

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2024.02.007

基于 Starlink 机会信号/INS 的组合导航方法

沈利荣¹, 李守兵¹, 孙海峰¹, 郜义蒙², 赵鹏雷², 刘智惟³, 毛嘉¹

(1. 西安电子科技大学空间科学与技术学院, 西安 710126;

2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076;

3. 中国航天科技创新研究院, 北京 100176)

摘要:针对全球卫星导航系统(GNSS)因频点单一、落地功率低、易受电磁干扰以及存在覆盖较差区域等潜在的被拒止或被干扰导致的导航系统性能降低甚至失效的问题,提出了一种基于星链(Starlink)机会信号融合惯性导航系统(INS)的飞行器动态组合导航方法。首先分析了星链信号体制,建立了基于星链星座卫星下行机会信号的瞬时多普勒定位观测模型,设计了一种基于频率细分的快速最大似然多普勒频率估计方法,然后建立了基于扩展卡尔曼滤波(EKF)的 Starlink 机会信号/INS 的组合导航模型,并对该导航方法进行了实验及分析。结果表明,该方法可为飞行器提供长航时、连续、高精度的导航。动态飞行情况下,该方法可实现平均优于 25 m 的三维定位精度和平均优于 0.1 m/s 的速度估计精度,比相同观测时间下的惯导精度提高了 1~2 个数量级,显著提高了飞行器的导航精度,可为战略导航提供方法和技术支撑。

关键词:星链机会信号;惯性导航;组合导航;快速最大似然;扩展卡尔曼滤波

中图分类号:TN961

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2024)02-0072-11

Integrated navigation method based on Starlink opportunity signal/INS

SHEN Lirong¹, LI Shoubing¹, SUN Haifeng¹, GAO Yimeng², ZHAO Penglei², LIU Zhiwei³, MAO Jia¹

(1. School of Aerospace Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710126, China;

2. Beijing Institute of Astronautical System Engineering, Beijing 100076, China;

3. China Academy of Aerospace Science and Innovation, Beijing 100176, China)

Abstract: To address the potential issues of global navigation satellite systems (GNSS), such as singleness of frequency, low landing power, susceptibility to electromagnetic interference, and limited coverage in some areas, leading to navigation system performance degradation or failure, an aircraft dynamic integrated navigation method is proposed based on Starlink opportunity signals and inertial navigation systems (INS). Firstly, the Starlink signal structure is analyzed and an observation model for instantaneous Doppler positioning of downlink opportunity signals from Starlink satellite constellations is established. Then, a fast maximum likelihood Doppler frequency estimation method based on frequency subdivision is designed. Subsequently, a combined navigation model for Starlink opportunity signals/INS based on the extended Kalman filter (EKF) is established and experiments and analyses of the navigation method are conducted. The results indicate that the proposed method can provide high precision

收稿日期:2023-11-02;修订日期:2023-12-30

基金项目:国家自然科学基金(62103313);陕西省创新能力支撑计划(S2022-ZC-TD-0060)

作者简介:沈利荣(1987—),女,博士,副教授,主要从事自主导航、融合定位等方面的研究。

通信作者:孙海峰(1986—),男,博士,副教授,主要从事微弱信号检测与处理、自主导航等方面的研究。

navigation for extended and continuous periods of flight. In dynamic flight scenarios, this method achieves an average three-dimensional navigation positioning accuracy of better than 25 meters and an average velocity estimation accuracy of better than 0.1 meters per second. This accuracy improvement is 1 to 2 orders of magnitude better than the inertial navigation under the same observation time, significantly enhancing navigation accuracy for aircraft. Thus, the proposed method can offer a methodological and technical support for strategic navigation.

Key words: Starlink opportunity signals; Inertial navigation; Integrated navigation; Fast maximum likelihood estimation; Extended Kalman filter

0 引言

随着位置服务需求的日益增长,全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)得到了快速发展,其能在地球表面或近地空间为用户提供全天候的三维位置、速度及时间信息。GNSS 一般包括一个或多个卫星星座及其支持特定工作所需的增强系统,是目前目标定位的主要手段之一^[1]。近年来,GNSS 定位技术因具有全天候、高精度、覆盖全球、自动化程度高以及实时服务能力强等优点,已广泛应用于交通、军事和农业等领域,如车辆自主导航、自然灾害监测、紧急事故安全救援、精确制导武器、精准农业及建筑物结构安全监测等。

然而,GNSS 中参与定位的卫星数量及导航信号优劣直接影响着定位效果,尤其是 GNSS 卫星信号覆盖较差区域,会存在部分或全部卫星被遮挡导致定位结果不准确的问题。此外,由于 GNSS 卫星信号发射功率较小,信号经过长距离的传播,接收机接收到的信号强度更小^[2],很容易受外界非故意和故意的电磁信号干扰,使导航系统性能降低甚至失效^[3]。

利用环境中潜在的无线电机信号(signal of opportunity, SOP)进行目标位置、速度及时间等信息的估计是一种解决 GNSS 性能降低甚至失效的潜在可行方法^[4]。常见的机会信号包括广播、蓝牙及 WiFi 信号等,其并不是专为导航而发射的信号,适用范围较小,且频段复杂难以统一,利用这些信号为飞行器等高速目标导航存在很大挑战。而低轨(low Earth orbit, LEO)卫星机会信号覆盖范围广、频带范围宽、可多渠道获取且信号来源充足,其轨道约为常规全球卫星定位系统卫星轨道的 1/20^[5]。地面或低轨飞行器接收到的低轨卫星机会信号功率更高、穿透性更好、几何分布更优,有助于实现高精度的目标定位^[6-8]。目前,低轨卫星组网众多,诸如国外的星链、全球星、铱星及轨道通信卫

星,国内的虹云工程、鸿雁、天启以及银河航天等。各个星座发射情况和采用信号波段均不相同。本文综合考虑低轨星座的发射现状、信号体制等^[9-11],选用目前发射数量最多、可用星最多的星链星座为导航信号源开展导航研究^[12-15]。

此外,惯性导航系统(inertial navigation system, INS)是一种全自主导航系统,可自主地为载体提供位置、速度及姿态等高精度导航信息^[16]。但是,INS 的导航误差会随时间累积,长时间下导航结果会逐渐发散而严重影响导航精度^[17]。因此,为实现飞行器长航时、高精度导航,需要发展新的融合式导航技术。

本文以星链卫星为信号源,将 INS 与低轨卫星机会信号导航相融合,综合 INS 的连续性及低轨卫星机会信号导航的瞬时高精度,提出了一种基于低轨星座卫星机会信号瞬时多普勒定位联合惯导的融合式导航方法。首先分析了星链信号体制,建立了基于星链星座卫星下行机会信号的瞬时多普勒定位观测模型,设计了一种基于频率细分的快速最大似然(fast maximum likelihood estimation based on frequency subdivision, FMLEF)多普勒频率估计方法,然后建立了基于扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)的 Starlink 机会信号/INS 的组合导航模型,并进行了有效性和可行性实验验证。该方法弥补了惯性导航长航时发散和低轨卫星机会信号导航在部分时间观测信息源不足的问题,可为长时间、连续且高精度的飞行器导航提供方法和技术支撑。

1 星链信号体制

2015 年,美国太空探索技术公司(SpaceX)提出“星链计划”,预计在地球近地轨道发射约 4.2 万颗低轨卫星及极低轨卫星,其中,4 409 颗低轨卫星轨道高度约为 550~1 325 km,工作频段为 Ku(10.7~12.7 GHz)、

Ka(26.5~40 GHz)和 V(37.5~42.5 GHz)波段;7 518 颗极低轨道卫星轨道高度约为 335~346 km,工作频段为 V 波段。截至 2023 年 10 月 30 日,在轨正常运行的星链卫星约有 4 966 颗。

目前,常使用 Ku 波段下行信号的导频信号进行多普勒频率提取和导航解算。图 1 为利用 Space Trace 官网公布的星链卫星两行轨道根数(two line elements, TLE)建模产生的星链星座模型^[18-20]。

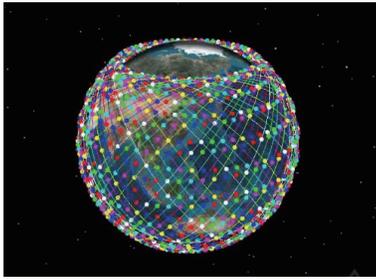


图 1 星链卫星星座模型

Fig. 1 Starlink satellite constellation model

SpaceX 官网公布了星链卫星的载波频率与带宽,并未公布更详细的下行信号规格,文献[6]在载频 11.325 GHz,带宽 2.5 MHz 处检测到星链导频信号的存在,并在中心频点外检测到了另外 8 个峰值,且峰值在时频图中随着多普勒频率的变化而变化,相隔约 44 kHz;文献[7]在载频 11.575 GHz 处同样发现导频信号。图 2 为 Ku 波段下行信号的导频信号示意图,其中标红处为检测到导频信号存在的中频。

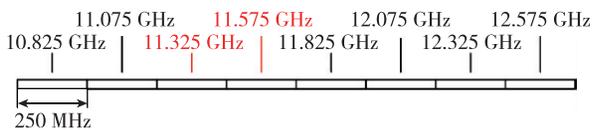


图 2 星链卫星导频信号示意图

Fig. 2 Starlink satellite pilot signal diagram

星链卫星下行信号为正交频分多址(orthogonal frequency division multiple access, OFDMA)模型,是以正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术为基础的多址方式,它将信道分成若干正交子信道,将高速数据信号转换成并行的低速子数据流,调制到每个子信道上进行传输^[21]。OFDMA 是 OFDM 技术的演进,在利用 OFDM 对信道进行子载波化后,在部分子载波上加载传输数据的传输技术。OFDMA 多址接入系统

将传输带宽划分成正交的互不重叠的一系列子载波集,将不同的子载波集分配给不同的用户实现多址。OFDMA 系统可动态地把可用带宽资源分配给需要的用户,很容易实现系统资源的优化利用。

2 基于 Starlink 机会信号的导航方法

2.1 基于频率细分的快速最大似然的 Starlink 机会信号多普勒频率估计

根据星链下行信号体制,可将不调制信息流的单载波导频信号的 OFDM 信号建模为^[4]

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N_c-1} A_i \cdot \cos[2\pi(f_i + f_c) \cdot t + \phi_i] + y(t) \quad (1)$$

式中, f_c 为导频信号载波频率; N_c 为导频信号子载波数目; A_i 、 f_i 、 ϕ_i 分别为第 i 个导频子载波的幅度、频率及相位;根据文献[6]所述导频信号子载波数目为 9,频率间隔约为 44 kHz; t 为信号持续时间; $y(t)$ 为零均值、独立且同分布的测量噪声。

由于导频子载波在频域上为单载波形式,此外,接收端接收到的导频信号的多普勒频率随时间呈动态变化特点,因此采用短时傅里叶变换(short time Fourier transform, STFT)对短时平稳的低轨星座机会信号进行多普勒频率分析,既能反映该低轨星座机会信号的频率信息,也能反映频率随时间变化的规律。本文使用 STFT 对星链下行信号导频部分进行多普勒频率粗估计。

在此基础上,考虑传统最大似然估计在多普勒频率估计^[22-23]时需对一定范围内所有待分析频率值进行统计分析,精度高但耗时特别长,难以满足实时导航需求,也难以兼顾高精度和低运算复杂度。针对该问题,本文以降低运算复杂度且兼顾多普勒频率估计的高精度为目标,提出了基于频率细分的快速最大似然估计方法,进行 Starlink 机会信号多普勒频率的精确估计。

该方法基于 STFT 确定出的多普勒频率粗估计值,逐级确定最大似然多普勒频率估计的最优区间,每级的多普勒频率估计最优区间将在上一次估计最优值基础上确定,比上一级最优区间缩小 1 个数量级。在该区间内,取上一级多普勒估计最优值左右各等分辨率的 10 个频率值进行高精度的多普勒频率估计。因此,每增加一级多普勒频率估计,精度将提高 1 个数量级。所以,该方法与传统最大似然多普勒频率估计方法相比,可保证在相同估计

精度下的运算量和运算耗时显著降低。

实际运算中,该方法将每级最优区间中待分析的各个多普勒频率值代入最优估计函数,求解最优估计函数在不同待分析多普勒频率下的代价函数值,并取代价函数最大值对应频率及其左、右两组频率值做曲线拟合,重新确定最大代价函数值及其对应的频率,即为所求高精度的多普勒频率估计值。通过此原理逐级确定最优区间和最优区间对应的代价函数最大的多普勒频率值,即可进行高精度的多普勒频率精估计,其中多普勒频率最优估计代价函数为

$$I(f) = \frac{1}{N_{\text{DATA}}} \left| \sum_{n=0}^{N_{\text{DATA}}-1} x[n] \cdot \exp(-j \times 2\pi \times f \cdot n) \right|^2 \quad (2)$$

$$f_{\text{opt}_i} = \underset{f \in (f_{i\text{start}}, f_{i\text{end}})}{\text{argmax}} I(f), i = 1, 2, \dots \quad (3)$$

式中, N_{DATA} 为处理信号点数; f 为多普勒频率估计值; $x[n]$ 为接收机接收信号; n 为离散采样点(时间); f_{opt_i} 为每一级的最优多普勒频率估计值; $(f_{i\text{start}}, f_{i\text{end}})$ 为每一级的多普勒频率估计区间。该方法相较于传统的最大似然算法,具有运算效率高、运算量少、耗时短等优势,有助于基于 LEO 星座机会信号的飞行器快速定位定速。

通过实际星链卫星的 TLE 数据可建立动态的星链星座模型,进一步建立目标飞行器运动模型,可实时分析目标飞行器对星链卫星的可见性,并模拟目标飞行器接收的 Starlink 机会信号,如图 3 所示。

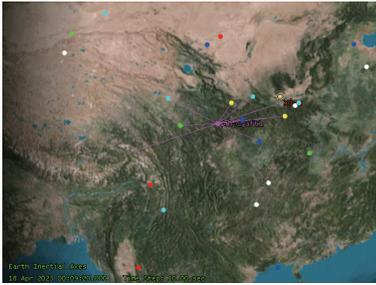


图 3 飞行器实时可见星链星座卫星示意图

Fig. 3 Aircraft real-time visible Starlink satellite constellation diagram

2.2 基于 Starlink 机会信号的导航方法

设所需估计的飞行器状态量为, $\bar{\mathbf{X}} = [\bar{x}_r, \bar{y}_r, \bar{z}_r, \bar{v}_{rx}, \bar{v}_{ry}, \bar{v}_{rz}, \bar{T}_u]^T$, 其中 $[\bar{x}_r, \bar{y}_r, \bar{z}_r]$ 为飞行器在当前时刻下的位置估计值; $[\bar{v}_{rx}, \bar{v}_{ry}, \bar{v}_{rz}]$ 为飞行器在当前时刻下的速度估计值; \bar{T}_u 为飞行器接收机固

定频差估计值。

在获取低轨星链卫星机会信号多普勒频率后,若已知星链卫星位置、速度及信号发射频率,可建立飞行器接收机在不同观测时刻下接收到机会信号的载波频率模型为

$$f(x_r, y_r, z_r, v_{rx}, v_{ry}, v_{rz}, \hat{T}_u) = \left\{ 1 + \frac{\begin{bmatrix} (v_{rx} - v_{sxi})(x_r - x_{si}) + \\ (v_{ry} - v_{syi})(y_r - y_{si}) + \\ (v_{rz} - v_{szi})(z_r - z_{si}) \end{bmatrix}}{c \sqrt{(x_r - x_{si})^2 + (y_r - y_{si})^2 + (z_r - z_{si})^2}} \right\} \cdot f_0 + \hat{T}_u + \epsilon_f \quad (4)$$

式中, $[x_s, y_s, z_s]$ 为卫星当前时刻位置; $[v_{sx}, v_{sy}, v_{sz}]$ 为卫星当前时刻速度; i 代表不同的星链卫星, $i = 1, 2, \dots$; f_0 为星链卫星发射信号载波频率; c 为光速; ϵ_f 为卫星随机测量误差。

将飞行器状态估计值代入式(4),然后基于泰勒展开将载波模型线性化,并分别对位置和速度求偏导,可得

$$\begin{aligned} f(x_r, y_r, z_r, v_{rx}, v_{ry}, v_{rz}, \hat{T}_u) = & f(\bar{x}_r, \bar{y}_r, \bar{z}_r, \bar{v}_{rx}, \bar{v}_{ry}, \bar{v}_{rz}, \bar{T}_u) + \\ & \frac{\partial f}{\partial x} (x_r - \bar{x}_r) + \frac{\partial f}{\partial y} (y_r - \bar{y}_r) + \frac{\partial f}{\partial z} (z_r - \bar{z}_r) + \\ & \frac{\partial f}{\partial v_x} (v_{rx} - \bar{v}_{rx}) + \frac{\partial f}{\partial v_y} (v_{ry} - \bar{v}_{ry}) + \\ & \frac{\partial f}{\partial v_z} (v_{rz} - \bar{v}_{rz}) + \frac{\partial f}{\partial \hat{T}_u} (\hat{T}_u - \bar{T}_u) + h.o.t \quad (5) \end{aligned}$$

进一步整理式(5)可得

$$\begin{aligned} \Delta f = & \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{\bar{v}_{rx} - v_{sxi}}{r_i} - \frac{(\bar{x}_r - x_{si})(\mathbf{p} - \mathbf{X}_{si}) \mathbf{V}_i^T}{r_i^3} \right] \cdot (x_r - \bar{x}_r) + \\ & \left[\frac{\bar{v}_{ry} - v_{syi}}{r_i} - \frac{(\bar{y}_r - y_{si})(\mathbf{p} - \mathbf{X}_{si}) \mathbf{V}_i^T}{r_i^3} \right] \cdot (y_r - \bar{y}_r) + \\ & \left[\frac{\bar{v}_{rz} - v_{szi}}{r_i} - \frac{(\bar{z}_r - z_{si})(\mathbf{p} - \mathbf{X}_{si}) \mathbf{V}_i^T}{r_i^3} \right] \cdot (z_r - \bar{z}_r) \end{aligned} \right\} + \\ & \frac{f_0}{c r_i} \begin{bmatrix} (\bar{x}_r - x_{si})(v_{rx} - \bar{v}_{rx}) + \\ (\bar{y}_r - y_{si})(v_{ry} - \bar{v}_{ry}) + \\ (\bar{z}_r - z_{si})(v_{rz} - \bar{v}_{rz}) \end{bmatrix} + (\hat{T}_u - \bar{T}_u) \quad (6) \end{aligned}$$

式中, $\mathbf{V}_i = [\bar{v}_{rx} - v_{sxi}, \bar{v}_{ry} - v_{syi}, \bar{v}_{rz} - v_{szi}]$ 为飞行器相对于卫星的速度; \mathbf{p} 为每次迭代估计的飞行器位置; \mathbf{X}_{si} 为卫星的位置。

令 $\Delta \mathbf{X} = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z, \Delta \hat{T}_u]^T$ 表示当前时刻飞行器导航结果修正量,其有 7 个未

知量,因此同时观测7颗卫星的数据,建立关于式(6) Δf 的模型,可用于求解飞行器的三维位置和三维速度信息。其中 Δf 模型的矩阵形式为

$$\Delta f = \mathbf{H}\Delta\mathbf{X} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

式中,状态转移矩阵 \mathbf{H} 为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} g_{x1} & g_{y1} & g_{z1} & a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} & 1 \\ g_{x2} & g_{y2} & g_{z2} & a_{x2} & a_{y2} & a_{z2} & 1 \\ g_{x3} & g_{y3} & g_{z3} & a_{x3} & a_{y3} & a_{z3} & 1 \\ g_{x4} & g_{y4} & g_{z4} & a_{x4} & a_{y4} & a_{z4} & 1 \\ g_{x5} & g_{y5} & g_{z5} & a_{x5} & a_{y5} & a_{z5} & 1 \\ g_{x6} & g_{y6} & g_{z6} & a_{x6} & a_{y6} & a_{z6} & 1 \\ g_{x7} & g_{y7} & g_{z7} & a_{x7} & a_{y7} & a_{z7} & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{cases} g_{xi} = \left[\frac{\bar{v}_{rx} - v_{sxi}}{r_i} - \frac{(\bar{x}_r - x_{si})(\mathbf{p} - \mathbf{X}_{si})\mathbf{V}_i^T}{r_i^3} \right] \frac{f_0}{c} \\ g_{yi} = \left[\frac{\bar{v}_{ry} - v_{syi}}{r_i} - \frac{(\bar{y}_r - y_{si})(\mathbf{p} - \mathbf{X}_{si})\mathbf{V}_i^T}{r_i^3} \right] \frac{f_0}{c} \\ g_{zi} = \left[\frac{\bar{v}_{rz} - v_{szi}}{r_i} - \frac{(\bar{z}_r - z_{si})(\mathbf{p} - \mathbf{X}_{si})\mathbf{V}_i^T}{r_i^3} \right] \frac{f_0}{c} \\ a_{xi} = \frac{f_0}{cr_i} (\bar{x}_r - x_{si}) \\ a_{yi} = \frac{f_0}{cr_i} (\bar{y}_r - y_{si}) \\ a_{zi} = \frac{f_0}{cr_i} (\bar{z}_r - z_{si}) \end{cases} \quad (9)$$

基于状态转移矩阵 \mathbf{H} 可建模几何精度因子,其可反映一定时间内卫星构型的优劣等。几何精度因子越小,导航精度越高。此处,几何精度因子可建模为

$$GDOP = \sqrt{\text{trace}((\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1})} \quad (10)$$

进一步对式(7)进行最小二乘求解可得

$$\Delta\mathbf{X} = (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\Delta\mathbf{f} \quad (11)$$

因此,可获得当前时刻下飞行器的状态估计值为

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \bar{\mathbf{X}}_{k-1} + \Delta\mathbf{X} \quad (12)$$

将每次估计的 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 作为初始值,再次进行导航状态估计,直到满足导航精度或迭代次数要求为止,其中 $\|\Delta\bar{\mathbf{X}}_k - \Delta\bar{\mathbf{X}}_{k-1}\| < \boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\alpha}$ 为预设精度要求。

考虑目前星链并未做到全球覆盖,不同经纬度的可见星数不一样,不能满足长航时导航需求,且星链导航需要给出飞行器位置和速度的初值,上述两大难题制约了基于星链机会信号的导航应用。针对该问题,本文将 Starlink 机会信号导航和惯导融合,以弥补惯性导航长航时发散和低轨卫星机会

信号导航在部分时间观测信息源不足、飞行器初值难确定等问题,可为长时间、连续且高精度的导航提供方法和技术支撑。

3 Starlink 机会信号/INS 的组合导航方法

本文选择惯导系统的姿态失准角 $\boldsymbol{\phi}$ 、速度误差 $\delta\mathbf{v}^n$ 、定位误差 $\delta\mathbf{r}^n$ 、陀螺仪相关漂移 $\boldsymbol{\varepsilon}^b$ 、加速度计相关偏值 \mathbf{V}_r^b 等作为 15 维系统状态。选择惯导与星链卫星机会信号的飞行器导航位置、速度差值作为 6 维量观测量,可建立基于星链卫星机会信号与 INS 的组合导航预测模型和观测模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{W}^b \\ \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_{\text{INS}}^n - \bar{\mathbf{v}}_{\text{LEO}}^n \\ \bar{\mathbf{r}}_{\text{INS}} - \bar{\mathbf{r}}_{\text{LEO}} \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \end{cases} \quad (13)$$

式中,状态量 $\mathbf{X} = [\boldsymbol{\phi}^T \ (\delta\mathbf{v}^n)^T \ (\delta\mathbf{r}^n)^T \ (\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T$

$$\left. \begin{matrix} (\mathbf{V}^b)^T \right]^T; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{aa} & \mathbf{M}_{av} & \mathbf{M}_{ar} & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{M}_{va} & \mathbf{M}_{vv} & \mathbf{M}_{vr} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{M}_{rv} & \mathbf{M}_{rr} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ & & & \mathbf{0}_{9 \times 15} & \end{bmatrix} \text{为状态}$$

转移矩阵,具体每一项符号的说明参见文献[24];

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{9 \times 6} & \end{bmatrix} \text{为系统噪声控制矩阵; } \mathbf{W}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_g^b \\ \mathbf{w}_a^b \end{bmatrix}$$

为系统激励噪声序列, \mathbf{w}_g^b 和 \mathbf{w}_a^b 分别为陀螺仪角速度测量白噪声和加速度计比力测量白噪声; $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \end{bmatrix}$ 为量测矩阵; $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_v \\ \mathbf{V}_r \end{bmatrix}$ 为观测噪声, \mathbf{V}_v 和 \mathbf{V}_r 分别为卫星接收机速度测量白噪声和位置测量白噪声; $[\lambda, L, h]$ 为惯导在 WGS84 坐标系下的经度、纬度及高度信息。对上述组合导航系统预测模型和观测模型进行离散化,可得离散化的状态模型和观测模型为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\mathbf{X}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma}_{k,k-1}\mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$ 为 t_{k-1} 时刻到 t_k 时刻的一步转移矩阵; $\boldsymbol{\Gamma}_{k,k-1}$ 为系统噪声驱动矩阵; \mathbf{H}_k 为量测矩阵; \mathbf{V}_k 为量测噪声序列; \mathbf{W}_k 为系统激励噪声序列。其中, \mathbf{W}_k 与 \mathbf{V}_k 满足

$$\begin{cases} \mathbf{E}[\mathbf{W}_k] = \mathbf{0}, \mathbf{E}[\mathbf{W}_k\mathbf{W}_j^T] = \mathbf{Q}_k\delta_{kj} \\ \mathbf{E}[\mathbf{V}_k] = \mathbf{0}, \mathbf{E}[\mathbf{V}_k\mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k\delta_{kj} \\ \mathbf{E}[\mathbf{W}_k\mathbf{V}_j^T] = \mathbf{0} \end{cases} \quad (15)$$

式中, \mathbf{Q}_k 为系统噪声协方差; \mathbf{R}_k 为量测噪声协方差。

在上述模型建立基础上基于扩展卡尔曼滤波可实现目标飞行器状态高精度估计。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1} \end{cases} \quad (16)$$

4 实验验证

4.1 仿真参数设置

本文通过仿真实验对所提基于 Starlink 机会信号/INS 的组合导航技术进行有效性验证。在地心地固坐标系下,仿真无人机飞行过程,设置目标飞行器的飞行起点为西安(34.342,108.940),飞行终点为宝鸡(34.363,107.239),飞行器的高度为 3 km,飞行速度为 200 m/s,飞行总时长为 782 s,最小观测仰角为 40°,飞行轨迹如图 4 所示。导航过程中惯导、星链及飞行器相关参数如表 1 所示,其中,INS 采样周期为 100 Hz,星链信号采样周期为 1 Hz。

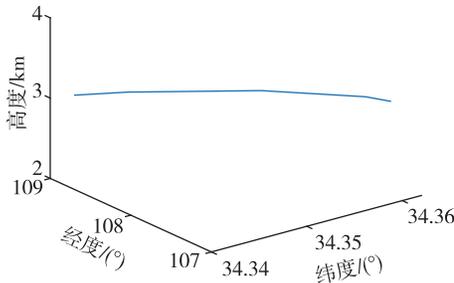


图 4 飞行器的飞行轨迹

Fig. 4 The flight trajectory of the aircraft

表 1 仿真参数设置

Tab. 1 Simulation parameter settings

误差	数值
陀螺随机常值漂移/[$^{\circ}$]/h]	0.03
陀螺随机游走/[$^{\circ}$]/h $^{1/2}$]	0.01
加速度计随机常值漂移/g	10^{-4}
加速度计随机游走/(g · Hz $^{1/2}$)	10^{-5}
星链卫星随机钟偏导致多普勒频偏/Hz	0~5
飞行器接收机时钟误差导致多普勒固定频差/Hz	5
飞行器初始位置误差/m	[100,100,100]
飞行器初始速度误差/(m/s)	[1,1,1]
LEO 低轨卫星三维定轨误差/m	[1,1,1]

4.2 仿真实验结果及分析

(1)本文所提多普勒频率精估计方法的验证及分析

多普勒频率的精确提取是基于 LEO 星座机会信号组合惯导进行飞行器导航的前提。因此,本文首先验证所提多普勒精估计算法的有效性。

根据星链下行导频信号模型,本文模拟接收到的信号,并基于所提算法进行多普勒频率的估计。图 5 为所提基于频率细分的最大似然多普勒频率估计代价函数。该代价函数最大值所对应频率即为该次多普勒估计的频率最优值。取该频率估计最优值及其左、右两组更精细的频率值继续作高精度频率估计,重新确定更高频率分辨率下的最大代价函数值及其对应的频率,即为所求高精度的多普勒频率估计值。

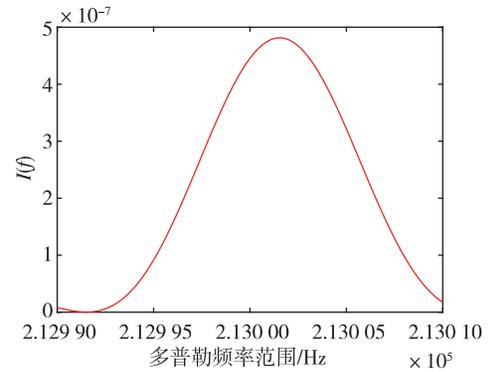


图 5 多普勒频率估计代价函数

Fig. 5 Doppler frequency estimation cost function

为了分析不同多普勒频率估计精度下本文所提算法的运算时间,分别设置多普勒频率估计精度为 1 Hz,0.1 Hz,0.01 Hz,0.001 Hz,0.000 1 Hz。然后,在相同采样点数下对比传统最大似然法与本文所提算法的运算时间,结果如图 6 及表 2 所示。

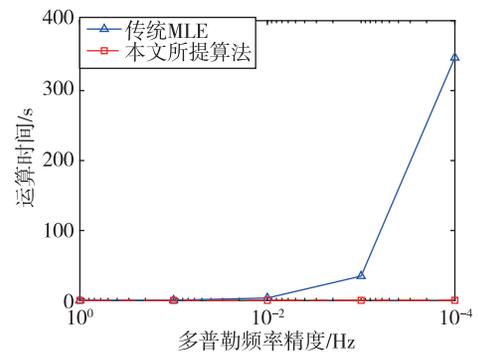


图 6 不同多普勒频率估计精度下两种算法的耗时对比

Fig. 6 Comparison of time consumption between two algorithms under different Doppler frequency estimation accuracies

表 2 不同多普勒频率估计精度下两种算法的耗时对比
Tab. 2 Comparison of time consumption between two algorithms under different Doppler frequency estimation accuracies

所需多普勒频率精度/Hz	传统最大似然方法耗时/s	本文所提方法耗时/s
1	0.041	0.041
0.1	0.35	0.091
0.01	3.49	0.13
0.001	34.82	0.16
0.000 1	347.11	0.20

可以看出,随着多普勒频率估计精度的提高,传统最大似然方法耗时呈指数上升。本文所提算法耗时虽然也随着多普勒频率估计精度的提高而增加,但显著低于传统最大似然法。表明本文所提算法更适用于快速高精度多普勒频率估计和提取。

此外,为了分析不同数据量下本文所提多普勒频率估计算法的运算时间,本文设置信号采样点数分别为 1×10^5 个、 2×10^5 个、 3×10^5 个、 4×10^5 个、 5×10^5 个。然后,分别统计传统最大似然法与本文所提算法在相同频率估计精度下的运算时间,如图 7 和表 3 所示。

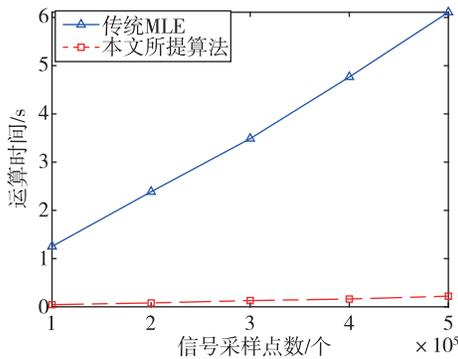


图 7 信号采样点数不同情况下两种算法耗时对比
Fig. 7 Comparison of time consumption between two algorithms with different signal sampling points

表 3 信号采样点数不同情况下两种算法耗时对比
Tab. 3 Comparison of time consumption between two algorithms with different signal sampling points

信号采样点数/个	传统最大似然方法耗时/s	本文所提方法耗时/s
1×10^5	1.25	0.044
2×10^5	2.38	0.081
3×10^5	3.49	0.13
4×10^5	4.77	0.16
5×10^5	6.11	0.22

可以看出,在信号采样点数逐渐上升时,本文所提算法与传统最大似然方法耗时均呈线性递增,但本文所提算法线性上升程度远小于传统最大似然方法,这说明本文所提算法更适用于数据量较大情况下的快速多普勒频率估计。

上面两个实验充分表明,本文所提算法在多普勒频率估计效率及速度方面的显著优势,有助于促进基于低轨星座机会信号的实时高精度导航。

(2)LEO 星链星座机会信号联合惯导的导航结果及分析

在多普勒高精度估计基础上,基于本文 4.1 节的仿真参数,进行惯导和 Starlink 机会信号的融合导航分析。此处,INS 按照双子样解算,即每 0.02 s 输出一次结果。Starlink 机会信号导航每 1 s 输出一次结果,融合导航每 1 s 输出一次结果。当星链卫星可见星数目不足时,放弃惯导和 Starlink 机会信号的组合导航输出。基于该原则,可得飞行器的定位定速结果如图 8 所示,飞行过程中可见星数目如图 9 所示,飞行过程中每秒的 GDOP 值如图 10 所示,误差均值如表 4 所示。

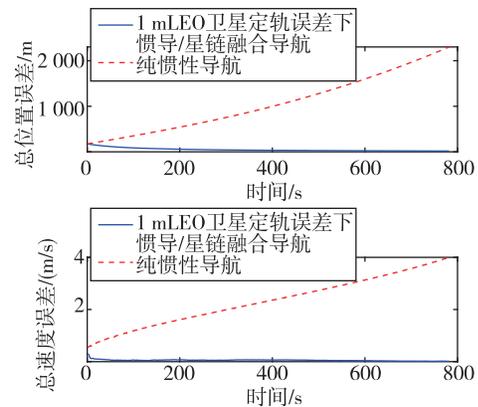


图 8 Starlink 机会信号/惯导组合导航误差
Fig. 8 Integrated navigation error of Starlink opportunity signal/inertial navigation

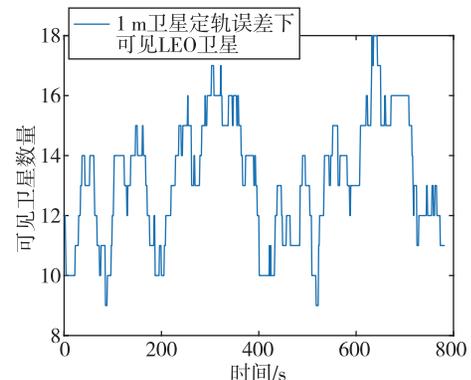


图 9 可见星链卫星数目
Fig. 9 Number of visible satellite of Starlink

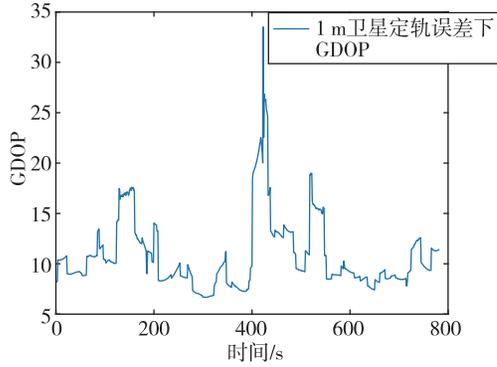


图 10 GDOP

Fig. 10 GDOP

表 4 两种导航方法的导航结果

Tab. 4 Navigation results of two navigation methods

导航方式	位置误差/m	速度误差/(m/s)
纯惯导导航	1 595.11	3.11
Starlink 机会信号/ 惯导组合导航	24.35	0.038

分析图 8~图 10 及表 4, 可以得出以下结论:

1) 由图 8 可以看出, 纯惯导的导航误差会随着时间累积而逐渐增大。而本文所提的 Starlink 机会信号/惯导组合导航定位及定速结果可快速收敛, 说明 Starlink 机会信号/惯导组合导航后, 可以较好地抑制惯导随时间逐渐发散的问题。动态飞行情况下, 本文所提方法可实现平均优于 25 m 的三维导航定位精度和平均优于 0.1 m/s 的速度估计精度, 比相同观测时间下的惯导精度提高了 1~2 个数量级, 显著提高了飞行器导航精度。

2) 由图 9 可以看出, 在约 402~431 s 这段时间观测卫星数目较少, 对应图 10 的 GDOP 值也在此处急剧增大, 表明该段时间观测星链卫星的构型较差。此时观察图 8 发现导航结果仍然比较稳定, 说明此时惯导与 Starlink 机会信号导航融合后具有较好的鲁棒性, 可以在一定程度上抑制二者的导航结果发散。

由上面研究结果可以看出, Starlink 机会信号/惯导组合导航具有明显的精度和鲁棒性优势。

实际中, Starlink 机会信号对惯导的修正周期、星链星座卫星定轨精度等均会影响 Starlink 机会信号/惯导组合导航。因此, 本文对上述两个因素进行了重点分析。

(3) LEO 星链星座机会信号修正惯导的周期对融合式导航结果的影响分析

设置 Starlink 机会信号对惯导的修正周期分别为 1 s, 30 s, 60 s, 100 s, 然后进行 Starlink 机会信号/惯导组合导航仿真, 结果分别如图 8、图 11~图 13 所示, 误差均值如表 5 所示。

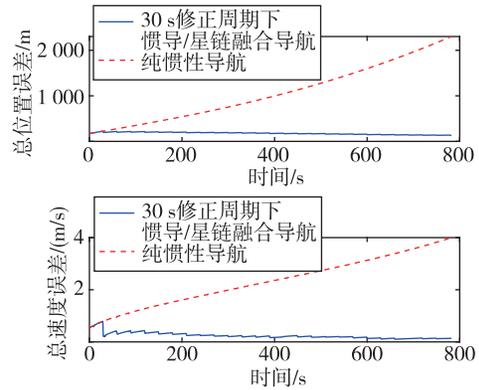


图 11 30 s 修正周期下的组合导航误差

Fig. 11 Integrated navigation error under a 30 second correction cycle

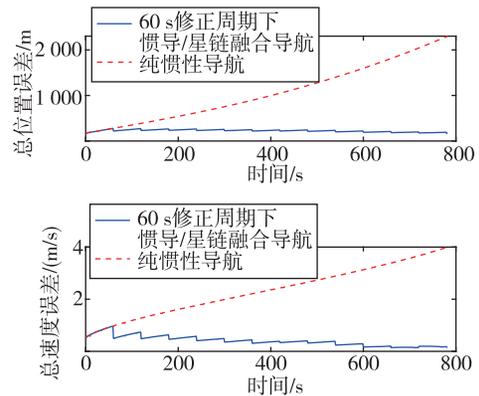


图 12 60 s 修正周期下的组合导航误差

Fig. 12 Integrated navigation error under a 60 second correction cycle

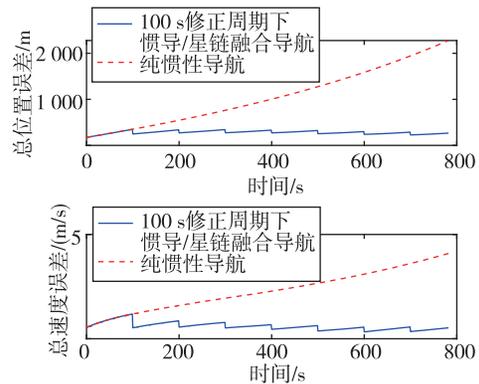


图 13 100 s 修正周期下组合导航误差

Fig. 13 Integrated navigation error under a 100 second correction cycle

表 5 不同修正周期对组合导航精度的影响

Tab. 5 The impact of different correction cycle on integrated navigation accuracy

导航方式	惯导的修正周期/s	位置误差/m	速度误差/(m/s)
纯惯导	—	1 595.11	3.11
Starlink 机会 信号/惯导 组合导航	1	24.35	0.038
	30	154.77	0.16
	60	207.64	0.26
	100	270.04	0.47

分析图 8、图 11~图 13 及表 5, 可以得出如下结论:

1) 相比于纯惯导导航误差的随时间累积, 本文所提组合导航算法具有导航误差随时间逐步减小的趋势, 具有明显的抑制惯导系统发散的能力。这是因为本文所提方法同时对惯导系统的位置误差及速度误差进行了修正, 因此可有效提升最终定位结果的精度。

2) 随着对惯导的修正周期逐渐变大, 所提的 Starlink 机会信号/惯导组合导航算法的精度也随之下落, 符合理论预期。因此实际飞行器飞行过程中, 应根据实际的精度需求合理地设置 Starlink 机会信号/惯导组合导航的更新频率和更新周期, 在降低运算量的情况下保证导航的精度。

(4) LEO 星链星座定轨误差对融合式导航结果的影响分析

设置星链星座机会信号对惯导的修正周期 1 s。分别在星链卫星的 x, y, z 方向各引入 1 m、30 m 及 60 m 的定轨误差, 然后进行组合导航仿真, 结果分别如图 8、图 14 及图 15 所示, 误差均值如表 6 所示。

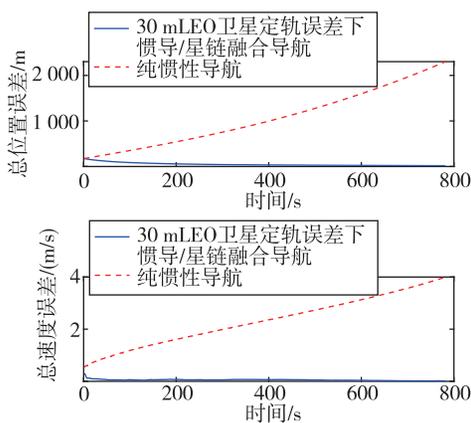


图 14 星链卫星三维各 30 m 定轨误差下所提组合导航误差
Fig. 14 The integrated navigation error under the three-dimensional 30 m orbit error of Starlink satellites

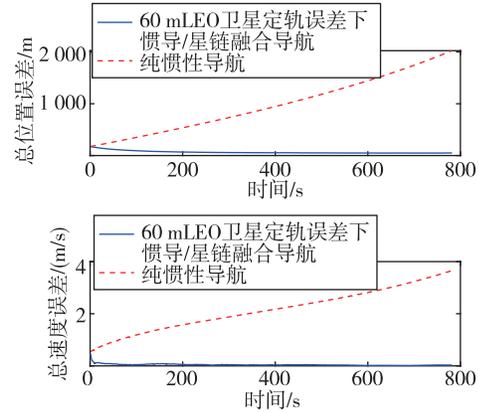


图 15 星链卫星三维各 60 m 定轨误差下所提组合导航误差
Fig. 15 The integrated navigation error under the three-dimensional 60 m orbit error of Starlink satellites

表 6 定轨误差对组合导航精度的影响

Tab. 6 The integrated navigation error under different orbit error of Starlink satellites

导航方式	星链卫星定轨误差/m	位置误差/m	速度误差/(m/s)
纯惯导	—	1 595.11	3.11
Starlink 机会 信号/惯导 组合导航	1	24.35	0.038
	30	50.24	0.040
	60	93.33	0.044

分析图 8、图 14~图 15 及表 6, 可以得出如下结论:

对比引入不同定轨误差的情况可以发现, 星链卫星的定轨精度对 Starlink 机会信号/惯导组合导航精度起着关键作用。星链卫星的定轨精度误差越大, Starlink 机会信号/惯导组合导航的精度越差。因此, 实现对星链卫星的高精度轨道预报至关重要。

5 结论

本文提出了一种基于 Starlink 机会信号/惯导的飞行器长航时、高精度导航方法。通过卡尔曼滤波将 INS 和 Starlink 机会信号导航相融合, 有效地弥补了惯性导航长航时发散和低轨卫星机会信号导航在部分时间观测信息源不足、初始导航值难确定等方面的问题。实验结果表明, 本文所提方法可实现平均优于 25 m 的三维导航定位精度和平均优于 0.1 m/s 的速度估计精度, 比相同观测时间下惯导精度提高了 1~2 个数量级, 显著提高了飞行器导航精度, 可为长时间、连续且高精度的导航提供方法和技术支撑。此外, 本文研究表明, Starlink 机会信号/惯导组合导航的更新周期越短, 组合导航精

度越高;星链卫星的定轨精度越高,组合导航精度越高。

本文实现了基于 Starlink 机会信号/惯导的松耦合组合导航,为 GNSS 拒止或失效情况下的目标定位提供了有效的方法和技术支撑。未来,将进一步研究多星座/惯导的紧耦合组合导航,进一步提高飞行器导航精度,并兼顾成本、载荷质量及数量的降低。

参考文献

- [1] 倪少杰,李诗扬,谢郁辰,等. GNSS/INS 超紧组合导航综述[J]. 国防科技大学学报,2023,45(5):48-59.
NI Shaojie, LI Shiyang, XIE Yuchen, et al. Overview of GNSS/INS ultra-tight integrated navigation[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2023,45(5):48-59(in Chinese).
- [2] 王晓君,黄婧如,姚远,等. 一种星座遮挡场景下的 GNSS 接收机选星策略[J/OL]. 无线电工程:1-6 [2023-10-29].
WANG Xiaojun, HUANG Jingru, YAO Yuan, et al. A GNSS receiver star selection strategy in constellation occlusion scenario[J/OL]. Radio Engineering: 1-6[2023-10-29](in Chinese).
- [3] 丁继成,任尚垠,赵琳,等. 基于紧组合残差滑动方差的 GNSS 欺骗干扰检测与实验[J]. 实验技术与管理,2023,40(9):48-54.
DING Jicheng, REN Shangyin, ZHAO Lin, et al. GNSS spoofing detection and test using RSV of tightly coupled navigation system [J]. Experimental Technology and Management,2023,40(9):48-54(in Chinese).
- [4] 李振华,姜雪,朱炳祺. 基于导频的 OFDM 雷达通信一体化波形设计[J]. 制导与引信,2023,44(3):1-7+15.
LI Zhenhua, JIANG Xue, ZHU Bingqi. OFDM integrated waveform design for radar and communication based on pilot[J]. Guidance & Fuze,2023,44(3):1-7+15(in Chinese).
- [5] 赵亚飞,闫冰,孙耀华,等. 低轨星座通导一体化:现状、机遇和挑战[J]. 电信科学,2023,39(5):90-100.
ZHAO Yafei, YAN Bing, SUN Yaohua, et al. Communication and navigation integration for LEO constellations:status, opportunities, and challenges[J]. Telecommunication Science, 2023, 39(5):90-100(in Chinese).
- [6] 薛丽娟,王潜心,赵东升,等. 混合构型低轨卫星增强 GPS 精密单点定位性能分析[J/OL]. 大地测量与地球动力学:1-9[2023-10-29].
XUE Lijuan, WANG Qianxin, ZHAO Dongsheng, et al. Performance analysis of GPS precision single point positioning enhanced by hybrid low earth orbit satellites[J/OL]. Journal of Geodesy and Geodynamics:1-9[2023-10-29](in Chinese).
- [7] KHALIFE J, NEINAVAIE M, KASSAS Z M. The first carrier phase tracking and positioning results with Starlink LEO satellite signals[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(2): 1487-1491.
- [8] 秦红磊,张宇. 星链机会信号定位方法[J]. 导航定位学报,2023,11(1):67-73.
QIN Honglei, ZHANG Yu. Positioning technology based on Starlink signal of opportunity[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2023, 11(1): 67-73(in Chinese).
- [9] 禹华钢,方子希. 低轨卫星互联网:发展、应用及新技术展望[J]. 无线电工程,2023, 53(11): 2699-2707.
YU Huagang, FANG Zixi. LEO satellite internet: development, application and new technology prospects[J]. Radio Engineering, 2023, 53(11): 2699-2707(in Chinese).
- [10] 王达,童建飞,穆飞宇. 手机直连卫星通信:发展现状、应用场景和标准演进[J]. 无线电通信技术,2023, 49(5):795-802.
WANG Da, TONG Jianfei, MU Feiyu. Application scenario, and standards evolution [J]. Radio Communications Technology,2023,49(5):795-802(in Chinese).
- [11] 王迪,杨广华,秘倩,等. 大型低轨星座覆盖能力评估研究[J]. 中国电子科学研究院学报,2023,18(8): 761-769.
WANG Di, YANG Guanghua, MI Qian, et al. Research on coverage capability evaluation of large LEO constellation[J]. Journal of CAEIT, 2023, 18(8): 761-769(in Chinese).
- [12] 周文涛,刘峰,刘璞,等. 基于非合作低轨卫星的测向交叉定位技术[J]. 导航定位与授时,2023,10(2): 93-99.
ZHOU Wentao, LIU Feng, LIU Pu, et al. Direction finding and cross positioning technology based on non-cooperative low Earth orbit satellite[J]. Navigation Positioning and Timing,2023,10(2):93-99(in Chinese).
- [13] 蒋锦涛,柴艳菊,刘腾,等. 中低纬地区混合 LEO 星座增强 GNSS UPPP 收敛性能评估[J]. 导航定位与授时,2023,10(2):25-31.
JIANG Jintao, CHAI Yanju, LIU Teng, et al. Hybrid LEO constellation augmented GNSS UPPP convergence performance evaluation in middle and low latitudes[J].

- Navigation Positioning and Timing, 2023, 10(2):25-31 (in Chinese).
- [14] 臧中原,董亮,毋蒙,等. SINS/BDS紧组合系统中自适应两阶段扩展卡尔曼滤波[J]. 导航定位与授时, 2022,9(6):85-91.
ZANG Zhongyuan,DONG Liang, WU Meng, et al. Adaptive two-stage extended Kalman filter algorithm for SINS/BDS tightly integrated system[J]. Navigation Positioning and Timing, 2022,9(6):85-91(in Chinese).
- [15] 邓皓文,孙迅,蒋林,等. 低轨导航星座增强 BDS 精密单点定位技术验证[J]. 导航定位与授时,2022,9(5):136-143.
DENG Haowen, SUN Xun, JIANG Lin, et al. Point positioning technology verification of BDS enhanced with LEO navigation constellation[J]. Navigation Positioning and Timing, 2022,9(5):136-143(in Chinese).
- [16] 彭旭,李俨,王玮,等. 星光方向向量辅助的惯性/光谱红移组合导航方法[J]. 中国惯性技术学报,2023,31(8):768-776.
PENG Xu, LI Yan, WANG Wei, et al. Starlight direction vector aided INS/SRS integrated navigation method[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2023,31(8):768-776(in Chinese).
- [17] 侯琪. 基于 SINS/偏振光/GPS 组合导航算法研究[D]. 太原:中北大学,2023.
HOU Qi. Research on combined SINS/polarized light/GPS based navigation algorithm[D]. Taiyuan: North University of China, 2023(in Chinese).
- [18] 李元龙,李志强. 基于 STK 的 Starlink 星座覆盖仿真分析[J]. 指挥控制与仿真,2023,45(1):119-129.
LI Yuanlong, LI Zhiqiang. Simulation analysis of Starlink constellation coverage based on STK [J]. Command Control & Simulation, 2023, 45(1): 119-129 (in Chinese).
- [19] 张大鹏,沈红新. 基于精密星历的星链轨道特性研究[J]. 力学与实践,2022,44(6):1268-1278.
ZHANG Dapeng, SHEN Hongxin. Study on the orbital characteristics of Starlink satellites based on precise ephemeris[J]. Mechanics in Engineering, 2022, 44(6): 1268-1278(in Chinese).
- [20] 汤靖师,屈颖莹,王琦. 类星链卫星星座轨道的分析及设计[J]. 天文学报,2023,64(5):36-51.
TANG Jingshi, QU Yingying, WANG Qi. Analysis and design of Starlink-like satellite constellation[J]. Acta Astronomica Sinica,2023,64(5):36-51(in Chinese).
- [21] 杨星辰. 基于 5G 的低轨卫星移动通信系统上行链路传输技术研究[D]. 南京:东南大学,2020.
YANG Xingchen. Research of uplink transmission technology based on 5G in low earth orbit satellite mobile communication systems[D]. Nanjing: Southeast University,2020(in Chinese).
- [22] 鲁东明,陈少峰. 低轨卫星物联网星地距离时间同步及多普勒频偏补偿技术[J]. 现代导航,2023,14(4):283-290.
LU Dongming, CHEN Shaofeng. Time synchronization of space-ground distance and Doppler frequency offset compensation technology for LEOIoT[J]. Modern Navigation,2023,14(4):283-290(in Chinese).
- [23] 方一鸣,赵祥天,赵亚飞,等. 低轨卫星信号捕获与跟踪技术综述[J]. 无线电通信技术,2023,49(5):816-825.
FANG Yiming,ZHAO Xiangtian,ZHAO Yafei,et al. A survey on low earth orbit satellite signal acquisition and tracking technology[J]. Radio Communications Technology,2023,49(5):816-825(in Chinese).
- [24] 严恭敏,翁浚. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社,2019.
YAN Gongmin,WENG Jun. Strapdown inertial navigation system and integrated navigation principle[M]. Xi'an:Northwestern Polytechnical University Press, 2019(in Chinese).

(编辑:孟彬)