doi:10.19306/j. cnki. 2095-8110. 2024. 03. 008

组合动力飞行器吸气段轨迹设计方法研究

王浩鑫,黄一敏,崔蒙蒙,王姝琪

(南京航空航天大学自动化学院,南京 211106)

摘 要:水平起降组合动力可重复使用运载器是未来航天运输系统的重要发展方向。针对采用空 气预冷涡轮火箭发动机的组合动力飞行器在吸气爬升段受多约束条件限制、动力与质量特性变化 大的特点,提出了一种基于动压-高度剖面的轨迹设计方法。通过推导基于高度的质点运动学方 程,得到轨迹参数解算流程,并结合动压、迎角与法向过载的约束边界以及任务窗口确定动压-高度 剖面形状,从而得到满足要求的吸气段标称轨迹。在此基础上,设计了标称轨迹高度跟踪制导律。 仿真结果表明,标称轨迹在吸气段多种不确定性偏差的影响下满足多约束要求,具有较强的鲁 棒性。

关键词:轨迹设计;吸气段;组合动力飞行器;动压剖面 中图分类号:V412.4 文献标志码:A 文章编号:2095-8110(2024)03-0076-09

Air-breathing stage trajectory design method research for combined power vehicle

WANG Haoxin, HUANG Yimin, CUI Mengmeng, WANG Shuqi

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: The future direction of space transportation systems involves the development of a reusable carrier capable of horizontal takeoff and landing. Aiming at the characteristics of multiple constraints and large variation in dynamic and mass characteristics of the combined power vehicle using pre-cooling air turbo rocket (PATR) during the air-breathing stage, a trajectory design method based on dynamic pressure-altitude profile is proposed. The particle kinematics equations based on altitude are derived, the trajectory parameter solving process is obtained. The shape of dynamic pressure-altitude profile is determined by integrating constraints from dynamic pressure, angle of attack, and normal overload, as well as mission windows, resulting in the attainment of the required air-breathing nominal trajectory. On this basis, an altitude-tracking guidance law is designed. The simulation results show that the nominal trajectory meets the requirements of multiple constraints under the influence of various uncertainty deviations during the air-breathing stage, which has strong robustness.

Key words: Trajectory design; Air-breathing stage; Combined power vehicle; Dynamic pressure profile

0 引言

本文研究对象为吸气式组合动力飞行器,采用

空气预冷涡轮火箭发动机(pre-cooling air turbo rocket, PATR)提供动力。飞行器水平滑跑起飞,达到安全高度后进入吸气爬升段,在进入动力切换

作者简介:王浩鑫(1999一),男,硕士研究生,主要从事飞行控制方面的研究。 通信作者:黄一敏(1969—),男,博士,研究员,主要从事飞行控制方面的研究。

收稿日期: 2023-12-02;修订日期: 2024-02-11

窗口后将发动机切换为火箭模态,吸气段结束。与 常规垂直发射方式相比,水平起降式组合动力飞行 器无需专门发射场地,飞行时能充分利用大气中的 氧气,减少氧化剂携带量,大幅提升运载效率。但 PATR工作性能和飞行状态间耦合大,受到多约束 条件限制,飞行器吸气段飞行高度和速度跨度大, 环境变化剧烈,受到多种不确定性影响,轨迹设计 难度也随之上升。飞行器在吸气段能否进入任务 窗口直接影响着后续飞行任务能否完成,因此吸气 段轨迹设计是全程轨迹设计中的难点与重点。

在针对水平起降组合动力飞行器上升段的轨 迹设计研究中,华中凯^[1]基于动压剖面方法与高斯 伪谱法,针对燃油节省问题设计了轨迹;贾晓娟 等^[2]在高度-速度剖面方法的基础上,针对上升段约 束条件的不同分别给出约束边界,最后合并得到完 整轨迹;Huang等^[3]基于俯仰角剖面设计了满足多 约束条件的轨迹;周宏宇^[4]、刘凯等^[5]均基于迎角剖 面简化了轨迹优化问题,完成了轨迹设计;Brinda 等^[6]、Pescetelli等^[7]及 Zhou等^[8]利用粒子群、序列 二次规划等优化算法进行了轨迹设计研究。

上升段轨迹设计研究中,针对垂直发射飞行器 的研究同样可作参考。这类飞行器由于动力方式 和机体构型等差异,考虑的约束条件与性能指标和 水平起飞飞行器有所不同。在运载火箭的相关研 究中,Ichige 等^[9]采用火箭打靶法进行轨迹优化设 计;Lu 等^[10-11]采用直接优化法快速生成轨迹:吴嘉 梁^[12]采用间接法,基于状态响应方程构造迭代方 法,获得了具有良好鲁棒性的最优轨迹;Wei 等^[13] 综合间接法与伪谱法,实现了轨迹快速求解;高天 域等[14] 基于凸优化方法,研究了推力故障时的轨迹 在线重构问题。在垂直发射组合动力飞行器的相 关研究中,叶子青等[15]以逆向策略设计迎角剖面, 获得了 PATR 验证机上升段轨迹:吕翔等[16]采用 基于动压-马赫数剖面的设计方法,完成了火箭基组 合循环(rocket based combined cycle, RBCC)飞行 器爬升段轨迹。可见上升段轨迹设计方法以预设 剖面法和各类优化算法为主。

动压作为吸气段主要约束之一,与迎角、法向 过载等约束条件和马赫数-高度任务窗口区间具有 较强的相关性。因此,基于动压剖面设计轨迹能有 效解决吸气段多约束问题。动压剖面常被用于无 动力返回段的轨迹研究中,孙春贞^[17]、张书雨^[18]基 于动压-高度剖面设计了能量管理段轨迹;吴了 泥^[19]基于动压的预测-校正制导策略,提出了高度-动压剖面的再入段线性规划方法。返回段和吸气段的主要差异在于约束条件不同,并且无动力段中飞行器不存在推力和质量变化等问题。

本文创新点在于采用预设剖面方法,从吸气段 主要约束中选取动压设计剖面,并在轨迹解算中加 入变推力与变质量的计算,结合动压与迎角、过载 等约束以及马赫数-高度区间的相关性设计出剖面 形状,最终得到满足任务要求并具备良好鲁棒性的 吸气段标称轨迹。

本文第1章介绍对象飞行器的飞行任务与约束 条件,以及选用动压进行轨迹设计的原因;第2章分 析上升段运动学特点并给出轨迹参数解算流程;第 3章设计动压-高度剖面形状与参数并得到标称轨 迹;第4章设计高度跟踪制导律对标称轨迹进行鲁 棒性验证。

1 飞行过程描述

1.1 飞行任务

对象飞行器飞行任务上升段过程如图 1 所示。 飞行器首先从机场滑跑起飞,到达一定高度后进入 吸气爬升段,此时发动机工作于吸气模态,在进入 动力切换窗口后,发动机切换至火箭模态,进入火 箭爬升段,完成后续飞行任务。上升段飞行过程与 吸气段任务窗口如图 1 所示。



图 1 中,任务窗口即发动机动力切换窗口,这是 一个高度-马赫数区间(高度 25~30 km,马赫数5~ 5.5),窗口前后分别为吸气段与火箭段,飞行器在这两 段间的推力、油耗和约束条件等特性有着明显差异。 吸气段时,对象飞行器发动机工作于吸气模态,通过吸入大量空气获取氧用于燃料助燃,这需 要维持发动机进气量充足且进气平稳,确保其正常 工作以产生足够的推力,因此飞行器的迎角及变化 率需要严格约束。但直接基于迎角-高度剖面设计 出的轨迹对于制导控制系统的要求较高,实际工程 应用中飞行器难以沿迎角剖面飞行。而动压同时 与迎角和法向过载具备相关性,且变化缓慢,因此 更适合作为轨迹设计的输入参数。

1.2 约束条件

飞行器在吸气段的约束主要可分为三类:发动 机工作条件约束、机身强度约束和任务窗口约束。 其中,发动机工作条件约束主要以迎角与迎角变化 率为主,超出约束将导致发动机停机;机身强度约 束则主要以动压与法向过载为主,超出约束会导致 机身解体。约束条件汇总如表1所示。

表1 对象飞行器吸气段约束条件

Tab. 1 Air-breathing stage constraint conditions

约束类别	约束条件	约束范围
发动机工作条件	迎角/(°) 迎角变化率/[(°)/s]	$-6 \sim 9$ $-2 \sim 2$
机身强度	动压/kPa 法向过载/g	≪80 <3.0
任务窗口	高度/km 马赫数	$25/26 \sim 30$ 5~5.5

2 轨迹设计算法

2.1 质点运动学分析

设计轨迹时,将飞行器简化为质点,质点的运 动曲线即为飞行轨迹。飞行器在上升段的质点受 力图如图 2 所示。



图 2 对象飞行器上升段受力分析示意图



图 2 中, *T* 为飞行器推力;*L* 为气动升力;*D* 为 气动阻力;γ 为轨迹角;θ 为机体俯仰角;α 为迎角; *x*_a 为速度轴;*x*_b 为机体轴。

结合图 2 的受力图可以给出飞行器的质点运动 学方程,如式(1)

 $\dot{mv} = T\cos\alpha - D - mg\sin\gamma$

 $mv\gamma = T\sin\alpha + L - mg\cos\gamma \tag{1}$

根据动压 Q 与速度 v 和大气密度 ρ 的关系式 $Q = \rho v^2/2$,用动压替代式(1)中的速度量,并将式中 对时间微分改为对高度微分,可得动压对高度微分 的质点运动学方程如式(2)

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}H} = \left[\left(\frac{1}{\rho} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}H} - \frac{\rho S C_D}{m \sin\gamma} \right) Q + \rho \frac{T \cos\alpha}{m \sin\gamma} - \rho g \right]$$
$$Q = \frac{T \sin\alpha - mg \cos\gamma}{2 \frac{m}{\rho} \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}H} \sin\gamma - S C_L}$$
(2)

式中, C_L, C_D 分别为飞行器升力系数与阻力系数; S 为机体参考面积。

飞行器在吸气段受气动力、重力和推力共同作用,气动力大小与迎角和速度相关,推力大小与高 度和速度相关。因此,吸气段通过跟踪动压,在保 持较小迎角的同时实现对高度与速度的跟踪。

2.2 变质量变推力计算

对象飞行器在吸气段中从亚音速到高超音速、 从低空到高空,飞行包线大、时间长。由吸气段起 点至终点,发动机推力减少77%,质量减少10%,变 化显著,如表2所示。因此,轨迹设计时需要对质点 运动学方程中的质量和推力参数进行精确计算。

表 2 吸气段推力与质量变化对比

Tab. 2 Comparison of thrust and mass changes in the

air-breathing stage

参数名称	吸气段起点	吸气段终点
推力/kN	3 700	840
质量/t	149	134

2.2.1 变推力计算

推力计算与气动力计算相似,由高度 H、马赫数 Ma 插值得到实时推力 T,如式(3)所示

$$T = f_T(H, Ma) \tag{3}$$

式中, f_T 为吸气模态发动机推力二维插值函数,推力计算不需要考虑时间变化。

2.2.2 变质量计算

对象飞行器初始质量为 149 t,通过高度、马赫

(5)

数插值计算可获得发动机比冲,从而计算出实时耗 油量,再将其对时间积分计算实时质量变化,最后 得到对象飞行器的实时质量,如式(4)所示

$$M_{n+1} = M_n - \left[T / (I_{sp} \cdot g) \right] \cdot dt$$
$$dt = \frac{dH}{\pi sin\gamma}$$
(4)

式中, M_n 与 M_{n+1} 分别为前后时刻的质量; T, I_{sp} 与 g 则分别是上一时刻的推力、比冲与重力常数。在 获得实时质量后,可计算得到飞行器实时重心位 置, 如式(5)所示

$$egin{aligned} x_{ ext{cg}} = & x_{ ext{cg0}} + \Delta x_{ ext{cg}} \, rac{\Delta M}{M} \ & \Delta x_{ ext{cg}} = & x_{ ext{cg2}} - x_{ ext{cg0}} \end{aligned}$$

式中, x_{cg0} 与 x_{cgz} 分别为满载燃油与燃油耗尽时的 x 轴重心位置; x_{cg} 与 Δx_{cg} 为实时重心位置及变化 量。通过计算已耗油量与总油量的比值计算出重 心的偏移距离, 从而获得当前时刻重心位置 x_{cg} 。

2.3 轨迹仿真算法

基于动压-高度剖面进行轨迹设计时,需要预先 设计好剖面形状,在得到每一高度处的动压与动压 变化率后,通过最优求解方法获得满足性能指标 J 的迎角、轨迹角等参数,进而计算得到其余各状态 参数。

具体的轨迹参数解算流程如图 3 所示。



图 3 动压-高度剖面轨迹设计流程图

Fig. 3 Design process diagram of dynamic pressure profile trajectory

轨迹参数解算流程主要包含4个要点:

(1)初始状态

初始状态的参数需根据吸气段起点条件进行 选择。吸气段起始高度 1.1 km,初始动压 22 kPa, 初始轨迹角 25°,初始迎角 5°,初始质量 149 t。

(2)输入条件

输入条件为动压-高度剖面。实际飞行时,飞行 器不可能沿一条强非线性的剖面爬升,因此一般选 择简易的线性形状,这样也便于使用公式对剖面进 行数学描述,从而简化设计过程。本文采用以特定 高度作为转折点的多段折线形状进行设计,如图 4 所示。吸气段全程动压约束范围为≪80 kPa,任务 窗口高度上限为 30 km(见表 1),因此整个剖面须 保持在该区间内。

(3)解算流程

解算流程是根据预设的动压-高度剖面,获取当前高度的动压值 Q_n 与动压变化率 d Q_n ,再通过寻优 算法获取满足性能指标J的迎角 α_n 与轨迹角 γ_n ,如 式(6)所示。若 α_n 与 γ_n 满足要求,则高度增加步长 dH。再计算新的 Q_{n+1} 与 d Q_{n+1} 并将这些值作为新 的输入值,由此不断循环计算得到每个高度下对应 的各状态量。

$$J = (Q(H_{k+1}) - Q_{c}(H_{k+1}))^{2} + \left(\frac{\mathrm{d}Q(H_{k+1})}{\mathrm{d}H} - \frac{\mathrm{d}Q_{c}(H_{k+1})}{\mathrm{d}H}\right)^{2}$$
(6)

(4)结束标志

轨迹计算的结束标志与任务窗口相关,当高度 与马赫数中任一参数达到窗口范围上限时即停止 计算,此时视为已完成轨迹解算。

3 动压-高度剖面设计

3.1 剖面形状设计

由高度与速度的关系式 $\dot{H} = v \sin \gamma$,结合式 (1),可得到速度对高度微分的运动学方程如式(7) 所示

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}H} = \frac{\frac{T\cos\alpha}{m} - \frac{D}{m} - g\sin\gamma}{v\sin\gamma} \tag{7}$$

华中凯¹¹根据低空段快速爬高,达到一定高度 后增速,从而节省燃料消耗的思路进行了剖面形状 的设计。但由式(7)可知,当速度与高度的变化率 比值较小时,迎角较大,因而容易迎角超限,该策略 对应的动压高度剖面形状如图 4 中①所示:动压前 期缓慢增加,后期快速提升。由于吸气段有着严格 的迎角约束,为减小迎角,根据式(7),增大速度与 高度的变化率比值,即在飞行前期推力更多用于增 速,减小迎角值,此时动压快速增加,中后期定动压 飞行,此时大气密度变化减缓,推力做功在爬高与 增速间达到一个适宜的平衡,最后在飞行末端调整 动压大小使飞行器能顺利进入任务窗口,该策略对 应的动压高度剖面形状如图 4 中②和③所示。



在预设好动压-高度剖面形状后,分别基于上述 3种剖面形状进行轨迹解算,得到轨迹各状态量如 图 5 所示。其中,起点为(1.1 km, 22 kPa),终点为 (2.7 km, 40 kPa);形状①转折点为(15 km, 26 kPa),形状②转折点为(10 km, 40 kPa),形状③ 转折点为(10 km, 60 kPa)和(20 km, 60 kPa)。

由图 5 可以看出,3 种剖面形状下,迎角曲线形 状相似,但其最大迎角值与最大迎角所处高度不 同。轨迹①策略为前期快速爬高,轨迹全程法向过 载满足约束要求,但迎角在中后期一直接近于约束 边界;轨迹③迎角接近约束边界的高度范围比①更 大,同时轨迹前期增速较多,因此其法向过载超出 了约束边界;而②则避免了前两者的问题,因此综 合考虑迎角约束与法向过载约束,选取形状②作为





轨迹设计的基本剖面形状。

3.2 剖面参数设计

经过上述分析可知,经由动压-高度剖面形状② 计算得到的轨迹能在同时满足迎角约束和法向过 载约束上取得平衡,因此接下来主要确定该形状轨 迹的可调参数,即转折点的高度 H₁ 与定动压值 Q_{max} 的大小,如图 6 所示。



Fig. 6 Dynamic pressure-altitude profile parameter diagram

 H_1 需在 1.1 km ~ 30 km 间取值,当 H_1 接近 于起始高度 1.1 km 时,由于高度几乎不变而动压 快速上升,飞行器会以平飞的形式快速增速,这会 令轴向过载过大,且造成燃料浪费。而若 H_1 接近 高度上限,此时轨迹动压仍在上升,飞行器可能会 出现降高增速的情况,导致无法进入任务窗口。因 此, H_1 取值应远离高度范围上下限。

图 6 中任一高度处的动压与动压变化率均可通 过剖面的数学表达式计算获得,如式(8)所示

$$Q_{h} = \begin{cases} \frac{Q_{\max} - Q_{0}}{H_{1} - H_{0}} (h - H_{0}) + Q_{0} & h < H_{1} \\ Q_{\max} & h > H_{1} \end{cases}$$
(8)

由此,通过对转折点的参数进行调整,找出适当的轨迹参数。首先调节转折点高度 H_1 ,在4~ 22 km 范围内以2 km 为步长对 H_1 取值,将 Q_{max} 暂 定为40 kPa,得到轨迹如图 7 所示。

由图 7 可见,转折点高度 H₁ 对生成轨迹的影响主要体现在飞行前期的迎角与法向过载参数上, 这是相邻轨迹间动压曲线的斜率不同导致的,可根 据这 2 个参数从轨迹簇中选取出效果较好的结果, 将 H₁确定为 10 km。





吸气段任务窗口由高度与马赫数共同组成,由此 可获得任务窗口的动压范围,如 30 km 高度与 5.5 马 赫数时,考虑当前大气密度等参数,可计算出此时动 压值约为 44.6 kPa。Q_{max} 取值需要保持在任务窗口 范围内,确保飞行器沿轨迹飞行能进入任务窗口。

根据类似前述 H₁的对比选取法对最大动压值 Q_{max} 进行设计,依据生成轨迹结果确定 Q_{max} 值为 40 kPa。最后得到轨迹如图 8 所示。





由图 8 可见,该条轨迹能够在满足各项约束条件的情况下进入任务窗口,达成预期设计目标,因此将该条轨迹作为吸气段标称轨迹。

4 鲁棒性验证

为验证吸气段标称轨迹的鲁棒性,考虑质量、 气动及推力与大气环境不确定性,设计高度跟踪制 导律,进行蒙特卡罗制导仿真验证。

4.1 制导律设计

吸气段任务窗口是一个高度与马赫数构成的 范围,若飞行器始终精确跟踪标称速度-高度轨迹, 便能顺利进入任务窗口,完成吸气段任务。高度制 导律如式(9)所示

 $\theta = \theta_{c} + K_{\theta}^{H}(H - H_{c}) + K_{\theta}^{H}(\dot{H} - \dot{H}_{c})$ (9) 式中, H 与 H 为实时高度与高度变化率; H_c 为在标 称轨迹中按马赫数插值所得高度指令; H_c 是按高度 插值所得高度变化率指令; θ_{c} 为标称轨迹俯仰角指 令; θ 为实际输出俯仰角指令; K_{θ}^{H} 与 K_{θ}^{H} 分别为高 度与高度变化率反馈参数。

结合物理概念,当实际高度或高度变化率大于 标称轨迹时,俯仰角修正量为负,减小俯仰角,使推 力更多用于增速而非爬高,从而实现对高度-马赫数 轨迹的跟踪,因此 K_{θ}^{H} 与 K_{θ}^{dH} 均取负值,本节中 K_{θ}^{H} 取-0.003, K_{θ}^{dH} 取-0.03。

4.2 仿真结果

主要考虑的不确定性因素如表 3 所示。

表 3 上升段纵向不确定性因素及偏差范围表

 Tab. 3
 Vertical uncertainty factors and deviation

 range in the ascending stage

不确定性类型	不确定性项目	偏差范围
质量偏差	质量偏差/%	± 5
气动偏差	轴向力系数偏差/% 法向力系数偏差/%	± 10 ± 10
推力偏差	推力大小偏差/% 推力方向偏差/(°)	± 5 ± 0.5
大气偏差	大气密度偏差/% 风场/(m/s)	$\pm 10 \\ 2 \sim 50$

1000组蒙特卡罗仿真结果如图 9 所示。

由图 9 可见,所有不确定性偏差影响下飞行器均 能进入任务窗口,且动压、迎角与法向过载始终保持 在约束范围内,满足飞行任务要求。这表明本文设计 的吸气段轨迹是合理的,并具有较强的鲁棒性。



5 结论

1)本文提出了一种基于动压-高度剖面的组合 动力飞行器吸气段轨迹设计方法,在吸气段起点与 终点状态已知的基础上,针对飞行器同时受到动 压、迎角、法向过载等多个约束限制且推力与质量 变化巨大的特点,设计了动压-高度剖面形状,获得 能满足所有约束条件的吸气段标称轨迹。

2)设计了高度制导律用以验证标称轨迹的鲁 棒性,在质量、气动及推力与大气环境等吸气段常 见不确定性偏差影响下,飞行器均能进入任务窗 口,并满足所有约束条件,证明了标称轨迹具有良 好的鲁棒性,从而验证了本文轨迹设计方法在水平 起降组合动力飞行器吸气段的有效性,拓展了该方 法的应用领域。

3)本文所提的动压-高度剖面轨迹设计方法属 于离线轨迹生成方法。在实际飞行过程中,飞行器 可能会受到更复杂更强的不确定性影响,标称轨迹 无法满足任务需求,需要结合如在线轨迹生成等方 法,提升本文方法的有效性。

参考文献

- [1] 华中凯.组合动力飞行器上升段纵向制导与控制技术研究[D].南京:南京航空航天大学,2021.
 HUA Zhongkai. Research on longitudinal guidance and control technology of ascent phase of combined-cycle vehicle[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2021(in Chinese).
- [2] 贾晓娟, 闫晓东.吸气式组合动力飞行器爬升轨迹设 计方法研究[J].西北工业大学学报, 2015, 33(1): 104-109.

JIA Xiaojuan, YAN Xiaodong. Ascent trajectory design method for air-breathing powered propulsion system[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2015, 33(1): 104-109(in Chinese).

- [3] HUANG J, SUN C, FENG W. Ascent trajectory design method for air-breathing combined power hypersonic vehicle[C]// Proceedings of International Conference on Guidance, Navigation and Control. Harbin, 2022: 3970-3980.
- [4] 周宏宇.组合动力可重复使用运载器三维轨迹优化与在 线制导方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019.
 ZHOU Hongyu. Study on three-dimensional trajectory optimization and online guidance for combined-cycle based reusable launch vehicle[D]. Harbin: Harbin Institute of

Technology, 2019(in Chinese).

[5] 刘凯,郭健,周文雅,等.吸气式组合动力高超声速
 飞行器上升段制导方法研究[J]. 宇航学报,2020,
 41(8):1023-1031.

LIU Kai, GUO Jian, ZHOU Wenya, et al. Investigation on ascent guidance law for air-breathing combined-cycle hypersonic vehicle[J]. Journal of Astronautics, 2020, 41 (8): 1023-1031(in Chinese).

- [6] BRINDA V, DASGUPTA S, LAL M. Trajectory optimization and guidance of an air breathing hypersonic vehicle[C]// Proceedings of 14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. Canberra: AIAA, 2006: 7997.
- [7] PESCETELLI F, MINISCI E, MADDOCK C, et al. Ascent trajectory optimisation for a single-stage-to-orbit vehicle with hybrid propulsion[C]// Proceedings of 18th AIAA/3AF International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. Tours: AIAA, 2012:5828.
- [8] ZHOU H, WANG X, BAI Y, et al. Ascent phase trajectory optimization for vehicle with multi-combined cycle engine based on improved particle swarm optimization [J]. Acta Astronautica, 2017, 140: 156-165.
- [9] ICHIGE K, YOTSUEDA N. Weighted shooting method for high-resolution DOA estimation based on sparse spectrum fitting[C]// Proceedings of 24th European Signal Processing Conference. Budapest: IEEE, 2016.
- [10] LU P, GRIFFIN B, DUKEMAN G, et al. Rapid optimal multi-burn ascent planning and guidance[C]// Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head: AIAA, 2007: 6773.
- [11] LU P, GRIFFIN B J, DUKEMAN G A, et al. Rapid optimal multiburn ascent planning and guidance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(6): 1656-1664.
- [12] 吴嘉梁.基于间接法的上升段轨迹优化方法研究
 [J].导航定位与授时,2016,3(2):14-19.
 WU Jialiang. Indirect method-based ascent trajectory optimization[J]. Navigation Positioning and Timing, 2016,3(2):14-19(in Chinese).
- [13] WEI J, TANG X, YAN J. Costate estimation for a multiple-interval pseudospectral method using collo-

cation at the flipped Legendre-Gauss-Radau points[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinicaion, 2017: 1-15.

 [14] 高天域,何睿智,温长新,等.运载火箭推力故障下 轨迹在线重规划方法[J].飞控与探测,2022,5(6): 93-100.

GAO Tianyu, HE Ruizhi, WEN Changxin, et al. Online replanning method for trajectory under launch vehicle thrust failure[J]. Flight Control & Detection, 2022, 5(6): 93-100(in Chinese).

[15] 叶子青,牧童,王浩鑫.某组合动力验证机上升段轨
 迹设计技术研究[J].机械制造与自动化,2023,52
 (3):123-127.
 YE Ziqing, MU Tong, WANG Haoxin. Study on trajec-

tory design technology of ascent phase of a combined power vehicle[J]. Machine Building & Automation, 2023, 52(3): 123-127(in Chinese).

- [16] 吕翔,何国强,刘佩进. RBCC 飞行器爬升段轨迹设 计方法[J]. 航空学报,2010,31(7):1331-1337.
 LYU Xiang, HE Guoqiang, LIU Peijin. Ascent trajectory design method for RBCC-powered vehicle[J].
 Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31 (7):1331-1337(in Chinese).
- [17] 孙春贞,黄一敏,郭锁凤.重复使用运载器末端能量
 管理段轨迹线设计[J].系统工程与电子技术,2007, 29(6):909-914.
 SUN Chunzhen, HUANG Yimin, GUO Suofeng. Traj-

ectory design for terminal area energy management of reusable launch vehicle[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007,29(6): 909-914(in Chinese).

- [18] 张书雨.重复使用运载器能量管理轨迹设计与制导研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2021. ZHANG Shuyu. Terminal area energy management trajectory design and guidance research for reusable launch vehicle[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021(in Chinese).
- [19] 吴了泥.可重复使用运载器亚轨道再入段制导与控制技术研究[D].南京:南京航空航天大学,2009.
 WU Liaoni. Research on guidance and control technology of suborbital reentry for reusable launch vehicle[D].
 Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009(in Chinese).

(编辑:孟彬)