

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2024.03.014

基于加工误差仿真的半球谐振子优化设计

郑超, 张林, 肖茵静, 王锐

(北京航天时代激光导航技术有限责任公司, 北京 100094)

摘要: 针对半球谐振陀螺谐振子制造过程中存在的加工误差, 采用有限元仿真, 分析了半球谐振子结构参数、尺寸公差和形位公差变化对其工作模式频率和临近模式频率的影响, 研究了半球谐振子形位公差变化对频率裂解和品质因数的影响。通过仿真分析可知, 半球谐振子结构参数壁厚、半球中心半径及内倒角半径都会影响模式频率; 半球谐振子形位公差中的内外球心距离误差对其工作模式影响较大, 中心轴平行误差对频率裂解和品质因数影响较大; 半球谐振子壁厚、内倒角半径、小柱半径及内外球心距离误差变化会使工作模式频率与相邻模式间存在干扰。在此基础上, 提出了半球谐振子结构参数及形位公差优化设计建议, 并通过半球谐振子品质因数 Q 值和频率裂解测量对该建议进行了验证。

关键词: 形位公差; 有限元仿真; 半球谐振子; 模式频率; 频率裂解; 品质因数

中图分类号: V241.5

文献标志码: A

文章编号: 2095-8110(2024)03-0136-12

Optimization design of hemispherical harmonic oscillator based on machining error simulation

ZHENG Chao, ZHANG Lin, XIAO Yinjing, WANG Rui

(Beijing Aerospace Times Laster Inertial Navigation Technology Co., Ltd., Beijing 100094, China)

Abstract: In response to the machining errors in the manufacturing process of hemispherical resonator gyroscopes, finite element simulation is used to analyze the effects of structural parameters, dimensional tolerances, and geometric tolerances on the working mode frequency and adjacent mode frequency of the hemispherical resonator. The effects of positional tolerances on frequency splitting and quality factor are studied. Through simulation analysis, it can be concluded that the structural parameters of the hemispherical resonator, such as wall thickness, hemispherical center radius, and internal chamfer radius, all affect the mode frequency; the distance error between the inner and outer spherical centers in geometric tolerance of the hemispherical resonator has a significant impact on the working mode of the hemispherical resonator, and the parallel error of the central axis of the hemispherical resonator has a significant impact on frequency splitting and quality factor; the variation in wall thickness, inner chamfer radius, small column radius, and distance between inner and outer spherical centers of the hemispherical resonator results in interference between the working mode frequency and adjacent modes. On this basis, optimization design suggestions for the structural parameters and geometric tolerances of the hemispherical resonator are proposed, and these suggestions are verified through quality factor Q values and frequency splitting measurements of the hemispherical resonator.

收稿日期: 2023-08-03; 修订日期: 2024-02-11

作者简介: 郑超(1990—), 女, 博士, 主要从事陀螺技术方面的研究。

Key words: Geometric tolerances; Finite element simulation; Hemispherical harmonic oscillator; Mode frequency; Frequency splitting; Quality factor

0 引言

半球谐振陀螺是一种基于哥氏效应的固体波动陀螺,无传统机械陀螺的高速转子和活动支撑,具有精度高、寿命长、可靠性高、体积小、抗过载能力强等优势,在太空、陆地和海上、航空、卫星运载等多个领域有着广阔的应用前景^[1-3]。随着航天技术的深入发展,作为关键惯性导航器件,半球谐振陀螺在各个技术领域的应用引起世界各国高度重视。

半球谐振子作为高精度半球谐振陀螺的核心部件,其性能直接决定了半球谐振陀螺的工作精度。半球谐振子由具有高品质因数、低膨胀系数和极好的化学稳定性的熔融石英材料精密加工而成^[4-5]。但熔融石英材料硬度高而脆,半球谐振子又为异形薄壳复杂曲面结构,故高精半球谐振子制造加工难度大,在加工制造过程中一定会存在加工误差,影响半球谐振陀螺稳定性及零位漂移等指标。因此,必须通过对半球谐振子加工误差进行分析以优化结构参数,从而实现半球谐振子的高精密加工。

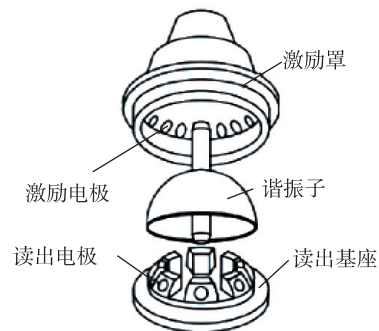
针对半球谐振子结构参数优化设计,谭品恒等^[6]综合考虑半球谐振子结构对抗模态干扰和抗冲击过载的影响,对半球谐振子的壁厚和轴柄半径进行优化设计,得到了其结构参数取值范围。李毅轩等^[7]采用有限元方法对不同结构参数谐振子进行模态分析,发现球壳厚度和支撑柱半径之比小于1/3时更易激发工作模态,拉大工作模态与干扰模态频差。余波等^[8]从对各阶模态振型和频率影响的角度,优化设计半球谐振子结构参数,以避免振型间频率耦合。沈博昌等^[9]通过分析结构尺寸变化对半球谐振子固有频率的影响,优化 Ψ 型半球谐振子的壁厚和杆直径结构参数,以提升半球谐振陀螺整体性能。前述文献中,针对半球谐振子结构设计的研究主要集中在壁厚和杆直径尺寸参数优化设计上,而关于半球谐振子加工误差对模态、频率裂解及品质因数等性能指标影响的研究较少。

本文针对半球谐振陀螺谐振子制造过程中存在的加工误差,采用有限元仿真,分析了半球谐振子结构参数、尺寸公差和形位公差变化对其工作模

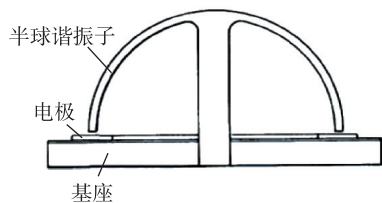
态频率和临近模态频率的影响,研究了半球谐振子形位公差变化对频率裂解和品质因数的影响。在此基础上,提出了半球谐振子结构参数及形位公差优化设计建议,并通过半球谐振子品质因数和频率裂解测量对该建议进行了验证。

1 半球谐振陀螺结构及工作原理

半球谐振陀螺是基于振动的谐振子绕其对称轴转动时产生的哥氏效应进行角速率或角度测量^[10-12]。目前,半球谐振陀螺典型结构形式主要为两类^[13]:三件套构型和两件套构型。三件套构型由半球谐振子、激励电极和检测电极组成,封装在金属真空罩中,通过激励电极、半球谐振子和检测电极表面的金属镀膜层将半球谐振子振动形态转变为可检测电信号。两件套构型是在经典三件套构型的基础上,将激励电极与检测电极集成到一个零件上,如图1所示。



(a) HRG 三件套构型



(b) HRG 两件套构型-平面电极形式

图1 半球谐振陀螺结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of hemispherical resonant gyroscope structure

半球谐振子是半球谐振陀螺的测量敏感部件,其形状为带有中心支撑杆的半球形薄壁壳体,结构

示意图如图 2(a) 所示。半球谐振子采用静电激励产生振动,利用检测电极测量半球谐振子球壳振动,通过数学解调得到陀螺绕敏感轴的旋转角度^[14-15]。当有角速度输入时,由于哥式力作用,半球谐振子振动的振型相对于半球谐振子反方向旋转。半球谐振子的工作振型是二阶模态,按四波腹振动,驻波由 4 个波腹和 4 个波节组成,如图 2(b) 所示。

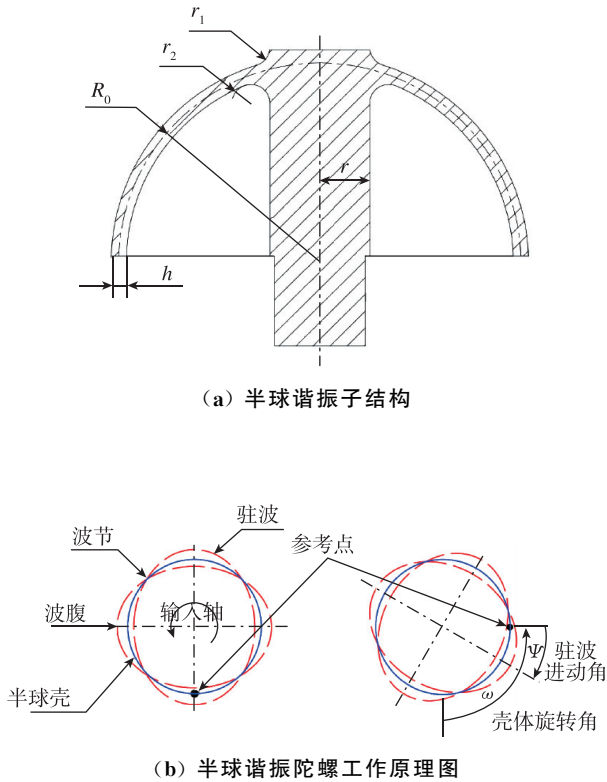


图 2 半球谐振陀螺工作原理及谐振子结构图

Fig. 2 Working principle of hemispherical resonator gyro and structure diagram of harmonic oscillator

半球谐振子的结构是影响半球谐振陀螺角速率或角度测量精度的重要因素。本文针对半球谐振陀螺两件套构型-平面电极形式的半球谐振子,由于加工引起的形位公差对半球谐振子振动模态固有频率、频率裂解和品质因数的影响,进行了结构参数、尺寸公差和形位公差优化设计。

2 半球谐振子结构参数优化设计

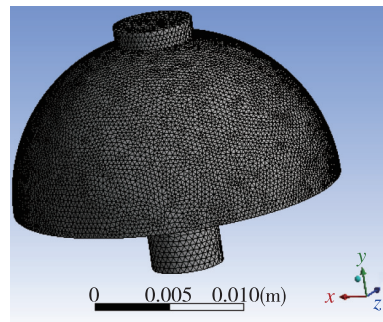
半球谐振子加工过程中因加工工艺引起结构参数尺寸偏差会影响半球谐振子工作模态振动特性,进而使半球谐振子工作模态与相邻模态之间存在干扰。本章分析了半球谐振子结构参数变化对模

态振动特性的影响规律,在考虑加工难易程度的基础上,给出了半球谐振子结构参数以避免半球谐振子工作模态与相邻模态干扰。

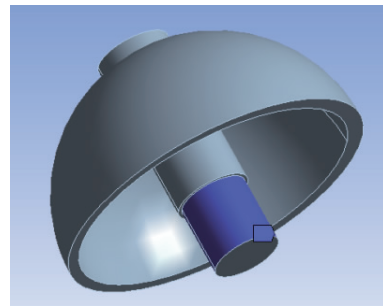
2.1 半球谐振子模态分析

半球谐振子材料选用熔融石英玻璃,其弹性模量 E 为 76.7 GPa,密度 ρ 为 2 200 kg/m³,泊松比 μ 为 0.17。有限元模型如图 3 所示,采用 Patch Conforming 法进行四面体单元网格划分,共生成节点 382 818 个,单元 249 998 个,对半球谐振子支撑杆安装面施加周向固定约束,采用 Lanczos 法对半球谐振子进行模态分析。

有限元仿真各阶振型如图 4 所示。



(a) 有限元模型网格划分



(b) 有限元模型约束

图 3 半球谐振子有限元模型

Fig. 3 Finite element model of hemispherical oscillator

一二阶振型为半球谐振子支撑杆不变形而球壳倾斜摇摆模态,三阶振型为半球谐振子支撑杆不变形而球壳拉伸压缩模态,四五阶振型为半球谐振子支撑杆不变形而球壳四波腹振动模态(工作模态),六七阶振型为半球谐振子球壳随支撑杆摆动模态,八九阶振型为半球谐振子支撑杆不变形而球壳六波腹振动模态,十阶振型为半球谐振子支撑杆不变形而球壳上下振动模态。

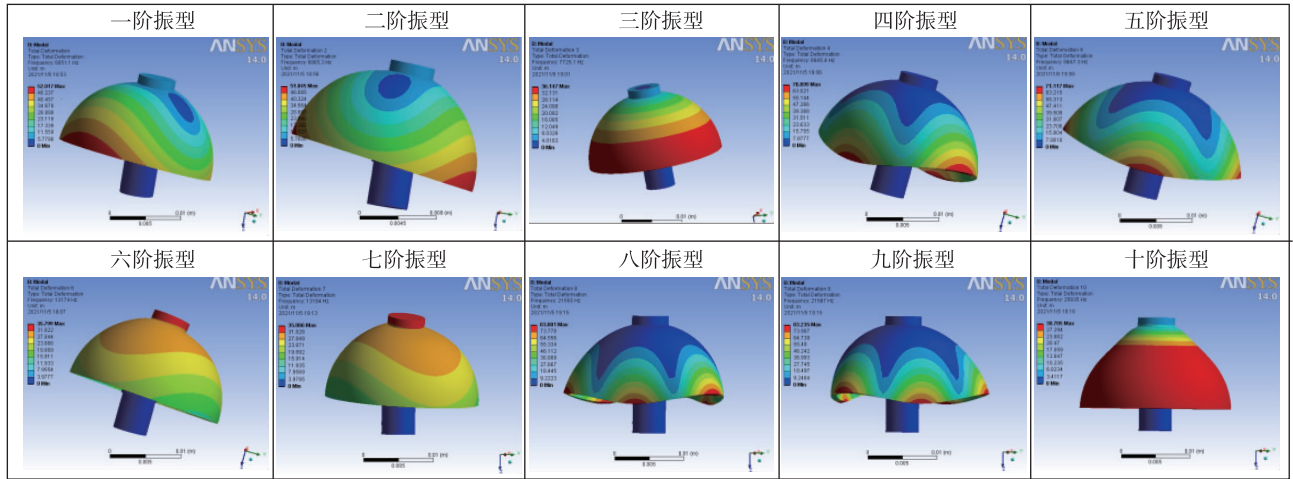


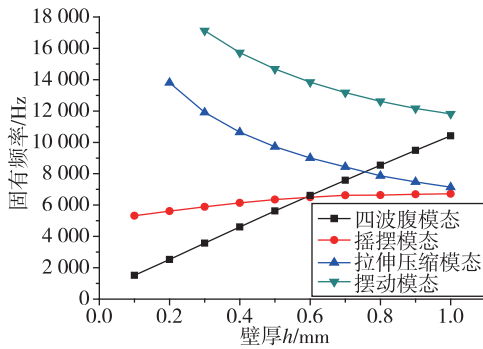
图 4 半球谐振子十阶振型图

Fig. 4 Finite element simulation of the tenth order mode of hemispherical oscillator

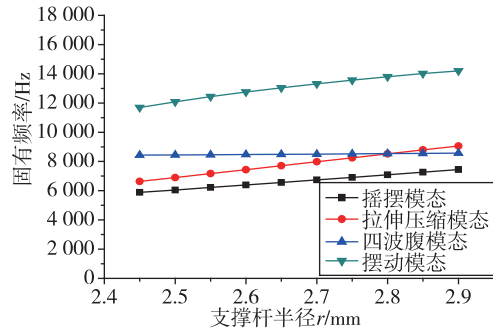
2.2 结构参数对固有频率的影响

半球谐振子加工过程中,由于刀具的角度加工误差、刀具磨损等,其结构参数存在一定加工误差,从而对振子的振动特性产生影响。设半球谐振子主要结构尺寸参数为:内倒角半径 r_2 、外倒角半径

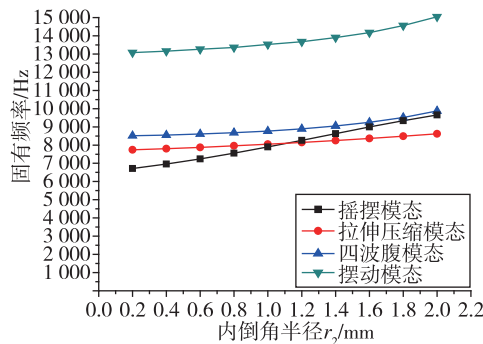
r_1 、支撑杆半径 r 、壁厚 h 、中心半径 R_0 。针对半球谐振子 5 种结构参数分别进行有限元仿真,并分析其对半球谐振子的振动特性的影响,仿真结果如图 5 所示。为避免模态频率引起干扰,定义固有频率差值 $\Delta f \leq \pm 200$ Hz,模态频率相近。



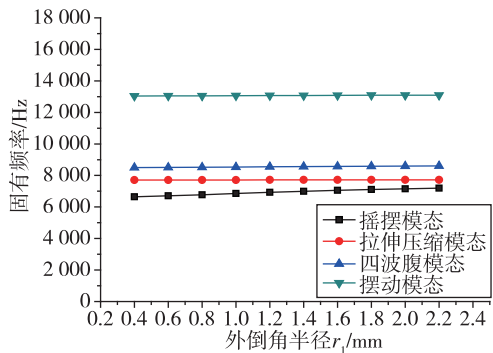
(a) 壁厚与固有频率关系



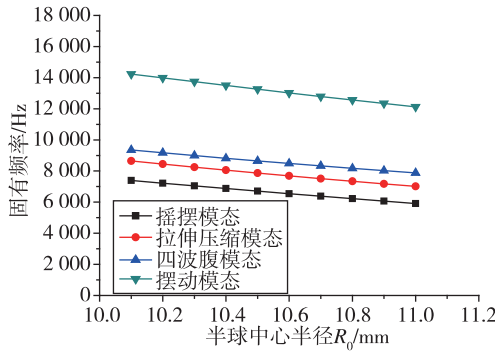
(b) 支撑杆半径与固有频率关系



(c) 内倒角半径与固有频率关系



(d) 外倒角半径与固有频率关系



(e) 半球中心半径与固有频率关系

图5 半球谐振子结构参数与固有频率关系

Fig. 5 Relationship between structural parameters and natural frequency of hemispherical oscillator

由图5半球谐振子结构参数变化仿真结果可知:

1) 半球谐振子振动模态频率随半球谐振子壁厚、支撑杆半径、内倒角半径变化,工作模态频率与其他模态频率间存在干扰。半球谐振子壁厚为0.55~0.60 mm及0.75~0.78 mm,内倒角半径范围为1.6~2.0 mm,支撑杆半径范围为2.76~2.84 mm,固有频率差值 $\Delta f \leq \pm 200$ Hz,四波腹工作模态频率与相邻模态存在干扰,半球谐振子加工时需要避免上述尺寸范围。

2) 半球谐振子振动模态频率随内倒角半径、外倒角半径、支撑杆半径增加而增加,其中,随外倒角半径、支撑杆半径呈线性增加;半球谐振子振动模态频率随半球中心半径的增加而呈线性减小。

半球谐振子尺寸公差变化对半球谐振子四波腹模态固有频率仿真结果如图6所示。

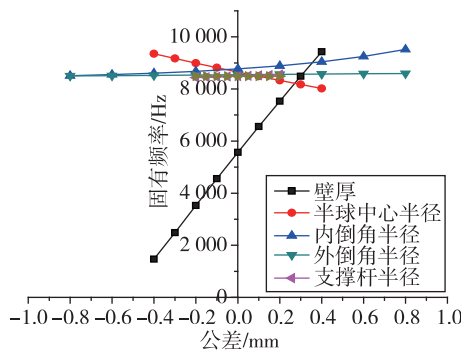


图6 半球谐振子尺寸公差对工作模态频率的影响

Fig. 6 Influence of dimension tolerance of hemispherical oscillator on the natural frequency of working mode

由图6工作模态频率与半球谐振子尺寸公差的关系可知:

1) 工作模态频率随半球谐振子壁厚、支撑杆半径、外倒角半径公差呈线性增加,线性系数分别为 9.9×10^3 , 3×10^2 , 5.8×10 ;工作模态频率随半球谐振子中心半径公差呈线性减小,线性系数约为 1.6×10^3 ;工作模态频率随半球谐振子内倒角半径公差呈二次多项式曲线增加。

2) 半球谐振子结构尺寸参数中对工作模态频率敏感程度最大的是半球谐振子壁厚,其次是半球中心半径,再次是内倒角半径,最后是支撑杆半径和外倒角半径。

2.3 半球谐振子结构优化设计建议

基于对上述半球谐振子半球中心半径、壁厚、支撑杆半径、外倒角半径及内倒角半径变化对其振动模态频率有限元仿真结果分析,由图5及图6分析计算半球谐振子结构参数与工作模态频率的关系,结合模态频率随半球谐振子结构参数变化出现干扰,考虑半球谐振子壁厚越薄越难加工,以及加工刀具存在加工误差,根据结构参数公差引起的固有频率的变化量不大于100 Hz,综合考虑,针对半球谐振子的结构参数优化设计建议如表1所示。

表1 半球谐振子结构参数优化设计建议

Tab. 1 Suggestions for optimal design of structural parameters of hemispherical resonators

结构参数	基本尺寸/mm	公差/mm	$\Delta\omega_1^*$ /Hz	加工难度
半球中心半径 R_0	10.5~10.7	± 0.3	≤ 100	一般
半球壁厚 h	0.8~0.9	± 0.005	≤ 100	较难
支撑杆半径 r	2.5~2.6	± 0.3	≤ 100	一般
外倒角半径 r_1	1.0~1.3	± 1.5	≤ 100	较易
内倒角半径 r_2	1.0~1.3	± 0.05	≤ 100	困难

注: $\Delta\omega_1^*$ 尺寸表示结构参数公差引起的固有频率的变化量。

由表1可知,半球谐振子内倒角是半球谐振子的关键结构参数,加工难度较大,易产生刀纹,表面损伤残余应力较大,可以采用研抛的方式提高加工精度。

3 半球谐振子形位误差优化设计

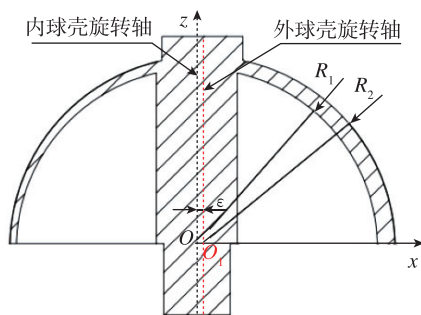
基于范成法在内外圆磨床上实现半球谐振子内球壳和内支撑杆以及外球壳和外支撑杆的一次成型加工。半球谐振子存在的形位误差会影响半球谐振子振动性能、频率裂解和品质因数(Q)。针对半球谐振子存在的形位误差,本章采用有限元法,分析了半球谐振子形位误差对模态频率、频率

裂解和 Q 值的影响,同时考虑加工过程难易程度,提出了半球谐振子形位误差优化设计建议,并对 Q 值和频率裂解测试进行了评价及验证。

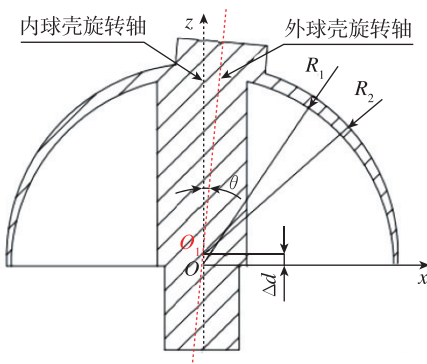
3.1 半球谐振子形位误差建模

半球谐振陀螺加工过程中的形位误差,导致半球谐振子球壳质量分布不均匀,使半球谐振子产生频率裂解,也会造成半球谐振子振动过程中能量分布不均匀,加剧能量损耗,降低了 Q 值,进而影响半球谐振陀螺的稳定性、重复性、随机漂移等性能与精度指标。本节开展了半球谐振子加工误差仿真研究,分析了半球谐振子加工误差对工作频率、频率裂解和 Q 值的影响,为半球谐振陀螺性能与精度提升提供理论参考。

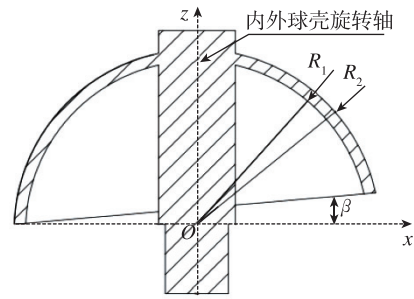
半球谐振子加工过程存在以下形位误差:半球谐振子内外球壳同轴度偏差,包括半球谐振子内球壳及内支撑杆和外球壳及外支撑杆对称轴的平行误差 ϵ ,如图 7(a) 所示。半球谐振子内外球壳轴线角度误差 θ ,内外球心距离误差 Δd ,如图 7(b) 所示。半球谐振子唇沿与中心轴垂直度误差 β ,如图 7(c) 所示。



(a) 半球谐振子中心轴平行误差图



(b) 半球谐振子内外球壳轴线角度和球心距离误差图



(c) 半球谐振子唇沿与中心轴垂直度误差图

图 7 半球谐振子形位误差图

Fig. 7 Diagram of hemispherical oscillator geometric deviation

根据半球谐振子加工过程存在的形位误差,采用 Pro/Engineer 结构软件进行三维建模,如图 7 所示,以内球壳及内支撑杆旋转轴为 Z 轴,内球壳球心为原点 O ,球壳水平方向为 X 轴,外球壳球心为 O_1 ,内球壳和外球壳半径分别为 R_1, R_2 。分别建立以下 4 种模型:

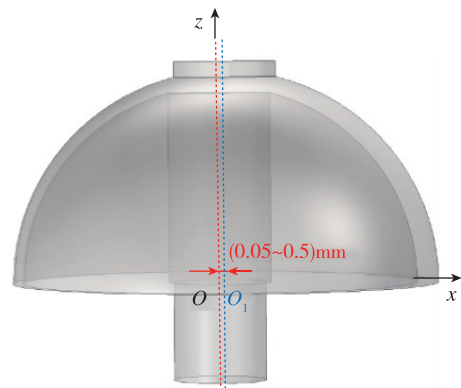
1)中心轴平行误差模型为外球壳球心与内球壳球心在 X 方向上,外球壳旋转轴与内球壳旋转轴水平方向误差在 $0.05 \sim 0.50 \text{ mm}$ 范围内变化;

2)内外球壳轴线角度为外球壳球心与内球壳球心沿 Z 轴有一定距离时,内球壳旋转轴与外球壳旋转轴在角度 $0.2^\circ \sim 2.0^\circ$ 范围内变化;

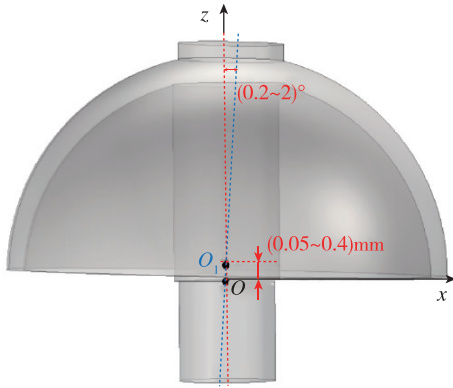
3)球心距离误差模型为内球壳旋转轴与外球壳旋转轴有一定角度时,内球壳球心与外球壳球心在 $0.05 \sim 0.40 \text{ mm}$ 范围内变化;

4)唇沿与中心轴垂直度误差为半球谐振子唇沿平面与水平面之间角度在 $0.2^\circ \sim 5.0^\circ$ 范围内变化。

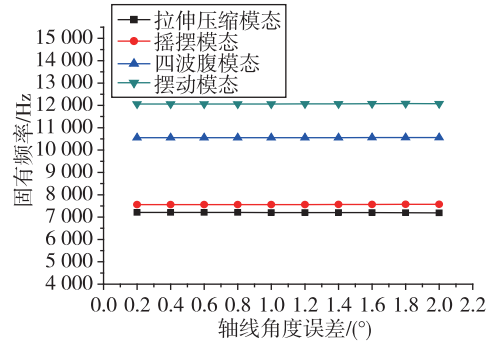
有限元模型采用四面体单元划分网格,边界条件:对半球谐振子杆安装面施加周向固定约束,根据上述加工误差建模,模型图如图 8 所示。



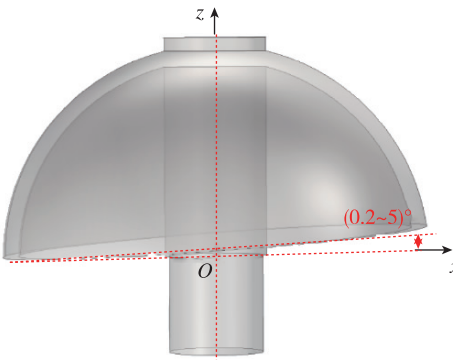
(a) 半球谐振子中心轴平行误差模型



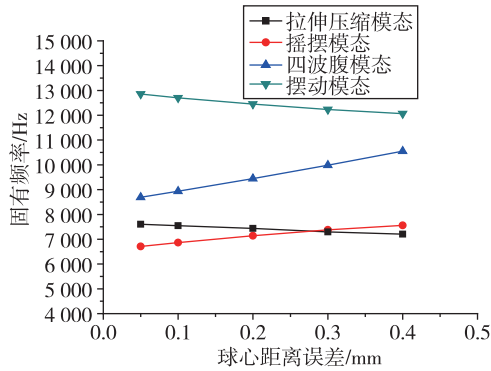
(b) 半球谐振子内外球壳轴线角度和球心距离误差模型



(b) 轴线角度误差对固有频率影响



(c) 半球谐振子唇沿与中心轴垂直度误差模型



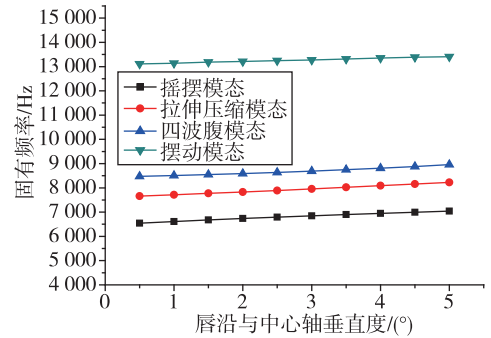
(c) 球心距离误差对固有频率影响

图 8 半球谐振子形位误差模型图

Fig. 8 Model diagram of geometric error of hemispherical oscillator

3.2 形位误差变化对固有频率和频率裂解的影响分析

针对中心轴平行度误差、内外球壳轴线角度误差、球心距离误差、唇沿与中心轴垂直度误差的形位误差变化,分析半球谐振子形位误差变化对谐振子固有频率的影响,半球谐振子振动模态频率的有限元仿真结果如图 9 所示。



(d) 唇沿与中心轴垂直度对固有频率影响

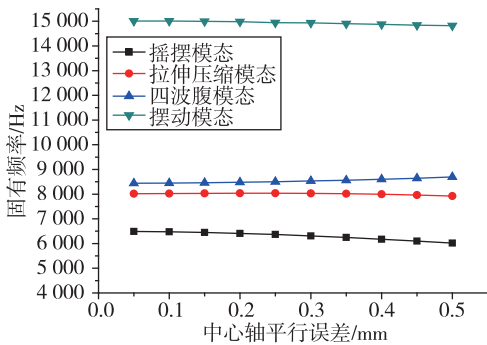
图 9 半球谐振子形位误差对固有频率影响

Fig. 9 Influence of the geometric deviation of hemispherical oscillator on natural frequency

由图 9 半球谐振子形位误差变化仿真结果可知:

1) 随半球谐振子球心距离误差在 $0.05\sim 0.4\text{mm}$ 范围内变化, 振动模态频率间存在干扰, 半球谐振子球心距离误差为 $0.21\sim 0.4\text{mm}$ 时, 固有频率差值 $\Delta f \leq \pm 200\text{Hz}$, 工作模态与其他模态频率存在干扰, 半球谐振子加工时需要避免在该误差范围。

2) 振动模态频率随半球谐振子内外球壳轴线



(a) 中心轴平行误差对固有频率影响

角度误差和半球谐振子唇沿与中心轴垂直度的增加呈线性增加。

半球谐振子形位误差变化对半球谐振子工作模态固有频率的仿真结果如图 10 所示。

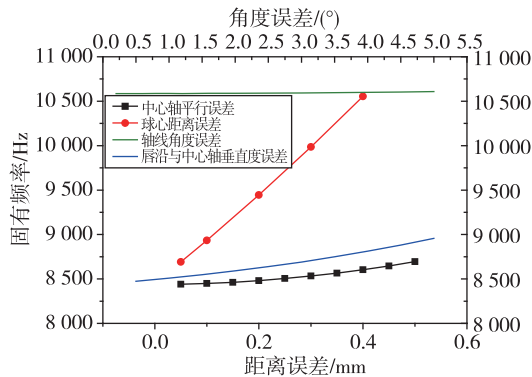


图 10 半球谐振子形位误差对四波腹模态频率影响

Fig. 10 Influence of geometric deviation of hemispherical oscillator on the natural frequency of four-wave abdominal mode

如图 10 所示,根据工作模态频率与半球谐振子形位误差的关系,可知:

1)工作模态频率随半球谐振子球心距离误差、中心轴平行误差、唇沿与中心轴垂直度误差、轴线角度误差变化基本呈线性增加,根据拟合曲线得到线性系数约为 4.5×10^3 , 1.5×10^2 , 1.0×10^2 , 5×10^0 。

2)半球谐振子形位公差中对工作模态频率敏感程度最大的是半球谐振子球心距离误差,其次是中心轴平行误差和唇沿与中心轴垂直度误差,影响最小的是轴线角度误差。

针对半球谐振子形位误差,通过有限元仿真分析半球谐振子两工作模态固有频率的差值,即频率裂解^[12]的变化,结果如图 11 所示。

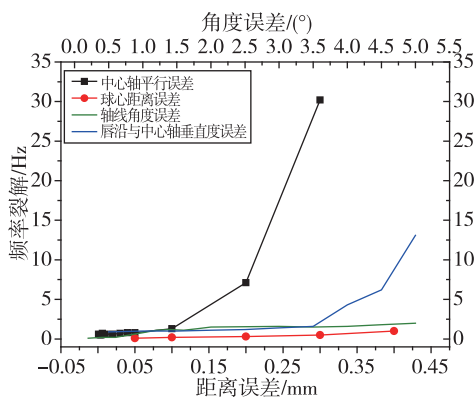


图 11 半球谐振子形位误差对频率裂解的影响

Fig. 11 The influence of hemispherical oscillator geometric deviation on frequency splitting

由图 11 分析半球谐振子形位误差对谐振子频率裂解的影响,中心轴平行误差在 0.01~0.30 mm 范围内时,中心轴平行误差对半球谐振子频率裂解的影响最大,在中心轴平行误差超过 0.05 mm 时,频率裂解大于 1 Hz,且随半球谐振子中心轴平行误差呈指数急剧增加;其次,唇沿与中心轴角度在 $0.2^\circ \sim 5.0^\circ$ 范围内,在唇沿与中心轴垂直度误差大于 0.5° 时,频率裂解大于 1 Hz,且随半球谐振子唇沿与中心轴垂直度呈二次多项式增加;轴线角度误差在 $0.2^\circ \sim 5.0^\circ$ 范围内,在轴线角度误差大于 1° 时,频率裂解大于 1 Hz,且随误差增大增幅较小;球心距离误差在 0.05~0.40 mm 范围内,频率裂解在 1 Hz 范围内变化,且随球心距离误差增加而增大,球心距离误差对半球谐振子频率裂解影响较小。

3.3 形位误差对支撑损耗影响分析

半球谐振子的品质因数 Q 是衡量半球谐振陀螺能量损耗的重要指标^[16-17]。影响半球谐振子品质因数 Q 值的因素有很多,主要包括支撑损耗、空气阻尼损耗、表面损耗、材料损耗及其他的损耗等, Q 值的表达式如式(1)所示。

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{anchor}}} + \frac{1}{Q_{\text{air}}} + \frac{1}{Q_{\text{surface}}} + \frac{1}{Q_{\text{material}}} + \frac{1}{Q_{\text{etc}}} \quad (1)$$

式中, $1/Q_{\text{anchor}}$ 为支撑损耗; $1/Q_{\text{air}}$ 为空气阻尼损耗; $1/Q_{\text{surface}}$ 为表面损耗; $1/Q_{\text{material}}$ 为材料损耗; $1/Q_{\text{etc}}$ 为其他损耗。

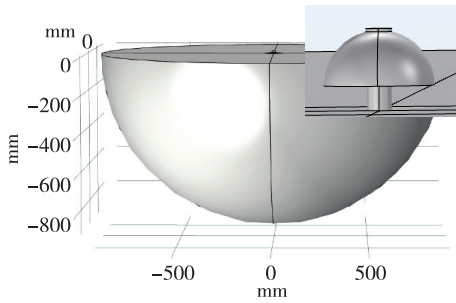
支撑损耗是半球谐振子在振动过程中通过支撑柱将能量传递到底座所造成的损耗。半球谐振陀螺支撑损耗与半球谐振子材料特性以及外部的冲击有关,制造误差造成的质量分布不均匀以及支撑柱与壳体对称轴中心的偏心误差对半球谐振子支撑损耗也有影响。

空气阻尼损耗是半球谐振子在振动过程中由于空气阻尼做功导致的能量损耗,一般可以通过提高装配精度及提升真空封装真空度来减少。表面损耗是半球谐振子在振动过程中由于表面缺陷所造成的能量损耗,可以通过化学腐蚀处理大幅度降低。材料损耗包括热弹性损耗和材料内部损耗,可以通过采用具有低热膨胀系数的材料作为半球谐振子材料以减小热弹性损耗;材料内部损耗通过采用高纯度、各向同性的熔融石英材料以减小。

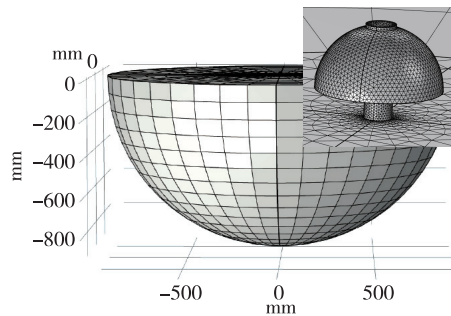
针对上述半球谐振子中心轴平行误差、半球谐振子球心距离误差、内外球壳轴线角度误差和唇沿与中心轴垂直度,计算半球谐振子支撑损耗。采用

物理场耦合仿真软件 COMSOL, 结合完美匹配层模块, 仿真模拟计算支撑损耗^[18], 有限元模型及仿真云图如图 12 所示。

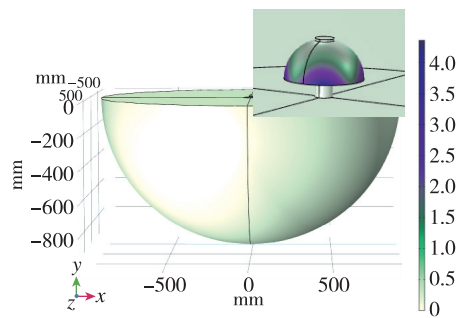
根据上述仿真模型, 对半球谐振子形位误差变化引起的支撑损耗进行仿真计算, 仿真结果如图 13 所示。



(a) 支撑损耗有限元模型



(b) 支撑损耗有限元网格模型



(c) 支撑损耗有限元计算云图

图 12 半球谐振子形位误差支撑损耗有限元仿真模型图
Fig. 12 Finite element simulation model diagram of support loss for hemispherical oscillator geometric deviation

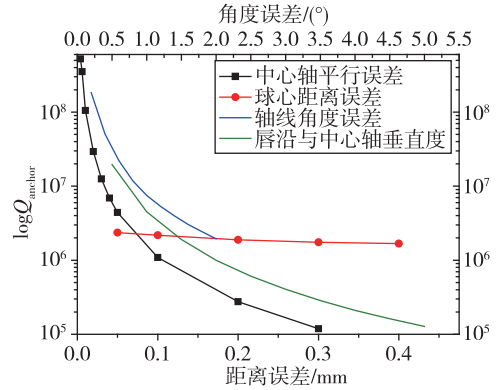


图 13 半球谐振子形位误差变化对支撑损耗影响

Fig. 13 The influence of the change in geometric deviation of the hemispherical oscillator on the support loss

从仿真结果可知, 半球谐振子支撑损耗受形位误差变化影响。半球谐振子中心轴平行误差对半球谐振子支撑损耗 Q 值影响最大, 其次影响较大的是唇沿与中心轴垂直度和内外球心轴线角度误差, 内外球心距离误差对半球谐振子支撑损耗 Q 值影响相对较小。同时, 中心轴平行误差在 0.01~0.30 mm 范围内变化时, Q 值由 10^8 减小至 10^5 ; 轴线角度误差在 $0.2^\circ \sim 2.0^\circ$ 范围内变化时, Q 值由 10^8 减小至 10^6 ; 唇沿与中心轴垂直度误差在 $0.2^\circ \sim 5.0^\circ$ 范围内变化时, Q 值由 10^7 减小至 10^5 。

3.4 半球谐振子形位误差设计建议

基于对半球谐振子球心距离误差、中心轴平行误差、唇沿与中心轴垂直度及内外球壳轴线角度变化对谐振子振动模式固有频率、频率裂解及 Q 值有限元仿真结果分析, 根据拟合曲线计算半球谐振子形位尺寸与半球谐振子振动模式固有频率、频率裂解及 Q 值关系。经优化后进行有限元仿真验证, 对半球谐振子的形位误差提出加工建议, 如表 2 所示。

3.5 半球谐振子加工误差的评价与测量

半球谐振子加工误差导致半球谐振子质量分布不均匀, 使半球谐振子产生 1~4 次谐波缺陷, 影响半球谐振子品质因数 Q 值和频率裂解。

Q 值的测量方法有频域法和时域法两种, 采用时域法, 基于自由振荡时的幅值衰减特性, 利用振动幅值在特定时间内的衰减程度及其与 Q 值之间的对应关系来计算。

表 2 半球谐振子形位误差设计建议

Tab. 2 Suggestions for design of geometric deviation of hemispherical oscillator

形位尺寸	公差尺寸	$\Delta\omega_z^*/\text{Hz}$	频率裂解/Hz	品质因数 Q 值	加工难度
球心距离误差	$\pm 0.01 \text{ mm}$	≤ 100	≤ 1	$\geq 10^7$	一般
中心轴平行误差	$\pm 0.005 \text{ mm}$	≤ 100	≤ 1		较难
唇沿与中心轴垂直度	$\pm 0.1^\circ$	≤ 100	≤ 1		一般
轴线角度误差	$\pm 0.1^\circ$	≤ 100	≤ 1		一般

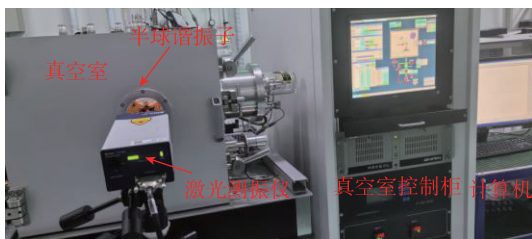
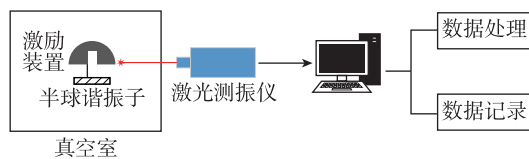
注： $\Delta\omega_z^*$ 尺寸表示形位公差引起的固有频率的变化量。

频率裂解的测量方法有幅频响应法,通过测量半球谐振子两个固有轴的谐振频率,两者差值为半球谐振子的频率裂解。

搭建半球谐振子品质因数和频率裂解测试装置,包括激光测振仪、计算机、真空室、半球谐振子、激励装置以及半球谐振子装夹真空转台等,如图 14 所示。将真空室排至大气压小于 10^{-5} Pa ,利用真空室的激励装置初始振动,通过激光测振仪记录振动信号,对振动信号进行滤波和拟合,利用式(2)计算半球谐振子的 Q 值。

$$Q = \pi F \tau \quad (2)$$

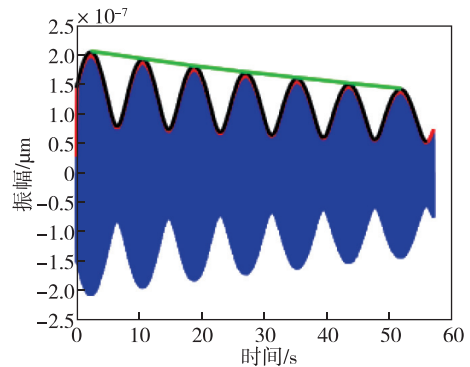
式中, F 为谐振频率; τ 通过求解拟合曲线衰减时间。



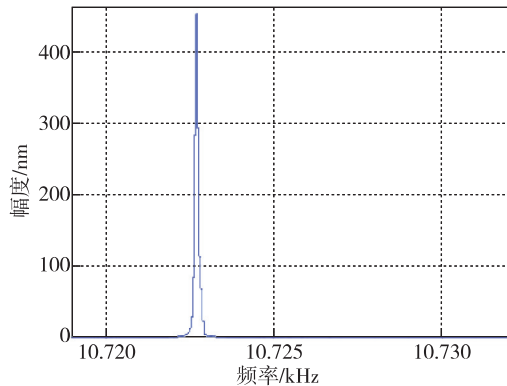
(a) 半球谐振子 Q 值测试系统



(b) 半球谐振子实物图



(c) 半球谐振子 Q 值测试结果



(d) 半球谐振子频率裂解测试结果

图 14 半球谐振子 Q 值测试系统及结果

Fig. 14 Q -value testing system and result for hemispherical oscillator

对激光测振仪测得振动信号进行傅里叶变换,得到半球谐振子的幅频响应曲线,转动半球谐振子,记录只有一个谐振峰时两个固有轴的谐振频率,频率裂解为两个谐振频率的差值。

经测量加工的半球谐振子 Q 值和频率裂解如表 3 所示,符合表 2 优化建议设计。由于半球谐振子实际加工过程中温度波动及残余应力等其他方面的影响,实际加工时半球谐振子 Q 值与表 2 中 Q 值有一定差距,可通过改善半球谐振子加工工艺提高。

表3 半球谐振子Q值和频率裂解的测量结果

Tab.3 Measurement results of Q value and frequency splitting of hemispherical oscillator

样件序号	品质因数 Q 值	频率裂解/Hz
样件 1	6.1×10^6	1.10
样件 2	5.7×10^6	0.82
样件 3	7.9×10^6	0.90

4 结论

本文研究了半球谐振陀螺加工过程中存在的尺寸及形位误差对半球谐振子模态频率、频率裂解及Q值的影响,采用有限元仿真软件 ANSYS 以及物理场耦合仿真软件 COMSOL 仿真分析可知:

1)半球谐振子结构尺寸参数中对工作模态频率影响程度最大的是谐振子壁厚,线性系数达 9.9×10^3 ,其次是半球中心半径,内倒角半径,支撑杆半径,外倒角半径。半球谐振子形位误差中对工作模态频率影响程度最大的是半球谐振子球心距离误差,线性系数约为 4.5×10^3 ,其次是中心轴平行误差和唇沿与中心轴垂直度,影响最小的是内外球壳轴线角度误差。

2)半球谐振子工作模态频率随壁厚、支撑杆半径、内倒角半径及外倒角半径增加而增加,随半球中心半径的增加而减小;半球谐振子四波腹工作模态频率随形位公差增加而增加。半球谐振子壁厚、内倒角半径、支撑杆半径及球心距离误差对振动模态频率顺序变化有影响,半球谐振子壁厚范围在 0.55~0.60 mm 及 0.75~0.78 mm,内倒角半径范围在 1.6~2.0 mm,小柱半径范围在 2.76~2.84 mm;半球谐振子球心距离误差范围在 0.21~0.40 mm,工作模态与其他模态有干扰,半球谐振子加工时需要避免上述尺寸及误差范围。

3)半球谐振子形位误差中对频率裂解影响程度最大的是半球谐振子中心轴平行误差,其次是唇沿与中心轴垂直度,影响较小的是内外球心距离误差和内外球壳角度误差。半球谐振子频率裂解随中心轴平行误差增加呈指数增加,随半球谐振子唇沿与中心轴垂直度呈二次多项式增加。

4)半球谐振子形位误差中对Q值影响最大的是谐振子中心轴平行误差,其次是唇沿与中心轴垂直度和内外球壳角度误差,影响较小的是内外球心距离误差。随着中心轴平行误差、轴线角度误差和唇沿与中心轴垂直度误差的增大,品质因数Q值

减小。

考虑半球谐振子加工过程的工艺性,结合半球谐振子结构参数和形位尺寸变化与半球谐振子振动模态频率关系、频率裂解和支撑损耗变化影响,提出了半球谐振子结构参数和形位误差的优化设计合理建议,并对Q值和频率裂解进行测量以对结构参数和形位误差进行评价验证,为半球谐振子高精度加工提供理论支撑。

参考文献

- [1] 潘瑶,曲天良,杨开罗,等.半球谐振陀螺研究现状与发展趋势[J].导航定位与授时,2017,4(2):9-13. PAN Yao, QU Tianliang, YANG Kailuo, et al. Hemispherical resonator gyroscope: current advances and future trends [J]. Navigation Positioning and Timing, 2017, 4(2): 9-13(in Chinese).
- [2] 彭慧,方针,谭文跃,等.半球谐振陀螺发展的技术特征[J].导航定位与授时,2019,6(4):108-114. PENG Hui, FANG Zhen, TAN Wenyue, et al. The technical characteristics of hemispherical resonator gyro development [J]. Navigation Positioning and Timing, 2019, 6(4): 108-114(in Chinese).
- [3] MATTHEWS A, RYBAK F J. Comparison of hemispherical resonator gyro and optical gyros[J]. IEEE Aerospace and Electronic System Magazine, 1992, 7(5): 40-46.
- [4] 宋丽君,周蕾,李绍良,等.半球陀螺谐振子环向振型进动特性研究[J].导航定位与授时,2019,6(6):19-26. SONG Lijun, ZHOU Lei, LI Shaoliang, et al. Research on the circumferential precession characteristics of research of HRG[J]. Navigation Positioning and Timing, 2019, 6(6): 19-26(in Chinese).
- [5] XU Z, ZHU W, YI G, et al. Dynamic modeling and output error analysis of an imperfect hemispherical shell resonator[J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 498: 115964.
- [6] 谭品恒,方针,方仲祺,等.基于工程应用的半球谐振陀螺结构设计研究[J].压电与声光,2021,43(2):265-269. TAN Pinheng, FANG Zhen, FANG Zhongqi, et al. Research on structure design of hemispherical resonator gyro based on engineering applications[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2021, 43(2): 265-269(in Chinese).
- [7] 李毅轩,周怡,苏岩,等.半球谐振陀螺的结构参数对工作模态以及进动系数的影响[J].飞控与探测,2021,4(1):46-51.

- LI Yixuan, ZHOU Yi, SU Yan, et al. The effect of structural parameters of hemispherical resonator gyroscope on operation mode and angular gain [J]. *Flight Control & Detection*, 2021, 4(1): 46-51 (in Chinese).
- [8] 余波, 方针, 蒋春桥, 等. 基于有限元法的半球谐振陀螺谐振子分析[J]. *压电与声光*, 2015, 37(4): 561-564.
- YU Bo, FANG Zhen, JIANG Chunqiao, et al. Finite element analysis based on optimized HRG resonator [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2015, 37(4): 561-564 (in Chinese).
- [9] 沈博昌, 伊国兴, 任顺清, 等. 半球谐振陀螺仪谐振子振动特性的有限元分析[J]. *中国惯性技术学报*, 2004, 12(6): 56-60.
- SHEN Bochang, YI Guoxing, REN Shunqing, et al. Finite element analysis on resonator's characteristics of HRG[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2004, 12(6): 56-60 (in Chinese).
- [10] 宋丽君, 周蕾, 段杰, 等. 半球谐振子疲劳寿命分析与仿真[J]. *飞控与探测*, 2021, 4(1): 19-26.
- SONG Lijun, ZHOU Lei, DUAN Jie, et al. The analysis and simulation of the fatigue life with hemispherical resonator gyro[J]. *Flight Control & Detection*, 2021, 4(1): 19-26 (in Chinese).
- [11] WEI Z, YI G, HUO Y. High-precision synchronous test method of vibration performance parameters for fused quartz hemispherical resonator [J]. *Measurement*, 2021, 185: 109924.
- [12] BASARAB M A, MATVEEV V A. Influence of nonuniform thickness of hemispherical resonator gyro shell on its unbalance parameters[J]. *Gyroscopy and Navigation*, 2017, 8(2): 97-103.
- [13] 徐志强, 刘建梅, 王振, 等. 石英半球谐振子精密加工技术探讨[J]. *导航与控制*, 2019, 18(2): 69-76.
- XU Zhiqiang, LIU Jianmei, WANG Zhen, et al. Discussion on precision machining technology of quartz hemispherical harmonic oscillator[J]. *Navigation and Control*, 2019, 18(2): 69-76 (in Chinese).
- [14] JOUBERT S V, SHATALOV M Y. Using Fourier series to analyse mass imperfections in vibratory gyroscopes[J]. *Journal of Symbolic Computation*, 2014, 61-62: 116-127.
- [15] ERMAKOV R V, SKRIPA E N. Development of a vibrational error model of a hemispherical resonator gyroscope[C]// *Proceedings of 2018 25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. St. Petersburg: IEEE, 2018: 1-3.
- [16] CHOI S Y, KIM J H. Natural frequency split estimation for inextensional vibration of imperfect hemispherical shell[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(9): 2094-2106.
- [17] HUO Y, REN S, WEI Z. Standing wave binding of hemispherical resonator containing first-third harmonics of mass imperfection under linear vibration excitation[J]. *Sensors*, 2020, 20(19): 5454.
- [18] DARVISHIAN A, SHIARI B, CHO J Y, et al. Anchor loss in hemispherical shell resonators[J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2017, 26(1): 51-66.

(编辑:黄利华)