

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2024.02.009

# 基于 Kalman 滤波的分段积分闭环 回溯快速粗对准方法

娄琪欣<sup>1,2</sup>, 李鼎<sup>1,2</sup>, 江奇渊<sup>1,2</sup>, 张燚<sup>1,2</sup>, 于旭东<sup>1,2</sup>

(1. 国防科技大学前沿交叉学科学院, 长沙 410073;  
2. 国防科技大学南湖之光实验室, 长沙 410073)

**摘要:**快速启动能力是惯导系统的重要性能指标。为应对车辆与武器系统等在短时间内完成初始对准的需求,在基于 Kalman 滤波的闭环粗对准基础上提出了一种闭环回溯粗对准方法,并设计了一种分段积分矢量构建方法,使得算法能够在多次回溯的过程中构建更多不共线矢量,进一步减少粗对准所需的数据量并提升对准精度。经三轴转台及车载惯导 30 s 和 50 s 对准实验验证,本算法在短时间内的对准精度优于优化对准方法和基于 Kalman 滤波的闭环粗对准方法,能够满足载体进行快速初始对准的需求。

**关键词:**快速对准;回溯法;惯性导航;初始对准

中图分类号:V249.31

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2024)02-0093-10

## Kalman-filtering-based piecewise-integration closed-loop backtracking fast coarse alignment

LOU Qixin<sup>1,2</sup>, LI Ding<sup>1,2</sup>, JIANG Qiyuan<sup>1,2</sup>, ZHANG Yi<sup>1,2</sup>, YU Xudong<sup>1,2</sup>

(1. College of Advanced Interdisciplinary Studies, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
2. Nanhu Laser Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Rapid start-up capability is an important indicator for inertial navigation systems. In order to meet the requirement of rapid initial alignment for vehicles and weapon systems, a closed-loop backtracking coarse alignment method is proposed based on Kalman-filtering-based coarse alignment, and a piecewise integration vector construction method is designed, which can construct more non-collinear vectors during multiple backtracking processes, further reducing the amount of data required for coarse alignment and improving accuracy. Through experiments of 30 s and 50 s coarse alignment on a three-axis turntable and a vehicle, the accuracy of this algorithm is better than that of optimization-based alignment and Kalman-filtering-based coarse alignment in a short period of time, which can meet the requirement of rapid initial alignment.

**Key words:** Fast alignment; Backtracking; Inertial navigation; Initial alignment

收稿日期:2023-09-06;修订日期:2023-12-22

基金项目:国家自然科学基金(62173335)

作者简介:娄琪欣(2000—),男,硕士研究生,主要从事惯性导航系统方面的研究。

通信作者:于旭东(1982—),男,博士,副研究员,主要从事激光陀螺惯导系统方面的研究。

## 0 引言

在捷联惯导初始对准算法中,利用陀螺仪与加速度计的输出,可得到载体坐标系与当地导航坐标系之间的姿态关系,完成初始对准。初始对准技术是捷联惯导系统的关键技术之一,初始对准精度直接影响到惯导解算的精度<sup>[1-2]</sup>,同时为提升载体的机动性与快速反应能力,减少对准时间也是必要的。

一方面,目前已有较多研究通过回溯算法达成这一目的。王东升等<sup>[3]</sup>基于逆向 Kalman 滤波设计了一种回溯精对准算法,通过存储粗对准期间的惯导输出数据,实现了利用粗对准期间数据进行精对准回溯的算法,减少了精对准所需的额外时间;李海军等<sup>[4]</sup>针对光纤陀螺误差特性设计了一种回溯精对准算法,可在 20 min 内达到传统方法 1 h 的对准精度;于飞飞等<sup>[5]</sup>针对基于正逆向解算的动基座罗经对准提出了姿态补偿算法,并设计了一种二级变参数配置方法,提升了对准速度;Sun 等<sup>[6]</sup>针对捷联惯导系统与里程计组合的对准问题,分别使用改进的优化对准方法与 Kalman 滤波回溯法进行粗对准与精对准,能够同时得到更高的姿态对准精度与位置对准精度;何泓洋等<sup>[7]</sup>首先利用目前工程中常用的优化对准(optimization-based alignment, OBA)方法<sup>[8]</sup>进行粗对准,使失准角收敛到小角度,而后使用回溯罗经法精对准,减少了对准的收敛时间;Chang 等<sup>[9]</sup>提出了基于回溯算法的 OBA 方法,通过在回溯过程中构建更多不共线矢量,在有限的时间内提升对准精度。

另一方面,通过对粗对准过程中的误差进行建模、估计和补偿能够提升对准精度,并在一定程度上加快晃动基座下的算法收敛速度。Huang 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于 Kalman 滤波的闭环行进间粗对准(Kalman-filtering-based in-motion coarse alignment, KF-BIMCA)方法,通过对粗对准过程中姿态矩阵失准角进行建模,利用 Kalman 滤波进行估计并补偿的方式,可实现比 OBA 方法更优的对准速度与对准精度。作为改进,Huang 等<sup>[11]</sup>还进一步考虑了 GNSS 杆臂、加速度计偏置与陀螺常值零偏,提升了 GNSS 辅助下的低精度惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)动基座对准精度。Luo 等<sup>[12]</sup>考虑了 IMU 零偏与 GNSS 杆臂误差,并提出了一种基于位置轨迹的动基座初始对准方法,进一步提升了 GNSS 辅助低成本 IMU 的对准精度。唐苗等<sup>[13]</sup>针对对准过程

中干扰线运动的影响进行建模,提升了线运动干扰下粗对准算法的收敛速度。狄静波等<sup>[14]</sup>构建了大失准角条件下的线性状态空间模型,使算法在大失准角条件下也能快速收敛。

由以上方法可知,使用回溯算法能够使失准角快速收敛<sup>[15]</sup>,而使用误差建模并补偿的闭环方法也能够提升晃动基座对准精度与速度。目前关于回溯算法的相关研究主要集中于精对准方面,但高精度快速粗对准算法也是十分具有研究意义的,其能够减少精对准的收敛时间,提升初始对准速度,也能够满足特定场景下进行极快速初始对准的需求。目前,Chang 等提出的回溯 OBA 方法虽然能应用于粗对准,但仅能在第一次逆向解算过程中构造不共线矢量,若能对其进行改进,并结合误差建模补偿的闭环方法,则能够进一步提升粗对准速度与精度。

在此基础上,本文设计了一种基于 Kalman 滤波的分段积分闭环回溯粗对准算法,结合 KFBCA 方法能够快速收敛且提升精度的优势,并在多次回溯过程中构建更多不共线矢量,进一步减少初始对准所需时间,获得更高对准精度。

## 1 基于 Kalman 滤波的闭环粗对准方法

文献[10]中,在 OBA 方法的基础上,对估计得到的姿态矩阵  $\mathbf{C}_{b(i)}^{b(0)}$  与实际  $\mathbf{C}_{b(i)}^{b(0)}$  之间的失准角  $\boldsymbol{\varphi}$  进行建模,其中  $b(t)$  和  $\hat{b}(t)$  分别表示  $t$  时刻的实际载体系和估计得到的载体系。使用 Kalman 滤波估计对准过程中的实时失准角  $\boldsymbol{\varphi}$ , 并进行补偿,可形成算法闭环。

$\boldsymbol{\varphi}$  的连续时间线性状态方程如式(1)<sup>[10]</sup>所示

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = -(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{bb}^b - 0.5\boldsymbol{\varepsilon}^b) \times \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varepsilon}^b + 0.5\boldsymbol{\eta}_{gu} \times \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\eta}_{gu} \quad (1)$$

其中,  $\boldsymbol{\varepsilon}^b$  为陀螺零偏;  $\boldsymbol{\eta}_{gu}$  为陀螺随机噪声;  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{bb}^b$  为载体系  $b$  系与惯性系  $i$  系间的相对角速度于  $b$  系的投影,即陀螺输出的角速度。

将失准角  $\boldsymbol{\varphi}$  作为 Kalman 滤波状态向量,可将连续时间线性状态方程离散化得到 Kalman 滤波状态转移矩阵  $\mathbf{F}_k$  及输入系数矩阵  $\mathbf{G}_k$ , 如式(2)和式(3)所示。

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{I}_3 - T[(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{bb}^b(t_k) - 0.5\boldsymbol{\varepsilon}^b) \times] \quad (2)$$

$$\mathbf{G}_k = -T\mathbf{I}_3 \quad (3)$$

其中,  $T$  表示 IMU 采样间隔;  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{bb}^b(t_k)$  表示陀螺  $t_k$  时刻输出的载体角速度;  $\mathbf{I}_3$  表示  $3 \times 3$  维单位矩阵。

令  $\hat{\mathbf{C}}_{b(0)}^{n(0)}$  表示 0 时刻导航系  $n$  系与  $b$  系间的姿态

矩阵,  $\tilde{\mathbf{A}}(t_k) = (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \mathbf{A}(t_k)$  和  $\mathbf{B}(t_k)$  为观测矢量, 有

$$\hat{\mathbf{C}}_{b(0)}^{n(0)} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} \tilde{\mathbf{A}}(t_k) \approx \mathbf{B}(t_k) \quad (4)$$

因此, 可得到 Kalman 滤波量测方程的量测向量  $\mathbf{Z}_k$  与量测矩阵  $\mathbf{H}_k$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{B}(t_k) - \hat{\mathbf{C}}_{b(0)}^{n(0)} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} \tilde{\mathbf{A}}(t_k) \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_k = \hat{\mathbf{C}}_{b(0)}^{n(0)} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} (\tilde{\mathbf{A}}(t_k) \times) \quad (6)$$

其中, 观测矢量  $\tilde{\mathbf{A}}(t_k)$  和  $\mathbf{B}(t_k)$  分别如式(7)和式(8)所示

$$\tilde{\mathbf{A}}(t_k) = (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \mathbf{A}(t_k) \approx (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \sum_{j=0}^{k-1} \hat{\mathbf{C}}_{b(t_j)}^{b(0)} [T\mathbf{I}_3 + \frac{1}{2} T^2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b(t_j) \times] \tilde{\mathbf{f}}_{sf}^b(t_j) \quad (7)$$

$$\mathbf{B}(t_k) \approx - \sum_{j=0}^{k-1} \mathbf{C}_{n(t_j)}^{n(0)} [T\mathbf{I}_3 + \frac{1}{2} T^2 \boldsymbol{\omega}_{in}^n(t_j) \times] \mathbf{g}^n \quad (8)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{f}}_{sf}^b(t_j)$  表示  $t_j$  时刻加速度计输出的比力;  $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ -g]^T$ ,  $g$  为重力加速度。

利用观测矢量  $\mathbf{A}(t_k)$  和  $\mathbf{B}(t_k)$ , 使用 Davenport's q-method<sup>[8]</sup> 可解得  $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)}$ 。而后使用 Kalman 滤波估计得到的失准角  $\hat{\boldsymbol{\phi}}$  对  $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)}$  进行补偿, 即可完成算法闭环。补偿方式如式(9)和式(10)所示。由于  $\hat{\boldsymbol{\phi}}$  为小角度, 在近似下有

$$\hat{\mathbf{C}}_{b(t_k)}^{b(0)} = \mathbf{I}_3 - (\hat{\boldsymbol{\phi}}_k \times) \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{b(t_k)}^{b(0)} = \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} \hat{\mathbf{C}}_{b(t_k)}^{b(0)} \quad (10)$$

需要说明的是, 相较于 KFBIMCA 方法, 以上对准算法未考虑载体存在运动的情况, 其余部分相同。在本文中, 将这一方法称为基于卡尔曼滤波的闭环粗对准 (Kalman-filtering-based coarse alignment, KFBCA) 方法。

## 2 基于 Kalman 滤波的闭环回溯粗对准

### 2.1 分段积分矢量构造方法

为进一步缩短粗对准时间并提升对准精度, 可通过对粗对准过程中采集到的 IMU 输出数据进行储存与回溯, 使得算法进一步收敛。但需要注意的是, 由于只有与已经处理的矢量不共线的矢量才对姿态确定有价值<sup>[16]</sup>, 故在回溯过程中继续应用之前构建的相同矢量意义不大。

因此, 本文提出了一种分段积分矢量构造方法, 能够在多次回溯的过程中构建更多不共线观测矢量, 使对准结果进一步收敛。该方法使用图 1 所示的方式构建矢量, 其中  $\tau'$  和  $\Delta\tau'$  分别为随回溯

次数不断缩短的窗长度与间隔时间。

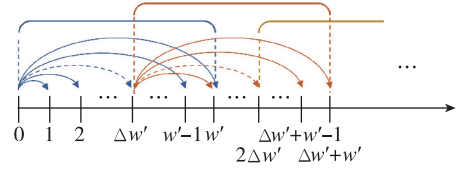


图 1 分段积分矢量构建方法

Fig. 1 Piecewise integration vector construction method

每段积分的起点之间相隔  $\Delta\tau'$  时间, 在首段从 0 时刻到  $\tau'$  时刻积分结束后, 第二段积分以从  $\Delta\tau'$  时刻到  $\tau'$  时刻的积分值为初值开始由  $\tau'$  时刻向  $\tau' + \Delta\tau'$  时刻积分, 以此类推。

在本文提出的算法中, 使用上述方法构建矢量。为在回溯过程中尽可能多地构建不共线矢量, 采用如下分段方式:

1) 第一次正向解算: 不进行分段, 采用式(7)和式(8)构建矢量。

2) 第一次逆向解算: 不进行分段, 采用式(11)和式(12)构建矢量, 如图 2 所示。

$$\tilde{\mathbf{A}}(t_k) = (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \mathbf{A}(t_k) \approx (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \sum_{j=k}^{N-1} \hat{\mathbf{C}}_{b(t_j)}^{b(0)} [T\mathbf{I}_3 + \frac{1}{2} T^2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b(t_j) \times] \tilde{\mathbf{f}}_{sf}^b(t_j) \quad (11)$$

$$\mathbf{B}(t_k) \approx - \sum_{j=k}^{N-1} \mathbf{C}_{n(t_j)}^{n(0)} [T\mathbf{I}_3 + \frac{1}{2} T^2 \boldsymbol{\omega}_{in}^n(t_j) \times] \mathbf{g}^n \quad (12)$$

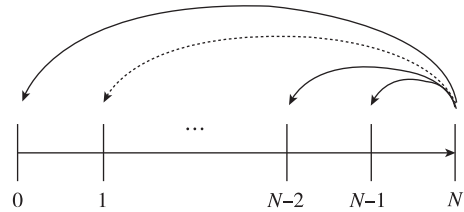


图 2 第一次逆向解算构造矢量方式

Fig. 2 Vector construction method for the first reverse calculation

3) 第  $r$  ( $r > 1$ ) 次正向解算: 进行分段, 设置初始窗长度  $\tau$  与初始间隔时间  $\Delta\tau$ , 采用式(13)和式(14)构建矢量, 如图 1 所示。

$$\tilde{\mathbf{A}}(t_k) = (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \mathbf{A}(t_k) \approx (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \sum_{j=M\Delta\tau}^{k-1} \hat{\mathbf{C}}_{b(t_j)}^{b(0)} [T\mathbf{I}_3 + \frac{1}{2} T^2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b(t_j) \times] \tilde{\mathbf{f}}_{sf}^b(t_j) \quad (13)$$

$$\mathbf{B}(t_k) \approx - \sum_{j=M\Delta\tau}^{k-1} \mathbf{C}_{n(t_j)}^{n(0)} [T\mathbf{I}_3 + \frac{1}{2} T^2 \boldsymbol{\omega}_{in}^n(t_j) \times] \mathbf{g}^n \quad (14)$$

其中,  $M$  表示第  $M$  个窗, 取值为满足式(15)条件的

自然数

$$\begin{cases} k > M\Delta\tau' \\ k \leq (M\Delta\tau' + \tau') \end{cases} \quad (15)$$

$\tau'$  和  $\Delta\tau'$  分别采用式(16)和式(17)进行计算

$$\tau' = \tau - (2r - 4) \times \sigma \quad (16)$$

$$\Delta\tau' = \Delta\tau - (2r - 4) \times \sigma \times \frac{\Delta\tau}{\tau} \quad (17)$$

式中,  $\sigma$  为可变参数, 用于控制窗长度与间隔时间随回溯次数缩短的速度。

4) 第  $r$  ( $r > 1$ ) 次逆向解算: 进行分段, 沿用 3) 中设置的初始窗长度  $\tau$  与初始间隔时间  $\Delta\tau$ , 采用式(18)和式(19)构建矢量, 如图 3 所示。

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}(t_k) &= (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \mathbf{A}(t_k) \\ &\approx (\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)})^T \sum_{j=k}^{N-1-M\Delta\tau'} \hat{\mathbf{C}}_{b(t_j)}^{b(0)} [T\mathbf{I}_3 + \\ &\quad \frac{1}{2} T^2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b(t_j) \times] \tilde{\mathbf{f}}_{sf}^b(t_j) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(t_k) &\approx - \sum_{j=k}^{N-1-M\Delta\tau'} \mathbf{C}_{n(t_j)}^{n(0)} [T\mathbf{I}_3 + \\ &\quad \frac{1}{2} T^2 \boldsymbol{\omega}_{in}^n(t_j) \times] \mathbf{g}^n \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $M$  为满足式(20)条件的自然数

$$\begin{cases} k' < (N - 1 - M\Delta\tau') \\ k' \geq (N - 1 - M\Delta\tau' - \tau') \end{cases} \quad (20)$$

$\tau'$  和  $\Delta\tau'$  分别采用式(21)和式(22)进行计算

$$\tau' = \tau - (2r - 3) \times \sigma \quad (21)$$

$$\Delta\tau' = \Delta\tau - (2r - 3) \times \sigma \times \frac{\Delta\tau}{\tau} \quad (22)$$

$$\mathbf{C}_{n(t_k)}^{n(0)} = \begin{bmatrix} \cos\omega_{ie}kT & -\sin\omega_{ie}kT \sin L & \sin\omega_{ie}kT \cos L \\ \sin\omega_{ie}kT \sin L & 1 - (1 - \cos\omega_{ie}kT) \sin^2 L & (1 - \cos\omega_{ie}kT) \sin L \cos L \\ -\sin\omega_{ie}kT \cos L & (1 - \cos\omega_{ie}kT) \sin L \cos L & 1 - (1 - \cos\omega_{ie}kT) \cos^2 L \end{bmatrix} \quad (23)$$

其中,  $L$  为当地纬度;  $\omega_{ie}$  为地球自转角速度;  $t_k$  表示粗对准开始时刻到采集到第  $k$  个数据时刻之间的时间。在逆向过程中, 这一等式应仍然成立。

对于  $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$ , 有

$$\mathbf{q}_{b(t_{k-1})}^{b(0)} = \mathbf{q}_{b(t_k)}^{b(0)} \mathbf{q}_{b(t_{k-1})}^{b(t_k)} = \mathbf{q}_{b(t_k)}^{b(0)} (\mathbf{q}_{b(t_{k-1})}^{b(t_k)})^* \quad (24)$$

设  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_v$ , 其中  $\mathbf{q}_0$  与  $\mathbf{q}_v$  分别表示四元数  $\mathbf{q}$  的标量与矢量部分, 并用  $\Phi$  和  $\phi$  分别表示等效旋转矢量与其模值, 则<sup>[17]</sup>

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_v = \cos \frac{\phi}{2} + \frac{\Phi}{2} \frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2} \quad (25)$$

可知

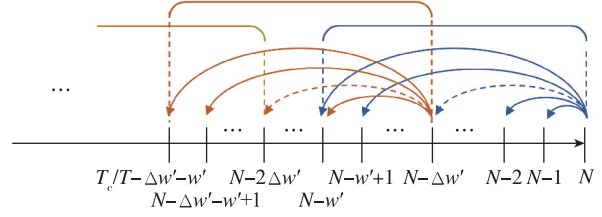


图 3 第  $r$  ( $r > 1$ ) 次逆向解算构造矢量方式

Fig. 3 Vector construction method for the  $r$  ( $r > 1$ ) th reverse calculation

需要说明的是, 对于本节中的各项参数, 可参考的取值如下:  $\tau$  一般可取总对准时长的  $2/3$  左右, 以尽可能地确保不会因为积分时间不足而导致随机误差对对准结果造成较大影响, 同时确保多次回溯的过程中本方法能构建足够的非共线矢量;  $\Delta\tau$  一般可取  $\tau$  的  $1/2$  左右, 若过小, 则分段时易受到随机噪声的影响;  $\sigma$  一般取为 1 即可, 若过大, 则  $\tau$  和  $\Delta\tau$  缩短过快, 在多次回溯后已经较短, 易受到随机噪声干扰, 若过小, 则构建的新观测矢量与之前的观测矢量不共线程度较小。

## 2.2 回溯算法

接下来对回溯算法进行说明。在逆向过程中, 从 IMU 输出的第  $N$  个数据向第 1 个数据解算, 即从粗对准结束时刻向开始时刻解算。同时, 在逆向过程中保持  $n(0)$  系与  $b(0)$  系定义不变, 即粗对准开始时刻的导航系  $n$  系与载体系  $b$  系。

首先, 对于  $\mathbf{C}_{n(t_k)}^{n(0)}$ , 由于初始对准过程中载体速度几乎为 0, 有<sup>[17]</sup>

$$\Phi_{b(t_{k-1})}^{b(t_k)} = -\Phi_{b(t_k)}^{b(t_{k-1})} \quad (26)$$

采用单子样算法时, 等效旋转矢量在数值上等于陀螺输出的角速率, 因此对陀螺输出角速度  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$  进行取反即可进行逆向解算。需要注意的是, 当逆向解算至初始时刻时,  $\mathbf{C}_{b(0)}^{b(0)}$  应当精确等于单位阵  $\mathbf{I}_3$ , 因此需要对解算得到的  $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$  进行重新赋值。

## 3 实验验证

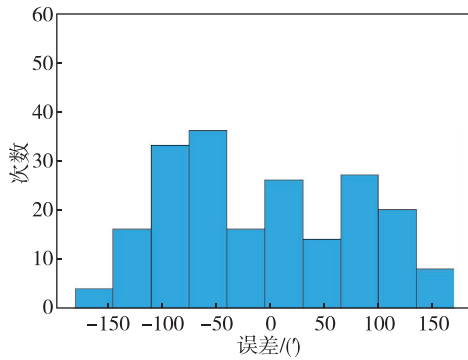
### 3.1 对准算法仿真实验

为验证本文对准方法的可行性, 使用蒙特卡罗 (Monte Carlo) 法进行仿真实验。实验数据为 200 组晃

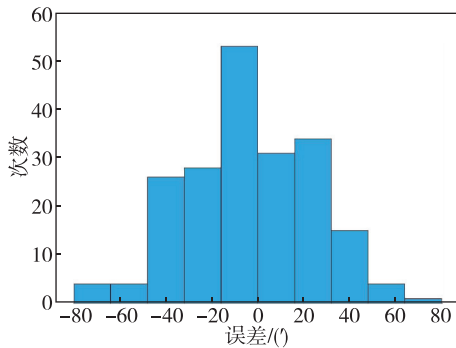
动基座 IMU 仿真数据,初始姿态随机产生,晃动频率为 0.1 Hz,其中俯仰与横滚角的晃动幅度为  $-10^{\circ} \sim +10^{\circ}$ ,航向角的晃动幅度为  $-5^{\circ} \sim +5^{\circ}$ 。IMU 参数设置为陀螺零偏  $0.003 (^{\circ})/h$ ,随机游走  $0.0005 (^{\circ})/h^{1/2}$ ,加速度计零偏  $20 \mu g$ ,随机游走  $20 \mu g/Hz^{1/2}$ 。

分别使用 OBA 方法和 KFBCA 方法进行 30 s 和 50 s 粗对准;而后使用本文方法进行 30 s 粗对准,分段积分初始窗长度  $\omega = 20$  s,初始间隔时间  $\Delta\omega = 10$  s,控制变量  $\sigma = 1$ ,回溯 5 次;最后使用本方法进行 50 s 粗对准,设置  $\omega = 30$  s,  $\Delta\omega = 15$  s,  $\sigma = 1$ ,回溯 5 次。Kalman 滤波初值设置为:状态向量初值  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{0}_{3 \times 1}$ 、状态向量均方误差阵初值  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{0}_{3 \times 3}$ 、系统噪声方差阵  $\mathbf{Q} = \text{diag}\{0.0005 (^{\circ})/h^{1/2} \times \mathbf{I}_{1 \times 3}\}^2$ 、量测噪声方差阵  $\mathbf{R} = \text{diag}\{1 (^{\circ})/h \times \mathbf{I}_{1 \times 3}\}^2$ ,并在下文的实验中沿用这一取值,其中 diag 表示矩阵对角线元素。

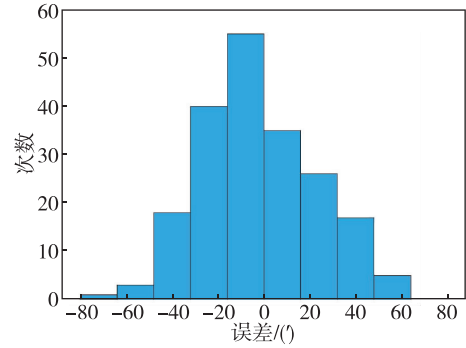
实验得到的航向角对准误差分布直方图与均方根误差(root mean square error, RMSE)分别如图 4 和表 1 所示。



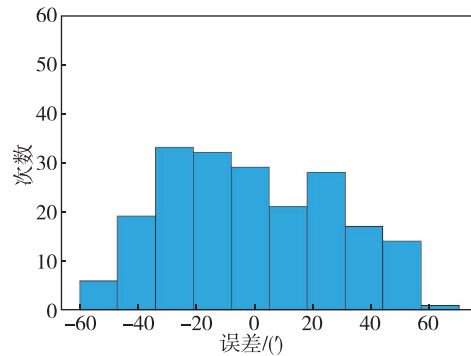
(a) OBA 方法 30 s



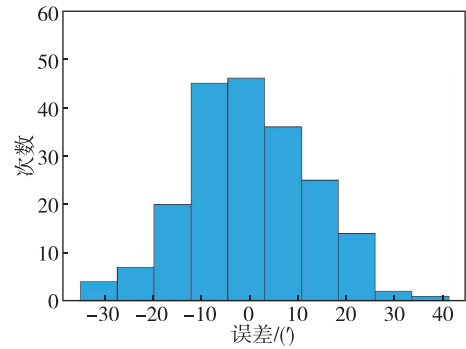
(b) KFBCA 方法 30 s



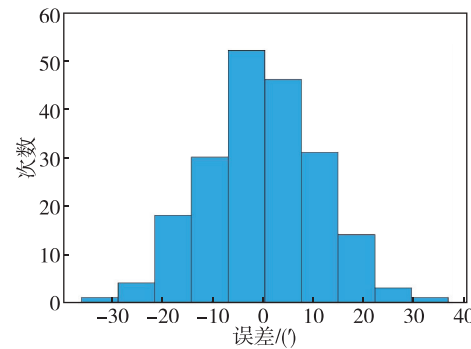
(c) 本文方法 30 s



(d) OBA 方法 50 s



(e) KFBCA 方法 50 s



(f) 本文方法 50 s

图 4 航向角对准误差分布直方图  
Fig. 4 Histogram of yaw angle error distribution

表 1 对准结果均方根误差  
Tab. 1 RMSE of alignment results

对准时间/s	OBA 对准误差/(′)	KFBCA 对准误差/(′)	本文方法对准误差/(′)
30	84.49	27.63	25.58
50	28.42	12.72	11.07

由表 1 数据可知,晃动基座条件下,OBA 方法很难在较短的对准时间内完成收敛,与之相比,KFBCA 方法的对准精度有较大提升,而本文方法的 RMSE 小于 OBA 方法与 KFBCA 方法,对准精度最高。这表明在较短的对准时间内,本文方法能一定程度上提升粗对准精度,且具有较强的抗干扰能力。

3.2 三轴转台实验验证

为验证晃动基座条件下各方法的实际表现,使用图 5 所示的 90 型激光陀螺捷联惯导系统进行了实验验证,系统参数如表 2 所示。

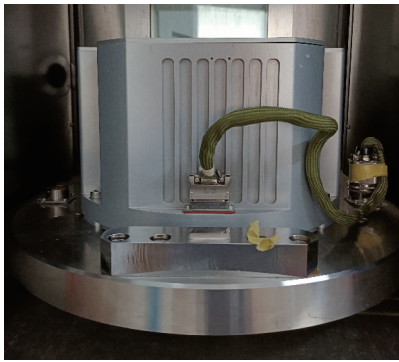


图 5 90 型激光陀螺捷联惯导系统

Fig. 5 Type 90 ring laser gyro strapdown IMU

表 2 实验中采用的激光捷联惯导系统参数

Tab. 2 Specifications of the ring laser gyro strapdown IMU used in experiments

参数项	参数值
陀螺仪零偏/[ (°)/h]	0.003
陀螺仪随机游走/[ (°)/h <sup>1/2</sup> ]	0.000 5
加速度计零偏/ $\mu g$	20
采样频率/Hz	200

使用上述 IMU 在三轴转台上进行实验。首先进行静基座解析粗对准 180 s,并进行双位置精对准约 20 min,随后转台开始晃动,同时基于之前静基

座对准得到的初始姿态进行导航解算,以解算得到的姿态作为晃动过程中的姿态真值。

转台晃动路径如下:内轴自零位开始旋转 45°并保持静止(这是为了使中轴的转动同时作用于俯仰角与横滚角);中轴以 0.1 Hz 频率,在 +4°~ -4° 范围内往复转动;外轴以 0.05 Hz 频率,在 +2°~ -2° 范围内往复转动。

为验证本文提出方案的有效性,随机选择转台晃动过程中的某一时刻  $t$ ,从  $t$  时刻开始分别使用 OBA 方法、KFBCA 方法以及本文方法进行 30 s 和 50 s 粗对准。其中,对于本文方法,参数设置与 3.1 节中相同。

三种方法对准误差如表 3 所示,对准过程中姿态角误差随时间变化过程如图 6 和图 7 所示,图 7 中箭头 1~4 分别表示第一次正向解算、第一次逆向解算、第二次正向解算以及第二次逆向解算。对于 OBA 及 KFBCA 方法,由于对准 30 s 和对准 50 s 仅存在时间上的差别,在此仅展示对准 50 s 数据。

表 3 三种方法对准误差

Tab. 3 Alignment error of three methods

	俯仰角误差/(°)	横滚角误差/(°)	航向角误差/(°)
OBA 30 s	-0.002 0	0.003 5	-1.987 8
OBA 50 s	-0.001 4	0.002 9	-0.645 0
KFBCA 30 s	0.001 0	0.000 4	-0.744 4
KFBCA 50 s	0.001 3	0.000 2	-0.227 6
本文方法 30 s	-0.001 0	0.002 6	-0.372 8
本文方法 50 s	-0.001 0	0.002 5	-0.165 8

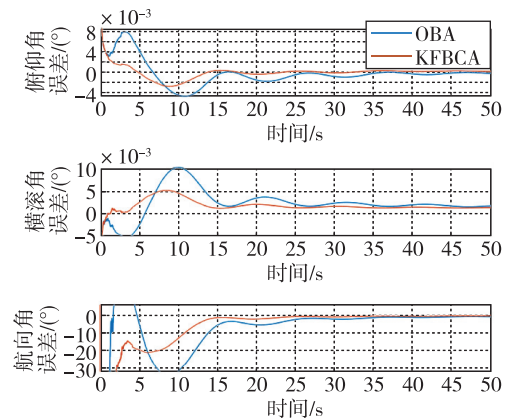


图 6 OBA 方法及 KFBCA 方法的姿态角误差随时间变化  
Fig. 6 Attitude angle error variation over time by OBA and KFBCA methods

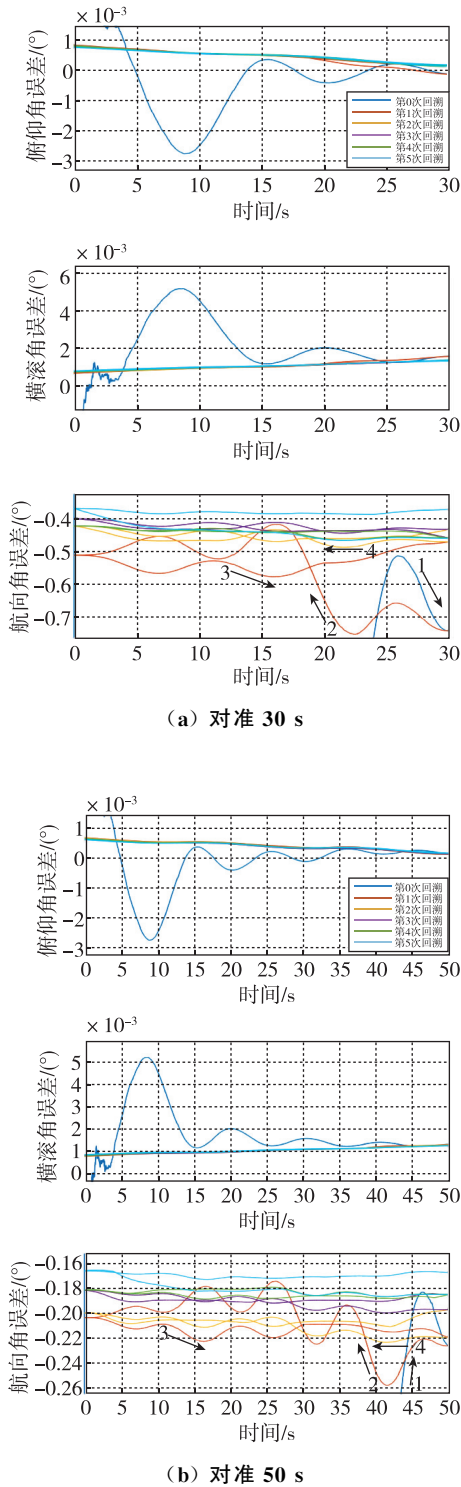


图 7 本文提出方法的姿态角误差随时间变化

Fig. 7 Attitude error variation over time by presented method

由表 3 中对准误差可知,对于俯仰角与横滚角,三种方法的估计精度均较高。对于航向角,综合表 3、图 6 和图 7 可知,在 50 s 内 OBA 方法及 KFBCA 方法均未完全收敛,对准误差较大;而本文方法能够在回溯的过程中继续完成收敛,对准精度优于同时长 OBA 及 KFBCA 方法。

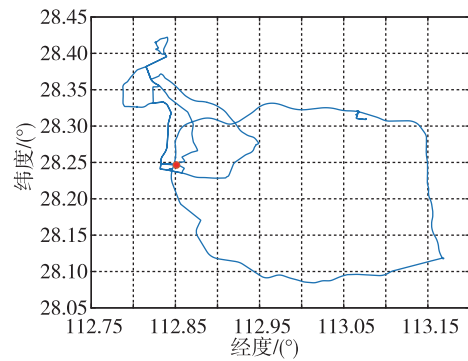
从图 7 中可观察到,在第 1、2 次回溯的过程中航向角估计值仍未完全收敛,而在后续的回溯过程中则逐渐收敛并靠近真值。这验证了本文提出的改进分段积分矢量构建方法在多次回溯过程中的有效性。

### 3.3 车载实验

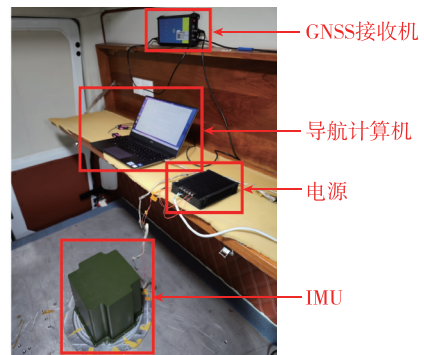
与转台条件不同,实际载体上的 IMU 会受到引擎高频振动以及人员活动的影响,对准精度可能降低。为验证本算法在实际载体上的有效性,进行了车载实验。受实验室条件限制,使用 70 型旋转调制激光惯导替代了 90 型激光惯导。试验车、车载惯导系统及行驶路径如图 8 所示,实验时长共约 10 h。



(a) 试验车



(b) 行车路径

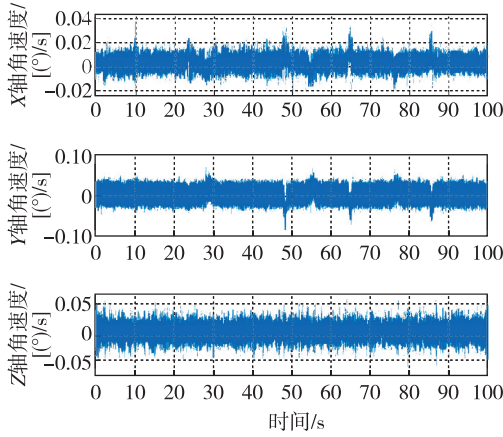


(c) 测试平台

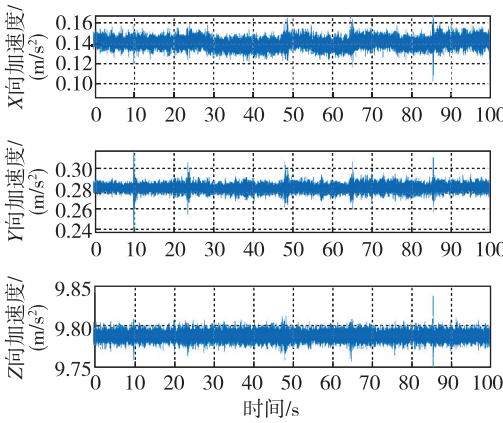
图 8 车载实验

Fig. 8 Vehicle-borne experiment

车载实验对准阶段的部分 IMU 输出数据如图 9 所示,可以看到车辆引擎及车载人员对 IMU 造成了一定干扰,导致 IMU 的输出结果中存在跳变。



(a) 陀螺输出



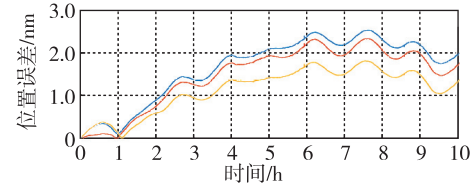
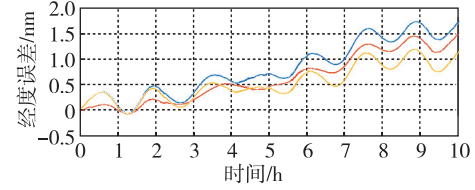
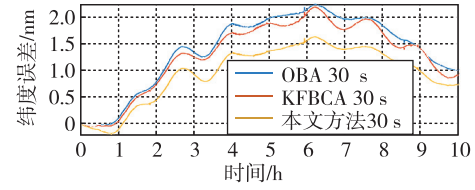
(b) 加表输出

图 9 车载实验中部分 IMU 输出

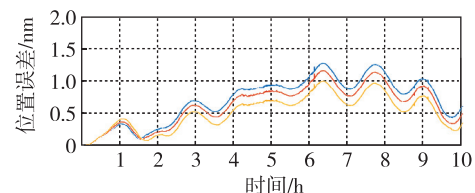
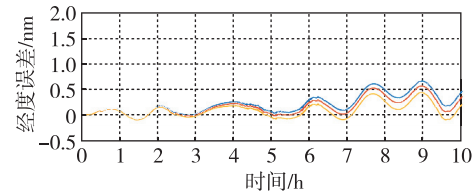
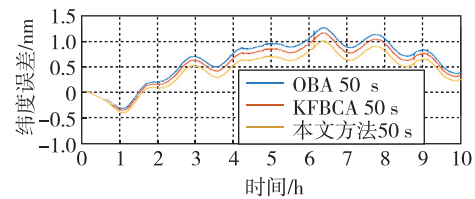
Fig. 9 Some IMU outputs during the vehicle-borne experiment

由于无法得到精度较高的初始姿态参考,实验中采用长时间纯惯性导航的方式来间接对比初始对准姿态误差。实验过程为首先停车进行初始对准,使用期间 IMU 的输出数据,利用 OBA、KFBCA 及本文方法分别进行 30 s 和 50 s 粗对准。而后,基于得到的 6 组初始姿态数据在车辆行驶过程中进行纯惯性导航,由于不同对准算法在对准和随后的纯惯性导航期间均使用同一段 IMU 输出数据,导航过程中的定位精度应在较大程度上与初始对准精度相关,初始对准精度越高,定位误差应当越小。

使用 GPS 得到的经纬度数据作为真值,实验结果如图 10 所示。



(a) 对准 30 s



(b) 对准 50 s

图 10 使用不同粗对准方法得到的初始姿态进行纯惯导的误差结果

Fig. 10 Error results obtained from pure inertial navigation using initial attitudes obtained by different coarse alignment methods

从上述实验结果可观察到,在对准时间为 30 s 和 50 s 时,使用本文方法进行粗对准得到的导航误差均低于使用 OBA 和 KFBCA 方法,因此可认为本文方法短时间内的对准精度优于相同对准时间下的 OBA 和 KFBCA 方法。



## 4 结论

本文在 KFBCA 方法的基础上进一步引入并推导了回溯算法,通过研究与相关实验得到如下结论:

1)本文方法结合了误差建模补偿的闭环方法与回溯算法可加快对准速度、提升对准精度的优势;同时,设计了一种分段积分矢量构建方法,能够在多次回溯的过程中构建更多不共线矢量。

2)实验结果证明,晃动基座条件下,本文方法能够在多次回溯的过程中继续完成姿态估计值的收敛,提升对准精度;同时,本文方法在晃动基座条件下短时间内的粗对准精度优于 OBA 方法和 KFBCA 方法。

在实际应用过程中,本算法可配合回溯精对准以进一步提升对准精度,帮助车辆与武器系统等在短时间内进行快速启动,并为后续的相关研究提供了参考。

## 参考文献

- [1] GAO K, REN S, CHEN X, et al. An optimization-based initial alignment and calibration algorithm of land-vehicle SINS in-motion[J]. *Sensors*, 2018, 18(7): 2081-2093.
- [2] SONG T, LI K, WANG L, et al. A rapid and high-precision initial alignment scheme for dual-axis rotational inertial navigation system [J]. *Microsystem Technologies*, 2017, 23(12): 5515-5525.
- [3] 王东升, 何光宇, 姜希会. 基于逆向 Kalman 滤波的行进间对准[J]. *中国惯性技术学报*, 2020, 28(6): 723-728.  
WANG Dongsheng, HE Guangyu, JIANG Xihui. In-motion alignment scheme based on reverse Kalman filter[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2020, 28(6): 723-728(in Chinese).
- [4] 李海军, 钟润伍, 刘冲, 等. 航海光纤陀螺捷联惯导系统快速对准技术研究[J]. *导航定位与授时*, 2018, 5(2): 17-22.  
LI Haijun, ZHONG Runwu, LIU Chong, et al. Research on rapid alignment for marine FOG SINS[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2018, 5(2): 17-22(in Chinese).
- [5] 于飞飞, 王振桓, 曾庆双, 等. 基于正逆向导航解算的捷联罗经动基座对准研究[J]. *导航定位与授时*, 2020, 7(3): 38-45.  
YU Feifei, WANG Zhenhuan, ZENG Qingshuang, et al. Research on strapdown compass moving base alignment based on forward and reverse navigation solution[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2020, 7(3): 38-45(in Chinese).
- [6] SUN Y, WANG L, CAI Q, et al. In-motion attitude and position alignment for odometer-aided SINS based on backtracking scheme[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 20211-20224.
- [7] 何泓洋, 许江宁, 李京书, 等. 捷联惯导系统改进回溯快速对准方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2015, 23(2): 179-183.  
HE Hongyang, XU Jiangning, LI Jingshu, et al. Improved fast backtracking alignment approach for strapdown inertial navigation system[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2015, 23(2): 179-183 (in Chinese).
- [8] WU M, WU Y, HU X, et al. Optimization-based alignment for inertial navigation systems: theory and algorithm[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2011, 15(1): 1-17.
- [9] CHANG L, HU B, LI Y. Backtracking integration for fast attitude determination-based initial alignment [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2015, 64(3): 795-803.
- [10] HUANG Y, ZHANG Y, WANG X. Kalman-filtering-based in-motion coarse alignment for odometer-aided SINS [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2017, 66(12): 3364-3377.
- [11] HUANG Y, ZHANG Z, DU S, et al. A high-accuracy GPS-aided coarse alignment method for MEMS-based SINS[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 69(10): 7914-7932.
- [12] LUO L, HUANG Y, ZHANG Z, et al. A position loci-based in-motion initial alignment method for low-cost attitude and heading reference system[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 1-18.
- [13] 唐苗, 刘畅. 扰动线运动对惯性系粗对准影响分析及优化方法[J]. *导航定位与授时*, 2022, 9(2): 98-103.  
TANG Miao, LIU Chang. Analysis and improvement methods of the influence of liner vibration on inertial coarse alignment [J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2022, 9(2): 98-103(in Chinese).
- [14] 狄静波, 常路宾. 捷联惯导准静基座大失准角线性初始对准方法研究[J]. *导航定位与授时*, 2022, 9(3): 56-63.  
DI Jingbo, CHANG Lubin. SINS linear initial alignment under quasi-static conditions with large misalignment[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2022, 9(3): 56-63

- (in Chinese).
- [15] 罗莉, 黄玉龙, 常路宾, 等. 捷联惯导系统初始对准研究现状及展望[J]. 中国舰船研究, 2022, 17(5): 301-313.
- LUO Li, HUANG Yulong, CHANG Lubin, et al. Development and prospects of initial alignment method for strap-down inertial navigation system [J]. Chinese Journal of Ship Research, 2022, 17(5): 301-313(in Chinese).
- [16] CRASSIDIS J L, MARKLEY F L, CHENG Y. Survey of nonlinear attitude estimation methods [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(1): 12-28.
- [17] 严恭敏, 翁浚. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2019: 20+199.
- YAN Gongmin, WENG Jun. Strapdown inertial navigation algorithm and integrated navigation principle [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019: 20+199(in Chinese).

(编辑: 黄利华)