\omega} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{g}_{w}\boldsymbol{U} + \boldsymbol{d} \end{cases}$$
(1)

其中,  $p = [p_x, p_y, p_z]^T$ ,  $v = [v_x, v_y, v_z]^T$ ,  $\Theta = [\Theta_{\varphi}, \Theta_{\theta}, \Theta_{\varphi}]^T$ 分别表示四旋翼无人机在惯性坐标系下的位置、线速度和角度; $\omega = [\omega_{\varphi}, \omega_{\theta}, \omega_{\varphi}]^T$ 为机体坐标系下的角速度。对于  $F(\Theta, u_F) \triangleq (\Xi u_F - G)/m \in \mathbb{R}^3$ ,  $\Xi = [\sin(\Theta_{\varphi}), \sin(\Theta_{\varphi})\sin(\Theta_{\theta})\cos(\Theta_{\varphi}) - \cos(\Theta_{\varphi})\sin(\Theta_{\varphi}), \cos(\Theta_{\theta})\cos(\Theta_{\varphi})]^T$ 为耦合矩阵,  $u_F$ 表示总升力,  $G = [0, 0, mg]^T$ 中的m和g分别是质量和重力加速度。 $f(\omega) = -J^{-1}\Pi_{\omega}\omega \in \mathbb{R}^3$ 是与参数不确定性有关的非线性函数,其中 $J = \text{diag}\{J_{\varphi}, J_{\theta}, J_{\phi}\} \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 是转动惯量矩阵,  $\Pi_{\omega} \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 为阻尼系数矩阵。 $g_w = \text{diag}\{l/J_{\varphi}, l/J_{\theta}, c/J_{\phi}\}$ 为对角矩阵, l是螺旋桨中心与机体质心的距离, c为四旋翼无人机的控制输入, d表示外部环境扰动项, 矩阵  $R \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\Theta_{\varphi} \tan\Theta_{\theta} & \cos\Theta_{\varphi} \tan\Theta_{\theta} \\ 0 & \cos\Theta_{\varphi} & -\sin\Theta_{\varphi} \\ 0 & \sin\Theta_{\varphi} \sec\Theta_{\theta} & \cos\Theta_{\varphi} \sec\Theta_{\theta} \end{bmatrix}$$

考虑四旋翼是在给定高度下环绕跟踪地面静止 或移动目标,则该任务解耦为水平和纵向两部分。在 水平方向上,利用水平环绕制导律和目标位置估计器 能够使四旋翼无人机实现目标环绕;在竖直方向上, 纵向误差制导律则用于维持预定高度,以获取稳定的 视线方位角。图1(a)描述了四旋翼无人机与目标水 平方向上的相对运动关系, $p_{\rm H} = [p_x, p_y]^{\rm T}$ 表示四 旋翼无人机在水平方向上的位置, $\rho_{\rm d}$ 表示期望圆半 径, $\rho = \|p_{\rm H} - p_{\rm T}\|$ 表示实际的环绕半径。由目标位 置估计器产生的目标位置估计值用  $\hat{p}_{\rm T} = [\hat{p}_{tx}, \hat{p}_{ty}]^{\rm T}$ 



(a) 四旋翼与目标水平方向上相对运动关系



(b) 水平环绕制导律示意图



图 1 四旋翼与目标几何位置关系



表示, 由此产生的相对距离估计值用 $\hat{\rho} = \|p_{\rm H} - \hat{p}_{\rm T}\|$ 描述。四旋翼无人机和目标在直线上的 单位向量  $\Phi(t) \in \mathbf{R}^2$ 可表示为

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \frac{\boldsymbol{p}_{\mathrm{T}}(t) - \boldsymbol{p}_{\mathrm{H}}(t)}{\rho(t)} = [\cos\beta, \sin\beta]^{\mathrm{T}} \quad (2)$$

其中,  $\beta$  是可测量的视线方位角;  $\overline{\boldsymbol{\Phi}}(t)$  是视线法向 的单位矢量, 方向与  $\boldsymbol{\Phi}(t)$  正交。因此,  $[\boldsymbol{\Phi}(t), \overline{\boldsymbol{\Phi}}(t)] \in \mathbf{R}^{2\times 2}$  是一个正交矩阵,满足如下条件

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi} = 1, \, \overline{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{\Phi}} = 0 \quad (3)$$

在目标环绕过程中,四旋翼无人机的速度应大 于目标的速度,因此,给出假设1。

假设 1:地面目标的速度和四旋翼无人机的切向环绕速度(用  $\|\dot{p}_{T}(t)\|$ 和  $|\alpha|$ 表示)有界,满足以下关系

$$|\alpha| - \|\dot{\mathbf{p}}_{\mathrm{T}}(t)\| \ge c, \forall t \ge 0$$
 (4)

其中, *c* > 0; *α* 表示四旋翼无人机的切向环绕速度。 控制目标:

1)当 $t \rightarrow \infty$ ,估计误差 $\tilde{p}_{T} = \hat{p}_{T} - p_{T}$ 收敛到任意小的邻域。

2)相对距离渐近收敛于 ρ<sub>d</sub>,同时在排除芝诺现 象的前提下,飞行高度控制误差最终演化到足够小 的残余集合内。

#### 2 事件触发抗干扰环绕控制器设计

目标环绕控制器包括两个回路,轨迹回路包括 目标位置估计器、方向向量场以及目标环绕制导 律,用于线速度指令;姿态回路通过逆变换生成角 度控制律,采用 ESO 干扰补偿以及事件触发机制, 引导四旋翼飞行器实现环绕运动。所提出的目标 环绕控制器的结构框图如图 2 所示。

#### 2.1 轨迹回路制导律设计

2.1.1 目标位置估计器设计

在本节中,考虑使用一种位置估计器处理传统 环绕控制器对目标相对位置的依赖问题,该估计器 设计仅需视线方位角信息和自身位置信息,并借助 四旋翼与目标之间的几何运动关系,设计目标位置 估计器为

 $\hat{p}_{T}(t) = k_{est}(I_{2} - \boldsymbol{\Phi}(t)\boldsymbol{\Phi}^{T}(t))(\boldsymbol{p}_{H} - \hat{\boldsymbol{p}}_{T})$  (5) 其中,  $k_{est} > 0$ 。根据式(5)和图1(c)中的几何图 示,  $\hat{\boldsymbol{p}}_{T}(t)$ 垂直于通过四旋翼无人机和实际目标的 直线。只要目标速度与四旋翼无人机切向速度  $\alpha$  的 关系满足假设1,即法向单位矢量  $\boldsymbol{\Phi}(t)$ 满足持续激 励条件, 就能确保估计误差以指数形式趋于零点 附近。

注 1:现存基于 LVFG 的环绕方法依赖相对距 离信息,主动感知过程会增加暴露风险,而所设计 的目标位置估计器在满足持续激励条件下,仅借助 视线方位角即可实现目标定位,有效克服了主动感 知的缺陷。



图 2 控制器结构框图 Fig. 2 Controller structure block diagram

2.1.2 目标环绕制导律设计

定义  $z_d$  为高度指令,则纵向跟踪误差为  $e_{p,z} = p_z - z_d$ ,其导数为 $\dot{e}_{p,z} = v_z - \dot{z}_d$ 。然后,基于方向向 量场理论,设计基于水平方向矢量场的水平环绕制 导律  $\mathbf{v}_{\mathrm{H}} = [v_x, v_y]$ 和高度控制律  $v_z$  如式(6)所示

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_{\mathrm{H}}(t) = k_{\mathrm{p}}(\hat{\rho}(t) - \rho_{\mathrm{d}})\boldsymbol{\Phi}(t) + \alpha \boldsymbol{\bar{\Phi}}(t) + \boldsymbol{\dot{p}}_{\mathrm{T}}(t) \\ \vdots \\ \bar{v}_{z}(t) = -k_{\mathrm{p}}e_{p,z}(t) + \dot{z}_{\mathrm{d}}(t) \end{cases}$$
(6)

其中,  $k_p \in \mathbf{R}$ 为控制增益。 $\alpha$ 的正负用于调整四旋翼 无人机环绕的方向, $\alpha > 0$ 将逆时针环绕目标运动,如 图 1(b)所示。与已知的基于 LVFG<sup>[17]</sup>的环绕方法相 比,方向矢量场无需获得目标的先验信息,仅通过运 动解耦即可获得控制指令。水平环绕制导律的函数 组成项包括以下几个方面:收缩项 $k_p(\rho(t) - \rho_d) \boldsymbol{\Phi}(t)$ 用于引导四旋翼无人机沿视线朝向预期轨道半径,而 环绕项 $\alpha \boldsymbol{\Phi}(t)$ 则负责调节切向速度,从而实现有效的 目标 包围。值得强调的是,在瞬态收敛过程中,  $k_p(\rho(t) - \rho_d) \boldsymbol{\Phi}(t)$ 和 $\alpha \boldsymbol{\Phi}(t)$ 将共同作用,以确保飞行 器收敛于预期圆轨迹。而在稳定环绕阶段,目标环绕 仅依靠环绕项 $\alpha \boldsymbol{\Phi}(t)$ 。

在方向矢量场的作用下,无论四旋翼的初始位 置是在预期圆轨迹的内部还是外部,四旋翼运动轨 迹最终都会收敛于预期圆轨迹,一旦到达目标圆轨 迹,就会沿目标圆轨迹环绕跟踪目标。

2.1.3 线速度控制律设计

定义线速度指令为 $v = [v_H, \overline{v}_z]$ ,则速度跟踪误 差可表示为

$$e_{v}(t) = v(t) - v(t) = \lfloor e_{v,x}, e_{v,y}, e_{v,z} \rfloor^{1}$$
  
其导数为  
$$\dot{e}(t) = F(\Theta, u_{z}) - \dot{v}(t)$$
(7)

为镇定误差 e<sub>v</sub>,构造虚拟控制律如下

 $\boldsymbol{F}^{d}(\boldsymbol{\Theta}^{d}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}) = -k_{v} \cdot \boldsymbol{e}_{v}(t) + \dot{\boldsymbol{v}}(t) \qquad (8)$ 其中,  $k_{v} > 0; \boldsymbol{F}^{d}(\boldsymbol{\Theta}^{d}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}) = [F_{x}^{d}, F_{y}^{d}, F_{z}^{d}]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{f}$ 向由 姿态指令  $\boldsymbol{\Theta}_{d}(t) = [\boldsymbol{\Theta}_{\varphi}^{d}, \boldsymbol{\Theta}_{\theta}^{d}, \boldsymbol{\Theta}_{\varphi}^{d}]^{\mathrm{T}}$ 控制,大小主要取 决于螺旋桨旋转产生的总升力  $\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}$ 。

注 2:通常采用一阶滤波器或二阶跟踪微分器 易求得目标位置估计  $\hat{p}_{T}$  和速度参考值 v 的导数。

根据式(1),  $F(\Theta, u_F)$ 的各方向分量可表示为

$$\begin{cases} F_{x}^{d} = u_{F}(\cos(\Theta_{\psi}^{d})\sin(\Theta_{\theta}^{d})\cos(\Theta_{\varphi}^{d}) + \\ \sin(\Theta_{\psi}^{d})\sin(\Theta_{\varphi}^{d}))/m \\ F_{y}^{d} = u_{F}(\sin(\Theta_{\psi}^{d})\sin(\Theta_{\theta}^{d})\cos(\Theta_{\varphi}^{d}) - \\ \cos(\Theta_{\psi}^{d})\sin(\Theta_{\varphi}^{d}))/m \\ F_{z}^{d} = u_{F}(\cos(\Theta_{\theta}^{d})\cos(\Theta_{\varphi}^{d}))/m - g \\ \end{cases}$$
对式(9)进行逆变换得

$$\begin{cases} u_{\rm F} = m \sqrt{(F_x^{\rm d})^2 + (F_y^{\rm d})^2 + (F_z^{\rm d} + g)^2} \\ \Theta_{\varphi}^{\rm d} = \arcsin(m (F_x^{\rm d} \sin(\Theta_{\psi}^{\rm d}) - F_y^{\rm d} \cos(\Theta_{\psi}^{\rm d}))/u_{\rm F}) \\ \Theta_{\theta}^{\rm d} = \arctan((F_x^{\rm d} \cos(\Theta_{\psi}^{\rm d}) + F_y^{\rm d} \sin(\Theta_{\psi}^{\rm d}))/(F_z^{\rm d} + g)) \end{cases}$$
(10)

其中,偏航指令 Θ<sup>d</sup> 由经验丰富的操作员发出。

#### 2.2 姿态回路控制律设计

2.2.1 角度控制律设计

为确保角度输出能够稳定跟踪标称指令  $\mathbf{O}^{d}(t)$ , 必须设计闭环角度误差镇定律以实时消除角度跟踪 误差。记  $W(t) = \mathbf{R}\boldsymbol{\omega}(t) = [W_{\varphi}, W_{\theta}, W_{\varphi}]^{T}$ ,定义角 度跟踪误差为  $\boldsymbol{e}_{\theta}(t) = \boldsymbol{O}(t) - \boldsymbol{O}^{d}(t) = [e_{\theta,\varphi}, e_{\theta,\theta}, e_{\theta,\theta}]^{T}$ ,则  $\boldsymbol{e}_{\theta}(t)$ 导数为

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\Theta}(t) = \dot{\boldsymbol{\Theta}}(t) - \dot{\boldsymbol{\Theta}}^{d}(t) = \boldsymbol{W}(t) - \dot{\boldsymbol{\Theta}}^{d}(t)$$
 (11)  
根据式(11),设计角度控制律如下

$$\overline{\boldsymbol{W}}(t) = -k_{\theta} \cdot \boldsymbol{e}_{\theta}(t) + \dot{\boldsymbol{\Theta}}^{d}(t)$$
(12)

其中,  $\overline{W}(t) = [\overline{W}_{\varphi}, \overline{W}_{\theta}, \overline{W}_{\phi}]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{3}$  和  $k_{\theta} > 0$  为控 制增益。

2.2.2 角速度控制律设计

为了保证角速度输出能够跟踪上标称指令,有 必要设计闭环角速度误差镇定律以实时消除跟踪 误差。记  $\overline{W}(t)$  为角速度指令,定义角速度跟踪误 差为  $e_{\omega}(t) = W(t) - \overline{W}(t) = [e_{\omega,\varphi}, e_{\omega,\theta}, e_{\omega,\psi}]^{T}, 则$  $e_{\omega}(t)$ 导数为

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\omega}(t) = \dot{\boldsymbol{W}}(t) - \overline{\boldsymbol{W}}(t)$$

$$= \dot{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{\omega}(t) + \underbrace{\boldsymbol{R}(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{d})}_{\boldsymbol{A}_{\omega}} + \underbrace{\boldsymbol{g}_{\omega}\boldsymbol{R}\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{W}} - \dot{\overline{\boldsymbol{W}}}(t) \qquad (13)$$

其中,实际的事件触发控制输入为 $\tau = [\tau_{\varphi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi}]^{\mathrm{T}}; \boldsymbol{\Delta}_{\omega} = [\Delta_{\varphi}, \Delta_{\theta}, \Delta_{\psi}]^{\mathrm{T}}$ 为集总干扰。

假设 2:存在一个正常数  $\Delta^*$  使得总扰动导数满 足  $\|\dot{\mathbf{\Delta}}_{\omega}\| \leq \Delta^*$ 。

注 3:在现有研究中,假设 2 为处理不确定性的 标准假设条件<sup>[35-36]</sup>。此外,在工程实践中,存在着执 行器被约束和机载能量限制等情形,系统内部状态和 控制输入无法发生突变,导致内部不确定性和外部引 起的集总干扰是有界的。因此,假设 2 是合理的。

接下来,根据式(13)和假设2,将集总扰动视为 新的扩展状态,进而在姿态回路中设计出以下 ESO,从而在线精确补偿未知干扰,如式(14)所示

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{W}} = \hat{\boldsymbol{\Delta}}_{\omega} + \boldsymbol{\tau} + 2\boldsymbol{\varepsilon}_{\omega} \left( \boldsymbol{W} - \hat{\boldsymbol{W}} \right) \\ \dot{\boldsymbol{\Delta}}_{\omega} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\omega}^{2} \left( \boldsymbol{W} - \hat{\boldsymbol{W}} \right) \end{cases}$$
(14)

其中,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\omega}$  = diag{ $\varepsilon_{\varphi}$ ,  $\varepsilon_{\theta}$ ,  $\varepsilon_{\psi}$ } 为观测器带宽矩阵;  $\hat{\boldsymbol{W}}$  = [ $\hat{\boldsymbol{W}}_{\varphi}$ ,  $\hat{\boldsymbol{W}}_{\theta}$ ,  $\hat{\boldsymbol{W}}_{\psi}$ ]<sup>T</sup> 和  $\hat{\boldsymbol{\Delta}}_{\omega}$  = [ $\hat{\boldsymbol{\Delta}}_{\varphi}$ ,  $\hat{\boldsymbol{\Delta}}_{\theta}$ ,  $\hat{\boldsymbol{\Delta}}_{\psi}$ ]<sup>T</sup> 分别表示  $\boldsymbol{W}$ 和  $\boldsymbol{\Delta}_{\omega}$  的估计值。此外, 与常规的姿态回路设计<sup>[1-4]</sup> 不同<sup>[5-8]</sup>, 在姿态子系统中采用相对阈值事件触发策 略对控制信号进行更新, 以期实现在不牺牲控制精 度的前提下降低信息的传输负担, 所设计的角速度 控制器如下

$$\tau_{a}(t) = \tau'_{a}(t_{n}^{a}), \forall t \in [t_{n}^{a}, t_{n+1}^{a}),$$

$$e_{\text{En}}^{a}(t) = \tau'_{a}(t) - \tau_{a}(t), a = \varphi, \theta, \psi$$

$$t_{n+1}^{a} = \inf\{t \in \mathbf{R} \mid |e_{\text{En}}^{a}(t)|$$

$$\geqslant m_{a1} \mid \tau_{a}(t) \mid + m_{a2}\}$$
(15)

其中, τ' 为辅助控制项。

$$\tau'_{a} = -(1+m_{a1})\left[\delta_{a} \tanh(e_{\omega,a}\delta_{a}/\xi_{a}) + \frac{1}{m_{a}} \tanh(e_{\omega,a}\overline{m}_{a}/\xi_{a})\right]$$
(16)

其中,  $\delta_a = k_a e_{\omega,a} + \hat{\Delta}_a - \overline{W}_a$  是根据式(13)和式(14) 推导出,  $k_\omega > 0$  为控制增益。 $\xi_a > 0, m_{a1} \in (0,1]$ ,  $m_{a2} > 0$  均为待设计的参数,  $e_{En}^a(t)$  代表当前采样值 与上一采样值的触发误差。由式(15)可知,除非触发 误差  $e_{En}^a(t)$  违背预先设计的触发条件,控制律  $\tau_a(t)$ 才会更新。因此,对于每个采样间隔,  $t \in [t_n^a, t_{n+1}^a) | \tau_a'(t) - \tau_a(t) | \leqslant m_{a1} | \tau_a(t) | + m_{a2}$ 都成立。 可以推断出,存在待设计的时变参数  $\lambda_{a1}(t)$  和  $\lambda_{a2}(t)$ ,并且所得结果能够更进一步满足  $\tau_a'(t) =$  $(1 + \lambda_{a1}(t)m_{a1})\tau_a(t) + \lambda_{a2}(t)m_{a2}$ 。 其中,应有  $\lambda_{a1}(t)$  和 $\lambda_{a2}(t_n^a)$  满足 $\lambda_{a1}(t_n^a) = 0, \lambda_{a1}(t_{n+1}^a) = \pm 1,$  $\lambda_{a2}(t_n^a) = 0, \lambda_{a2}(t_{n+1}^a) = \pm 1$ 和  $|\lambda_{a2}(t)| \leqslant 1$ 。接着, 可以进一步得到 $\tau_a(t) = (\tau_a'(t) - \lambda_{a2}(t)m_{a2})/(1 + \lambda_{a1}(t)m_{a1}),$ 其中,  $\overline{m}_a$  为待设计参数,满足  $\overline{m}_a > m_{a2}/(1 - m_{a1})$ 。

#### 2.3 稳定性分析

在本节中,因为整个控制系统是由若干级联子 系统组成,因此稳定性通过对各个子系统综合分析 得到,图 3 说明了整个系统的级联关系。



图 3 级联系统示意图 Fig. 3 Diagram of cascaded system

1)目标位置估计子系统:根据式(3)和式(5)推导 出 **p**<sub>T</sub>(t) 为

$$\widetilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t) = \boldsymbol{k}_{\mathrm{est}}(\boldsymbol{I}_{2} - \boldsymbol{\Phi}(t)\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(t))(\boldsymbol{p}_{\mathrm{H}} - \hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}) - \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t)$$

$$= -\boldsymbol{k}_{\mathrm{est}}\overline{\boldsymbol{\Phi}}(t)\overline{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{p}_{\mathrm{H}}(t) - \boldsymbol{p}_{\mathrm{T}}(t) + \tilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t)) - \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t)$$

$$= -\boldsymbol{k}_{\mathrm{est}}\overline{\boldsymbol{\Phi}}(t)\overline{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t) - \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t) \qquad (17)$$

2) 轨迹子系统:定义相对距离的控制误差和估 计误差分别为  $e_{\rho}(t) = \rho(t) - \rho_{d}$  和  $\tilde{\rho}(t) = \rho(t) - \rho(t)$ 。根据式(1)、式(2)、式(3)、式(6) 和式(17), 则  $e_{\rho}(t)$ 的导数为

$$\dot{\boldsymbol{p}}_{\rho}(t) = (\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(t) - \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{T}}(t))(\boldsymbol{p}_{\mathrm{T}}(t) - \boldsymbol{p}_{\mathrm{H}}(t))/\rho(t)$$

$$= (\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(t) - \boldsymbol{v}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{T}}(t))\boldsymbol{\Phi}(t)$$

$$= (\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(t) - (\boldsymbol{e}_{v,\mathrm{H}}^{\mathrm{T}}(t) + k_{\mathrm{p}}(\rho(t) - \rho_{\mathrm{d}})\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(t) + k_{\mathrm{p}}$$

$$\alpha \overline{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}(t) + \hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(t)))\boldsymbol{\Phi}(t)$$

$$= -k_{\mathrm{p}}e_{\rho}(t) + k_{\mathrm{p}}\tilde{\rho}(t) - (\dot{\tilde{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(t) + e_{v,\mathrm{H}}^{\mathrm{T}}(t))\boldsymbol{\Phi}(t)$$

$$= -k_{\mathrm{p}}e_{\rho}(t) + k_{\mathrm{p}}\tilde{\rho}(t) + (\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(t) - e_{v,\mathrm{H}}^{\mathrm{T}}(t))\boldsymbol{\Phi}(t) \qquad (18)$$

其中, 
$$\mathbf{v}_{\mathrm{H}} = [v_{x}, v_{y}]^{\mathrm{T}}, \mathbf{e}_{v,\mathrm{H}} = [e_{v,x}, e_{v,y}]^{\mathrm{T}}$$
。  
基于式(6)、式(18),并将式(8)代人式(7)得出  

$$\begin{cases} \dot{e}_{\rho}(t) = -k_{\mathrm{p}}e_{\rho}(t) + k_{\mathrm{p}}\tilde{\rho}(t) + (\dot{p}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(t) - \mathbf{e}_{v,\mathrm{H}}^{\mathrm{T}}(t))\mathbf{\Phi}(t) \\ \dot{e}_{\rho,z}(t) = -k_{\mathrm{p}} \cdot e_{\rho,z}(t) + e_{v,z}(t) \\ \dot{e}_{v}(t) = -k_{v} \cdot \mathbf{e}_{v}(t) + \tilde{\mathbf{F}} \end{cases}$$
(19)

其中,耦合误差为 $\tilde{F} = F - F^{d}$ 。基于文献[37],知道  $\tilde{F} = [\tilde{F}_{x}, \tilde{F}_{y}, \tilde{F}_{z}]^{T}$ 是连续且满足 Lipschitz 条件的, 满足

 $\|\tilde{F}\| \leqslant k_{\rm F} \cdot \|e_{\theta}\|, \forall \Theta \in \mathbf{R}^{3}, \forall u_{\rm F} \in \mathbf{R}$ (20) 其中,  $k_{\rm F}$  为正常数。

3) ESO 子系统:定义估计误差为 $\widetilde{W} = W - \widehat{W} =$ [ $\widetilde{W}_{\varphi}, \widetilde{W}_{\theta}, \widetilde{W}_{\phi}$ ]<sup>T</sup>, $\widetilde{\Delta}_{\omega} = \Delta_{\omega} - \widehat{\Delta}_{\omega} = [\widetilde{\Delta}_{\varphi}, \widetilde{\Delta}_{\theta}, \widetilde{\Delta}_{\phi}]^{T}$ 。 根据式(13)和式(14)得

$$\begin{cases} \widetilde{\widetilde{W}}_{a}(t) = -2\varepsilon_{a}\widetilde{\widetilde{W}}_{a}(t) + \widetilde{\Delta}_{a}(t) \\ \dot{\widetilde{\Delta}}_{a}(t) = -\varepsilon_{a}^{2}\widetilde{\widetilde{W}}_{a}(t) + \dot{\Delta}_{a}(t) \end{cases}$$
(21)

记  $E_{a1} = [\widetilde{W}_a, \widetilde{\Delta}_a]^T, a = \varphi, \theta, \psi, 则式(21) 可以$  简写为

$$\dot{\boldsymbol{E}}_{a1} = \boldsymbol{A}_{a} \boldsymbol{E}_{a1} - \boldsymbol{B}_{a} \dot{\boldsymbol{\Delta}}_{a}$$
(22)

其中,  $\mathbf{A}_{a} = \begin{bmatrix} -2\boldsymbol{\varepsilon}_{a} & 1 \\ -\boldsymbol{\varepsilon}_{a}^{2} & 0 \end{bmatrix}$  是一个 Hurwitz 矩阵,  $\mathbf{B}_{a} =$ 

 $[0,1]^{\mathrm{T}}$ ,因此,存在正定矩阵  $P_a \in \mathbf{R}^{2\times 2}$ , $\ell_a > 0$ 满足  $A_a^{\mathrm{T}}P_a + P_a A_a = -\ell_a I_2$  (23)

4) 姿态子系统:将式(12)代人式(11)并考虑式(13)可得

$$\begin{cases}
\dot{\boldsymbol{e}}_{\theta}(t) = -k_{\theta} \cdot \boldsymbol{e}_{\theta}(t) + \boldsymbol{e}_{\omega}(t) \\
\dot{\boldsymbol{e}}_{\omega}(t) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\Delta}_{\omega} - \dot{\boldsymbol{W}}(t)
\end{cases}$$
(24)

引理 1<sup>[9]</sup>:在假设 1 成立的条件下,则有目标位 置子系统(17):  $[\dot{p}_T] \mapsto [\tilde{p}_T]$  是输入状态稳定(inputto-state stability, ISS)的,且有  $\tilde{p}_T(t)$  满足  $\|\tilde{p}_T(t)\| \le b \|\tilde{p}_T(t_0)\| e^{-r(t-t_0)} + K_f/r(1 - e^{-r(t-t_0)}),$ 其中 *b*,*r* 均 为正; $K_f \in \mathbf{R} \in \mathbb{R}$  [ $\dot{p}_T$ ] 的上界,则  $\tilde{p}_T(t)$  满足

$$\|\widetilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t)\| \leqslant \max\left\{b \|\widetilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{T}}(t_{0})\|e^{-r(t-t_{0})}, \frac{K_{f}}{r}\right\},$$
$$\forall t \ge t_{0}$$
(25)

引理 2: 基于假设 2, ESO 子系统(21): [A]

 $\mapsto$ [ $E_{a1}$ ] 是 ISS 的。

证明:构建如下 Lyapunov 函数:  $V_1 = \sum_{a \in \langle \varphi, \theta, \phi \rangle} \cdot$ ( $E_{a1}^{T} P_a E_{a1}/2$ )。 根据式(22), $V_1$ 的导数为 $\dot{V}_1 =$   $\sum_{a \in \langle \varphi, \theta, \phi \rangle} \cdot [E_{a1}^{T} P_a (A_a E_{a1} - B_a \dot{A}_a)]$ 。考虑式(23),  $\dot{V}_1 \leqslant \sum_{a \in \langle \varphi, \theta, \phi \rangle} (-\ell_a E_{a1}^{T} \cdot E_{a1}/2 - E_{a1}^{T} P_a B_a \dot{A}_a) \leqslant$   $\sum_{a \in \langle \varphi, \theta, \phi \rangle} (-\ell_a \| E_{a1} \|^2/2 + \| E_{a1} \| \| P_a B_a \| | \dot{A}_a |),$ 显然 当 $\| E_{a1} \| \ge 2 \| P_a B_a \| | \dot{A}_a | / \ell_a \bar{\theta}_{a1}$ 时,可以得出 $\dot{V}_1 \leqslant$   $\sum_{a \in \langle \varphi, \theta, \phi \rangle} [-\ell_a (1 - \bar{\theta}_{a1}) \cdot \| E_{a1} \|^2/2],$ 其中 0 <  $\bar{\theta}_{a1} < 1$ 。

因此,当假设2成立时,ESO子系统(21)是 ISS 的, *E*<sub>a1</sub>(*t*)的上界为

$$\|\boldsymbol{E}_{a1}(t)\| \leq \max\left\{ \|\boldsymbol{E}_{a1}(t_{0})\| e^{-\iota_{a}(1-\overline{\theta}_{a1})(t-t_{0})/2}, \frac{2\|\boldsymbol{P}_{a}\boldsymbol{B}_{a}\|\sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{a})}}{\iota_{a}\overline{\theta}_{a1}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{a})}} |\dot{\boldsymbol{\Delta}}_{a}| \right\}$$
(26)

根据引理2的结果,姿态子系统的稳定性由以 下引理3描述。

引理 3:基于引理 2,姿态子系统式(24):  $[\tilde{A}_a]$  $\mapsto [e_{\theta}, e_{\omega}]$  是 ISS 的。

证明:首先,针对角速度回路,构造一个 Lyapunov 函数为 $V_{\omega} = \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \phi\}} (e^2_{\omega, a}/2)$ 。 接下来,根据 式(13)、(16)以及 $\tau_a(t) = (\tau'_a(t) - \lambda_{a^2}(t)m_{a^2})/(1 + \lambda_{a^1}(t)m_{a^1}), 则 V_{\omega}$ 的导数如式(27)所示

$$\begin{split} \dot{V}_{\omega} &= \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} e_{\omega, a} \dot{e}_{\omega, a} \\ &= \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} e_{\omega, a} \left[ \Delta_{a} + \tau_{a} - \dot{\overline{W}}_{a} \right] \\ &= \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} e_{\omega, a} \left[ \Delta_{a} + (\tau'_{a}(t) - \lambda_{a2}(t)m_{a2})/(1 + \lambda_{a1}(t)m_{a1}) - \dot{\overline{W}}_{a} \right] \\ &= \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} e_{\omega, a} \left[ \Delta_{a} + (\tau'_{a}(t) - \lambda_{a2}(t)m_{a2})/(1 + \lambda_{a1}(t)m_{a1}) + \delta_{a} - k_{\omega}e_{\omega, a} - \hat{\Delta}_{a} \right] \\ &= \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} e_{\omega, a} \left[ (\tau'_{a}(t) - \lambda_{a2}(t)m_{a2})/(1 + \lambda_{a1}(t)m_{a1}) + \delta_{a} - k_{\omega}e_{\omega, a} - \hat{\Delta}_{a} \right] \\ &= \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} e_{\omega, a} \left[ (\tau'_{a}(t) - \lambda_{a2}(t)m_{a2})/(1 + \lambda_{a1}(t)m_{a1}) + \delta_{a} - k_{\omega}e_{\omega, a} + \tilde{\Delta}_{a} \right] \quad (27) \\ & \dot{\mathfrak{k}} \quad \dot{\mathfrak{k}} \quad \mathfrak{M}, \quad e_{\omega, a} \tau'_{a}(t) \leqslant 0, \quad |\lambda_{a1}(t)| \leqslant 1 \quad \mathfrak{M} \\ &|\lambda_{a2}(t)| \leqslant 1, \quad \mathfrak{M} \quad \dot{\mathfrak{f}} \quad e_{\omega, a} \tau'_{a}/(1 + \lambda_{a1}(t)m_{a1}) \leqslant \end{split}$$

 $e_{\omega,a} \tau'_{a} / (1+m_{a1}) - e_{\omega,a} \lambda_{a2}(t) m_{a2} / (1+\lambda_{a1}(t)m_{a1}) \leqslant |e_{\omega,a} m_{a2}| / (1-m_{a1})$ 。根据式(16),进一步可得

$$V_{\omega} \leqslant \sum_{a \in \langle \varphi, \theta, \phi \rangle} \left[ e_{\omega, a} \tau'_{a}(t) / (1 + m_{a1}) + \right] \\ \left| e_{\omega, a} m_{a2} \right| / (1 - m_{a1}) + e_{\omega, a} \left( \delta_{a} - \right)$$

$$k_{\omega}e_{\omega,a} + \tilde{\Delta}_{a})] \\ \leqslant \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} \left[ -e_{\omega,a} (\delta_{a} \tanh(e_{\omega,a}\delta_{a}/\xi_{a}) + \overline{m}_{a} \tanh(e_{\omega,a}\overline{m}_{a}/\xi_{a})) + |e_{\omega,a}\overline{m}_{a}| + |e_{\omega,a}\delta_{a}| + e_{\omega,a}(-k_{\omega}e_{\omega,a} + \tilde{\Delta}_{a})$$
(28)  

$$\text{根据双曲切线函数} \tanh(\bullet) \text{ bbt 质f}$$

$$0 \leqslant |\Upsilon| - \Upsilon \tanh(\Upsilon/\xi) \leqslant 0.2785\xi,$$

$$\Upsilon \in \mathbf{R}, \xi > 0$$
(29)

进一步可得

 $\dot{V}_{\omega} \leqslant \sum_{a \in \{\varphi, \theta, \psi\}} (-k_{\omega} e_{\omega, a}^2 + e_{\omega, a} \widetilde{\Delta}_a + 0.557 \xi_a) \quad (30)$ 

接下来,考虑到整个姿态子系统(24),设计以下 Lyapunov 函数  $V_2 = (e_{\theta}^{\mathsf{T}} e_{\theta} + e_{\omega}^{\mathsf{T}} e_{\omega})/2$ 。考虑式(24) 和式(30),则  $V_2$  的导数满足  $V_2 \leqslant -k_{\theta} ||e_{\theta}||^2 - k_{\omega}$  $||e_{\omega}||^2 + e_{\theta}^{\mathsf{T}} e_{\omega} + e_{\omega}^{\mathsf{T}} \tilde{\mathbf{\Delta}}_{\omega} + \sum_{a=\varphi,\theta,\phi}$ 。

让  $k_{\theta} - \frac{1}{2} > 0, k_{\omega} - 1 > 0,$ 则 $\dot{V}_2 \leq -K_2 \cdot V_2 + \bar{\omega},$ 其中  $K_2 = \min\{2k_{\theta} - 1, 2k_{\omega} - 2\}$  和 $\bar{\omega} = \sum_{a \in \langle \varphi, \theta, \psi \rangle} \cdot \left(\frac{1}{2} \|\tilde{\boldsymbol{A}}_a\|^2 + 0.557\xi_a\right),$  对上不等式两边求积分,可得出 $V_2(t) \leq \bar{\omega}(1 - e^{-K_2(t-t_0)})/K_2 + V_2(t_0)e^{-K_2(t-t_0)},$ 

设  $E_2 = [e_{\theta}^{-}, e_{\omega}^{-}]^{T}$ ,根据上式进一步可以得到  $\|E_2(t)\| \leq \sqrt{(2(\bar{\omega}(1-e^{-K_2(t-t_0)}))/K_2 + 2V_2(t_0)e^{-K_2(t-t_0)})} \leq \|E_2(t_0)\| \sqrt{e^{-K_2(t-t_0)}} + \sqrt{2\bar{\omega}(1-e^{-K_2(t-t_0)})/K_2}$ 。根据 引理 2,姿态子系统式(24)是 ISS 的,并且  $E_2(t)$  的上界 满足

$$\left\|\boldsymbol{E}_{2}(t)\right\| \leqslant \max\left\{\left\|\boldsymbol{E}_{2}(t_{0})\right\| \sqrt{e^{-K_{2}(t-t_{0})}}\right\},$$

$$\sqrt{\frac{2\sum_{a \in \left\{\varphi, \theta, \psi\right\}} \left(\frac{1}{2} \left\|\tilde{\boldsymbol{\Delta}}_{a}\right\|^{2} + 0.557\boldsymbol{\xi}_{a}\right)}{K_{2}}}\right\} \quad (31)$$

引理 4:基于引理 1 和引理 3,轨迹子系统(19):  $\begin{bmatrix} e_{\theta}, \tilde{p}_{T}, \dot{p}_{T} \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} e_{\rho}, e_{\rho,z}, e_{v} \end{bmatrix} \in \text{ISS h}.$ 

 $\int u \sim K \epsilon$ 

证明:通过选择如下 Lyapunov 函数  $V_3 = (e_p^2 + e_{p,z}^2 +$ 

$$\begin{split} \mathbf{e}_{v}^{\mathsf{T}}\mathbf{e}_{v})/2_{\circ} & \text{基于式(19)}, \text{并对上式求导}, \text{得} V_{3} = -k_{p} \cdot (e_{\rho}^{2} + e_{\rho,z}^{2}) - k_{v}e_{v}^{\mathsf{T}}\mathbf{e}_{v} + e_{\rho}[k_{\mathsf{H}}\tilde{\rho}^{\mathsf{T}} + (\dot{p}_{\mathsf{T}}^{\mathsf{T}} - e_{v,\mathsf{H}}^{\mathsf{T}})\mathbf{\Phi}] + e_{\rho,z}e_{v,z} + e_{v}\tilde{F}_{\circ} \text{ 根据三角形中任意两边之和大于第三边,可得} \\ \bar{\rho} \leqslant \|\tilde{p}_{\mathsf{T}}\|_{\circ} & \text{然后}, \text{根据杨氏三角不等式}, \mathcal{H} - \mathcal{H} 可得 \\ \dot{V}_{3} \leqslant - k_{\mathsf{p}}(e_{\rho}^{2} + e_{\rho,z}^{2}) - k_{v} \|\mathbf{e}_{v}\|^{2} + |e_{\rho}|[k_{\mathsf{p}}\|\tilde{p}_{\mathsf{T}}\| + \|\dot{p}_{\mathsf{T}}\|] + \|\dot{p}_{\mathsf{T}}\|] + (|e_{\rho}| + |e_{\rho,z}|)\|\mathbf{e}_{v}\| + \|\mathbf{e}_{v}\| \|\tilde{F}\| \leqslant (k_{\mathsf{p}} - \frac{1}{2}) \cdot (e_{\rho}^{2} + e_{\rho,z}^{2}) - (k_{v} - 1) \|\mathbf{e}_{v}\|^{2} + |e_{\rho}|[k_{\mathsf{p}}\|\tilde{p}_{\mathsf{T}}\| + \|\dot{p}_{\mathsf{T}}\|] + \|\mathbf{e}_{v}\| \|\tilde{F}\| \otimes (k_{\mathsf{p}} - \frac{1}{2}) \cdot (e_{\rho}^{2} + e_{\rho,z}^{2}) - (k_{v} - 1) \|\mathbf{e}_{v}\|^{2} + |e_{\rho}|[k_{\mathsf{p}}\|\tilde{p}_{\mathsf{T}}\| + \|\dot{p}_{\mathsf{T}}\|] + \|\mathbf{e}_{v}\| \|\tilde{F}\| \otimes (k_{\mathsf{p}} - \frac{1}{2}, k_{v} - 1) \} , \mathbf{E}_{3} = [e_{\rho}, e_{\rho,z}, e_{v}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}, \tilde{H} \overset{\mathsf{R}}{=} \overset{\mathsf{B}}{=} \overset{\mathsf{A}}{=} (20), \{T} \overset{\mathsf{A}}{=} \overset{\mathsf{A}}{=} \overset{\mathsf{A}}{=} \overset{\mathsf{A}}{=} (k_{\mathsf{p}} \|\tilde{p}_{\mathsf{T}}\| + \|\tilde{p}_{\mathsf{T}}\| + k_{\mathsf{F}}\|\mathbf{e}_{\Theta}\|) \circ N \\ \dot{V}_{3} & \leqslant K_{3} \|\mathbf{E}_{3}\|^{2} + \|\mathbf{E}_{3}\|(k_{\mathsf{p}}\|\tilde{p}_{\mathsf{T}}\| + \|\dot{p}_{\mathsf{T}}\| + k_{\mathsf{F}}\|\mathbf{e}_{\Theta}\|) \circ N \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant -K_{3}(1 - \bar{\theta}_{3}) \|\mathbf{E}_{3}\|^{2}, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant 0, \texttt{H} \overset{\mathsf{B}}{=} 0 \\ \dot{V}_{3} & \leqslant 0 \\ \dot{V}_$$

$$\begin{split} \|\boldsymbol{E}_{3}(t)\| &\leqslant \max\left\{ \|\boldsymbol{E}_{3}(t_{0})\| e^{K_{3}(1-\overline{\theta}_{3})(t-t_{0})}, \\ \frac{k_{p}\|\tilde{\boldsymbol{p}}_{T}\| + \|\dot{\boldsymbol{p}}_{T}\| + k_{F} \cdot \|\boldsymbol{e}_{\theta}\|}{(\lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_{3}) - 2)\overline{\theta}_{3}} \right\}$$
(32)

每一个子系统的稳定性都在引理1~4中给出。 定理1揭示了整个闭环系统的稳定性。

定理 1:考虑四旋翼无人机的动力学特性(1)、 位置估计器(5)、环绕制导律(6)、ESO(14)、虚拟控 制律(8)、角度控制律(12)和角速度控制律(15),如 果假设 1 和假设 2 成立,则整个闭环系统将能够保 证是 ISS 的。此外,若对于每个  $n \in \mathbf{R}^+$ ,不等式  $\{t_{n+1}^a - t_n^a\} > t_a^*, a = \varphi, \theta, \psi$ 成立,其中  $t_a^* > 0, a = \varphi, \theta, \psi$ 。

证明:由上述引理可知,各个子系统都是 ISS 的,因此整个闭环系统是 ISS 的,且当  $t \rightarrow \infty$ ,有

$$\begin{aligned} \left\| \boldsymbol{p}(t) \right\| \leqslant \frac{\Lambda f}{r} \\ \left\| \boldsymbol{E}_{a1}(t) \right\| \leqslant \frac{2 \left\| \boldsymbol{P}_{a} \boldsymbol{B}_{a} \right\| \sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{a})}}{\ell_{a} \bar{\theta}_{a1} \sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{a})}} \Delta^{*} \\ \left\| \boldsymbol{E}_{2}(t) \right\| \leqslant \sqrt{2 \sum_{a \in \{\varphi, \vartheta, \psi\}} \frac{\left\| \boldsymbol{P}_{a} \boldsymbol{B}_{a} \right\| \sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{a})} \Delta^{*} + 0.557 \boldsymbol{\xi}_{a} \ell_{a} \bar{\theta}_{a1} \sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{a})}}{K_{2} \ell_{a} \bar{\theta}_{a1} \sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{a})}} \\ \left\| \boldsymbol{E}_{3}(t) \right\| \leqslant \frac{K_{f}(\boldsymbol{k}_{p} + r)}{r K_{3} \bar{\theta}_{3}} + \frac{\sqrt{2} k_{\mathrm{F}}}{K_{3} \bar{\theta}_{3}} \sqrt{\sum_{a \in \{\varphi, \vartheta, \psi\}} \frac{\left\| \boldsymbol{P}_{a} \boldsymbol{B}_{a} \right\| \sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{a})} \Delta^{*} + 0.557 \boldsymbol{\xi}_{a} \ell_{a} \bar{\theta}_{a1} \sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{a})}}{K_{2} \ell_{a} \bar{\theta}_{a1} \sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{a})}} \end{aligned}$$
(33)

65

由式(33)可知,闭环系统中的所有误差信号都 是最终一致有界的。这意味着所提出的控制目标 均能实现,且辅助控制项的导数  $\dot{\tau}'_a$  是有界的,因此 存在正常数  $\bar{\tau}_a$ ,使得  $|\dot{\tau}'_a| < \bar{\tau}_a$  在  $t \in [0,\infty]$  上成 立。此外,通过式(15)可知, $e^a_{\text{En}}(t^a_n) = 0$ 且有  $\lim_{t \to t_{n+1}} |e^a_{\text{En}}(t)| = (m_{a1} |\tau_a(t)| + m_{a2})$ ,因此,执行间 隔 { $t^a_{n+1} - t^a_n$ }可以满足 { $t^a_{n+1} - t^a_n$ } ≥  $t^* \triangleq$ ( $m_{a1} |\tau_a(t)| + m_{a2})/\bar{\tau}_a$ ,有效避免了芝诺现象。定 理 1 的证明至此完成。

注 4:所设计的目标环绕控制器的参数调整经 验如下。

1)对于目标位置估计子系统,由式(33)可以看出,估计误差  $\|\tilde{p}\|$ 的边界由目标速度  $\|\tilde{p}_{T}\|$ 的上界决定,  $\|\tilde{p}_{T}\|$  越小,估计越准确。

2)对于 ESO 子系统,  $\|E_{a1}\|$ 受扰动边界  $\Delta^*$  的 影响,结合式(33),可以看出更大的  $\Delta^*$  将带来更大 的 $\|E_{a1}\|$ , 此外,使用更大的带宽可以获得更精确的 干扰观测结果。

3)对于姿态子系统的参数调整,可使用控制增益 $k_{\theta}$ , $k_{\omega}$ 和 $\Delta^*$ 控制  $\|E_2\|$ 的边界。同样,较大的 $\Delta^*$  会使姿态跟踪性能变差。而较大的控制增益 $k_{\theta}$ , $k_{\omega}$  会使  $\|E_2\|$ 的边界缩小。需要注意的是,如果选择过 大的 $k_{\theta}$ , $k_{\omega}$ ,将会产生明显的瞬态波动,因此,应适 当选取控制增益 $k_{\theta}$ 和 $k_{\omega}$ 。

4) 对于轨迹子系统,  $\|E_3\|$ 中的上界受增益和 的影响。式(33) 的上限受增益  $k_p$ ,  $k_v$ 和 $\Delta^*$ 的影 响。同样,较小的 $\Delta^*$ 或较大的 $k_p$ ,  $k_v$ 会导致  $\|E_3\|$ 的上界变小。但是,对于控制增益而言,如果 增益  $k_p$ ,  $k_v$ 和过大,则控制信号不可避免地会出现 抖振,从而降低控制性能。因此,  $k_p$ ,  $k_v$ 的选择应适 当折中。

#### 3 仿真实验

#### 3.1 案例 1:验证未知静止目标环绕

为了验证圆形轨迹导引下的无人机事件触发 抗扰环绕控制方法的有效性。本节进行了大量仿 真,控制器参数选取如表 1 所示。四旋翼无人机的 物理参数选取借鉴了文献[34],包含 m = 2 kg,g =9.8 m/s<sup>2</sup>,  $l = 0.4 \text{ m}, c = 0.05, J = [0.16, 0.16, 0.32]^{T}(\text{kg/m}^{2})$ 。为了有效地验证闭环系统的鲁棒 性,选择将外部环境干扰设置为  $d = [1.25(\sin(t) + \sin(0.5t)), 1.25(\cos(0.5t) - \cos(0.8t)), \sin(t) \cdot$  sin(0.5t)]<sup>T</sup>,  $\Pi_{\omega} = diag\{0.012, 0.012, 0.012\}(Nm/s^2)$ 。 所有提到的控制算法都是基于 MATLAB/ SIMU-LINK 软件操作的,采样周期为 1 ms。

表 1 控制器参数 Tab. 1 Parameters of the presented controller

模块	参数值
目标位置 估计器	$k_{\text{est}} = 5$
ESO	$\boldsymbol{\varepsilon}_{\varphi} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\theta} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\psi} = 25$
圆形轨迹	$k_{\rm p} = 2.2, k_{\rm v} = 4, k_{\Theta} = 5, k_{\omega} = 10, \alpha = -1.5,$
导引下的	$\rho_{\rm d} = 1.5, \xi_{\varphi} = \xi_{\theta} = \xi_{\psi} = 2000,$
目标环绕	$\overline{m}_{\varphi} = \overline{m}_{\theta} = \overline{m}_{\psi} = 100, m_{\varphi 1} = 0.2, m_{\theta 1} = 0.2,$
控制器	$m_{\psi 1} = 0.2, m_{\varphi 2} = 0.05, m_{\theta 2} = 0.05, m_{\psi 2} = 0.1$

首先,针对静止目标,选取目标的初始位置为 (2,3,0)m。四旋翼无人机的初始位置设为(0,0,7) m,预期的飞行高度为 $z_d = 10$  m。 需要注意的是, 由于缺乏有效的通信链路,四旋翼无人机无法直接 获得目标位置。未知静态目标环绕的仿真结果如 图 4~图 10 所示。由图 4 可知,四旋翼飞行器可以 在不确定性动态影响下快速收敛到以目标为中心 的圆上,并以预先设定的半径环绕目标。从图 5 可 知,实际相对距离  $\rho$  可以在 30 s 内快速达到期望值  $\rho_{d} = 1.5 \text{ m}$ ,飞行高度误差  $e_{p,z}$  也在 5 s 内稳定在零 点附近。其中,相对距离偏差控制在 0.05 m 以内, 飞行高度误差小于 0.005 m。从图 7 和图 8 可知, 目标位置估计器和 ESO 对于集总干扰和目标位置 的精确估计,保证了任务执行过程中的高精度绕 飞。此外,图8~图10还绘制了姿态跟踪、控制输 入以及相邻采样间隔的响应曲线,表明控制输入在 采用基于事件触发的非周期采样的条件下,四旋翼 无人机的姿态跟踪性能并没有明显的减弱,能够有 效降低采样频率,减轻计算负担。结合图 10 可以看





Fig. 4 Circumnavigation result for a stationary target



图 5  $\rho$  和  $e_{p,z}$  响应

Fig. 5 Responses of  $\rho$  and  $e_{p,z}$ 



图 6 目标位置估计

Fig. 6 Target position estimation



图 7 ESO 估计的未知扰动

Fig. 7 Unknown disturbances estimated by ESO





出,任意的内部执行间隔 {*t*<sup>*a*</sup><sub>*n*+1</sub> - *t*<sup>*a*</sup><sub>*n*</sub>} 不小于最小采 样周期 0.001 s,避免了芝诺现象。

为了详细描述所采用的目标环绕控制器的性能,表2计算了 $e_{\rho}$ , $e_{p,z}$ ,  $\|\tilde{p}_{T}\|$ 和 $\tilde{\Delta}_{\varphi}$ 的标准偏差。通过表2中标准偏差值可以直观地看出,针对地面静止目标,所采用的目标环绕控制器能够实现高精度的目标环绕。为进一步说明相对阈值事件触发策略对控制性能和采样负担的改善能力,表3列出了时间触发与事件触发的性能对比结果。从表3可以发现,所采用的事件触发机制可以在维持与时间触发相近环绕控制精度的情况下,将控制输入的触发次数降低至时间触发的1/100,这一结果进一步表明了,通过设计合适的触发条件,所采用的事件触发机制能够在较好地兼顾系统的环绕性能的情况下降低控制信号的采样频率。

表 2 目标环绕控制器的跟踪指标

Tab. 2 Tracking indices for proposed target circumnavigation controller

指标	值
e,的标准差	0.004
e <sub>p,z</sub> 的标准差	6.5×10 <sup>-4</sup>
$\ \tilde{p}_{T}\ $ 的标准差	0.012
$\widetilde{\Delta}_{\varphi}$ 的标准差	0.048

#### 表 3 时间触发与事件触发机制性能对比

 
 Tab. 3
 Performance comparison between time-triggered and event-triggered mechanisms

量化指标		时间触发	事件触发
采样次数	$ au_{arphi}$	100 000	572
	$ au_{ heta}$	100 000	763
控制精度	e p	0.003	0.004

#### 3.2 案例 2:验证未知运动目标环绕

为了证明目标环绕控制器对移动目标的有效 性,将移动目标轨迹设置为

$$\begin{cases} p_{tx} = 0.2 * t + 2\\ p_{ty} = \sin(0.1 * t) + 3 \end{cases}$$
(34)

由图 11 可以看出,所设计的目标环绕控制器能 驱动四旋翼快速收敛至目标圆,并以预设半径环绕 地面移动目标。由图 12 和图 13 并结合表 4 可以看 出,相较于静止目标,移动目标环绕的相对距离控 制精度和位置估计精度均下降,与定理 1 的结论相 符,即  $e_o$ 和 $\|\tilde{p}_{\intercal}\|$ 极限界限与目标速度的上界有关, 且目标移动速度越大,控制性能和估计性能。通过 图 14 和图 15 可以看出,即便是针对移动目标环绕情 形,所设计的事件触发策略仍可保证:任意的内部执 行间隔  $\{t_{n+1}^a - t_n^a\}$ 不小于最小采样周期 0.001 s,有 效避免了芝诺现象。







图 11 移动目标环绕示意

Fig. 11 Circumnavigation outcome for a moving target







#### 图 13 移动目标的位置估计







图 15 控制输入的相邻采样间隔



衣  口か外统定向命的或际伯协	表 4	目标环绕控制器的跟踪指标
-----------------	-----	--------------

Tab. 4 Tracking indices for proposed target

circumnavigation controller

指标	值
e,的标准偏差	0.087
e <sub>p,z</sub> 的标准偏差	6. $4 \times 10^{-4}$
<b>∥ p</b> <sub>T</sub> ∥ 的标准偏差	0.043

## 3.3 案例 3:与 LVFG<sup>[17]</sup> 的比较研究

为了将所提的方向向量场和现有的 LVFG 进行比较,引入如下的 LVFG 公式

$$\begin{bmatrix} r_{ux}^{d} \\ r_{vy}^{d} \end{bmatrix} = -\frac{k_{L}}{\rho} \begin{bmatrix} x_{r} \cdot \frac{\rho^{2} - \rho_{d}^{2}}{\rho^{2} + \rho_{d}^{2}} + y_{r} \cdot \frac{2\rho\rho_{d}}{\rho^{2} + \rho_{d}^{2}} \\ y_{r} \cdot \frac{\rho^{2} - \rho_{d}^{2}}{\rho^{2} + \rho_{d}^{2}} + x_{r} \cdot \frac{2\rho\rho_{d}}{\rho^{2} + \rho_{d}^{2}} \end{bmatrix}$$
(35)

其中,  $r_{ux}^{d}$  和  $r_{vy}^{d}$  分别对应四旋翼与目标之间的相对 速度指令。 $k_{L} \in \mathbf{R}$ ,选为 12.5,  $x_{r} = p_{x} - p_{tx}$  和  $y_{r} = p_{y} = p_{ty}$  分别为实际的相对速度。因此,基于 LVFG, 四旋翼的水平速度指令  $v_{H}(t)$  可以再设 计为

$$\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{H}}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_{wx}^{\mathrm{d}} \\ \boldsymbol{r}_{vy}^{\mathrm{d}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}}_{tx} \\ \dot{\boldsymbol{p}}_{ty} \end{bmatrix}$$
(36)

值得强调的是,由于 LVFG 的构造需依赖于目标的位置和速度信息,而所设计的控制器仅使用了 视线方位信息。因此,为确保对比的公平性,两种 方案均使用了实际的目标位置信息。图 16 为 LVFG 对目标的环绕结果,显然,LVFG 能够顺利 引导四旋翼到达预设的圆形轨迹并环绕目标。结 合图 17 和表 5 可知,与 LVFG 相比,方向向量场能 够在维持几乎相同计算负担和能量消耗的前提下 确保更优的控制性能和更快的收敛速度。其中,收 敛时间:表示相对距离第一次进入闭集合[1.4,







图 17 方向向量场与 LVFG 的性能比较 Fig. 17 Performance comparison of directional vector field and LVFG

1. 6]的时刻;计算复杂度:表示方向向量场的运行时 间与总仿真时间之比;能量消耗:为所有控制输入绝 对值的积分之和,即 $\int |u_{\rm F}(t)| dt + \int |\tau_{\varphi}(t)| dt +$ 

 $\int |z_{\theta}(t)| dt + \int |\tau_{\psi}(t)| dt.$ 

表 5 方向矢量场与 LVFG 的对比结果 Tab. 5 Quantitative comparison of directional

vector field and LVFG

指标	方向向量场	LVFG
e <sub>ρ</sub> 的标准差	0.018	0.046
收敛时间	0.995	1.847
计算复杂度	0.13%	0.14%
能量消耗	2 347	2 336

## 4 结论

本文探讨了在未知目标位置和速度的情况下, 基于视线方位角的四旋翼无人机的未知目标环绕 控制问题。利用视线方位角信息,建立目标位置估 计器实时估计目标位置,保证了在满足持续激励条 件下的误差收敛性。然后,通过引入方向向量场, 推导目标环绕制导律,能够保证四旋翼无人机按预 期半径围绕目标进行环绕跟踪。为了增强鲁棒性, 在姿态回路中构造了 ESO,从而可以在线估计未知 的时变扰动。此外,建立了基于事件触发的目标环 绕控制律,在保证控制精度的情况下减轻传输载荷 压力。最后,通过严格的理论分析表明,整个系统 仍然是 ISS 的。

未来,将追求驱动多架四旋翼沿着任意轨道运行,同时结合强化学习设置下,设计无需精确建模 知识的环绕控制器,是提高四旋翼机自主性和智能 性的重要方向。

#### 参考文献

[1] 戴邵武,赵超轮,赵国荣,等.集群空间控制框架下

的四旋翼编队飞行研究[J]. 导航定位与授时, 2021, 8(1): 125-132.

DAI Shaowu, ZHAO Chaolun, ZHAO Guorong, et al. Research on four-rotor formation flight under cluster space control[J]. Navigation Positioning and Timing, 2021, 8(1): 125-132(in Chinese).

[2] 戴邵武,李松林,邢志川,等.基于 MEMS 传感器
 的四旋翼组合测姿研究[J].导航定位与授时,2017,4(3):27-31.

DAI Shaowu, LI Songlin, XING Zhichuan, et al. Research on four-rotor combination attitude measurement based on MEMS sensor[J]. Navigation Positioning and Timing, 2017, 4(3): 27-31(in Chinese).

[3] 陈运剑,刘畅,马武举,等.基于非线性制导的四旋 翼轨迹跟踪控制[J].计算机测量与控制,2020,28 (11):101-105.

> CHEN Yunjian, LIU Chang, MA Wuju, et al. Trajectory tracking control of quadrotor based on nonlinear guidance[J]. Computer Measurement and Control, 2020, 28 (11): 101-105(in Chinese).

[4] 刘晨阳,吴大伟,郭一泽,等.不确定强耦合下四旋
 翼姿态鲁棒自适应控制[J].航空学报,2023,44
 (S1):150-159.

LIU Chenyang, WU Dawei, GUO Yize, et al. Robust adaptive four-rotor attitude control with uncertain strong coupling[J]. Acta Aeronautica Sinica, 2023, 44(S1): 150-159(in Chinese).

[5] 赵永生,曹健,范云生,等.基于干扰观测器的四旋 翼轨迹跟踪控制[J].控制工程,2021,28(4):628-637.

> ZHAO Yongsheng, CAO Jian, FAN Yunsheng, et al. Quadrotor trajectory tracking control based on interference observer[J]. Control Engineering, 2019, 28(4): 628-637(in Chinese).

 [6] 甄红涛,齐晓慧,夏明旗,等.四旋翼无人机鲁棒自适应姿态控制[J].控制工程,2013,20(5): 915-919.

> ZHEN Hongtao, QI Xiaohui, XIA Mingqi, et al. Robust adaptive attitude control of four-rotor UAV [J]. Control Engineering, 2013, 20(5): 915-919(in Chinese).

 [7] 修杨,邓宏彬,危怡然,等.基于参数估计的四旋翼
 无人机自适应鲁棒路径跟随控制器[J].兵工学报, 2022,43(8):1926-1938.

> XIU Yang, DENG Hongbin, WEI Yiran, et al. Adaptive robust path following controller for four-rotor UAV based on parameter estimation[J]. Acta Oramentologica Sinica, 2022, 43(8): 1926-1938(in Chi

nese).

- [8] MENDOZA-SOTO L J, CORONA-SÁNCHEZ J J, CORTÉS R H. Quadcopter path following control. A maneuvering approach[J]. Journal of Intelligent &. Robotic Systems, 2019, 93(1-2): 73-84.
- [9] DEGHAT M, SHAMES I, ANDERSON B D O, et al. Localization and circumnavigation of a slowly moving target using bearing measurements[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(8): 2182-2188.
- [10] WEI X, YAO P, XIE Z X. Comprehensive optimization of energy storage and standoff tracking for solarpowered UAV[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14 (4): 5133-5143.
- [11] WU J F, WANG H L, ZHANG M H, et al. Cooperative dynamic fuzzy perimeter surveillance: modeling and fluid-based framework [J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(4): 5210-5220.
- [12] MATVEEV A S, SEMAKOVA A A, SAVKIN A V. Range-only based circumnavigation of a group of moving targets by a non-holonomic mobile robot[J]. Automatica, 2016, 65: 76-89.
- [13] MATVEEV A S, SEMAKOVA A A. Range-only based three-dimensional circumnavigation of multiple moving targets by a nonholonomic mobile robot[J].
  IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63 (7): 2032-2045.
- [14] MA L, HOVAKIMYAN N. Cyclic pursuit with visionassisted estimation[C]// Proceedings of American Control Conference. Baltimore: IEEE, 2010: 5532-5537.
- [15] MA L L, HOVAKIMYAN N. Vision-based cyclic pursuit for cooperative target tracking[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2013, 36(2): 617-622.
- [16] LAWRENCE D A. Lyapunov vector fields for UAV flock coordination [C]// Proceedings of 2nd AIAA "Unmanned Unlimited" Systems, Technologies, and Operations. San Diego: AIAA, 2003: 1-8.
- [17] SHIN D, SONG Y, OH J. Nonlinear disturbance observer-based standoff target tracking for small fixedwing UAVs[J]. International Journal of Aeronautical and Space Science, 2020, 22(1): 108-119.
- [18] CHEN H D, CHANG K C, AGATE C S. UAV path planning with tangent-plus-Lyapunov vector field guidance and obstacle avoidance[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 840-856.
- [19] POTHEN A A, RATNOO A. Curvature-constrained Lyapunov vector field for standoff target tracking[J].

Journal of Guidance Control and Dynamics, 2017, 40 (10): 1-11.

- [20] JIANG Y, PENG Z H, WANG D, et al. Line-ofsight target enclosing of an underactuated autonomous surface vehicle with experiment results [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(2): 832-841.
- [21] PENG Z H, JIANG Y, WANG J. Event-triggered dynamic surface control of an underactuated autonomous surface vehicle for target enclosing[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(4): 3402-3412.
- [22] DOU L Y, SONG C, WANG X F, et al. Target localization and enclosing control for networked mobile agents with bearing measurements [J]. Automatica, 2020, 118: 109022.
- [23] QI G Q, LI Y Y, SHENG A D. Virtual intersecting location based UAV circumnavigation and bearingsonly target-tracking techniques[J]. Information Sciences, 2019, 505: 571-585.
- [24] CHUN S H, TIAN Y P. Multi-targets localization and elliptical circumnavigation by multi-agents using bearing-only measurements in two-dimensional space
   [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(8): 3250-3268.
- [25] 周涛,陈菲.四旋翼飞行器速度自抗扰控制[J].电 光与控制,2022,29(2):87-92.
  ZHOU Tao, CHEN Fei. Velocity active disturbance rejection control of quadrotor vehicle[J]. Electrooptics and Control, 2022, 29(2):87-92(in Chinese).
- [26] 韦为,吴艳,李芳,等.基于改进自抗扰的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J].电工电能新技术,2023,42
   (5):1-13.
   WEI Wei, WU Yan, LI Fang, et al. Trajectory tracking

control of four-rotor UAV based on improved active disturbance rejection[J]. New Technology of Electroengineering and Electric Energy, 2023, 42(5): 1-13(in Chinese).

[27] 熊志豪,邓涛,郑宇惟,等.基于状态观测器的四旋 翼无人机轨迹跟踪控制[J].电光与控制,2022,29 (6):50-56.

XIONG Zhihao, DENG Tao, ZHENG Yuwei, et al. Trajectory tracking control of four-rotor UAV based on state observer[J]. Electronics Optics and Control, 2022, 29(6): 50-56(in Chinese).

[28] 孟庆霄, 邵星灵, 杨卫.基于扩张状态观测器的四旋 翼无人机姿态受限控制[J].飞行力学, 2019, 37 (6): 34-39. MENG Qingxiao, SHAO Xingling, YANG Wei. Attitude limited control of four-rotor UAV based on extended state observer[J]. Flight Mechanics, 2019, 37 (6): 34-39(in Chinese).

- [29] 赵菁祥,唐斌.无人机紧密编队的自抗扰滑模控制器设计[J].控制工程,2019,26(8):1572-1577.
  ZHAO Jingxiang, TANG Bin. Design of auto-disturbance rejection sliding mode controller for UAV in close formation[J]. Control Engineering, 2019,26 (8):1572-1577(in Chinese).
- [30] YANG H J, CHENG L, XIA Y Q, et al. Active disturbance rejection attitude control for a dual closed-loop quadrotor under gust wind [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 26(4): 1400-1405.
- [31] 邵星灵,刘俊,李东光.基于轨迹线性化的高超声速 飞行器非线性姿态控制[J].无人系统技术,2020,3 (3):56-66.

SHAO Xingling, LIU Jun, LI Dongguang. Nonlinear attitude control of hypersonic vehicle based on trajectory linearization[J]. Unmanned Systems Technology, 2020, 3(3): 56-66(in Chinese).

[32] SHAO X L, WANG L W, LI J, et al. High-order ESO based output feedback dynamic surface control for quadrotors under position constraints and uncertainties[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 89: 288-298.

- [33] STEFAN S, TOBIAS N, JAVIER M A, et al. Sample efficient learning of path following and obstacle avoidance behavior for quadrotors[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3(4):3852-3859.
- [34] YUE X H, SHAO X L, LI J. Prescribed chattering reduction control for quadrotors using aperiodic signal updating[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 405: 126264.
- [35] WU Q, YU L, WANG Y W. LESO-based position synchronization control for networked multi-axis servo systems with time-varying delay[J]. IEEE-CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 7(4): 1116-1123.
- [36] GUO B Z, WU Z H, ZHOU H C. Active disturbance rejection control approach to output-feedback stabilization of a class of uncertain nonlinear systems subject to stochastic disturbance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(6): 1613-1618.
- [37] RIOS H, FALCON R, GONZALEZ O A, et al. Continuous sliding-modes control strategies for quadrotor robust tracking: real-time application[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66 (2): 1264-1272.

(编辑:孟彬)