

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2024.06.014

# 正交双加速度计在分度头上的标定方法

谢天一<sup>1</sup>, 张春京<sup>2</sup>, 张沛晗<sup>2</sup>, 任顺清<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学空间控制与惯性技术研究中心, 哈尔滨 150080;

2. 北京航天控制仪器研究所, 北京 100854)

**摘要:** 为了提升正交双加速度计在低精度分度头上的标定精度, 设计了二序列组合测试方法, 将二序列中同一加速度计的输出进行融合, 并采用最小二乘法分离了分度头角位置误差和加速度计的误差, 最终消除了分度头角位置误差对加速度计标定精度的影响。在 $\pm 10''$ 的低精度分度头上设计并开展了实验, 经过数据融合处理后, 2只加速度计误差模型系数的标定不确定度数量级均达到 $10^{-6} \sim 10^{-7}$ , 验证了相较于没有分离出角位置误差的传统方法, 标定精度提高了1个数量级。该方法可以推广应用于多加速度计的标定中, 能提高加速度计在分度头上的标定精度和标定效率。

**关键词:** 石英挠性加速度计; 分度头; 误差分离; 误差消融; 最小二乘法

中图分类号: U666.1

文献标志码: A

文章编号: 2095-8110(2024)06-0160-09

## Calibration of orthogonal dual accelerometers on indexing table

XIE Tianyi<sup>1</sup>, ZHANG Chunjing<sup>2</sup>, ZHANG Peihan<sup>2</sup>, REN Shunqing<sup>1</sup>

(1. Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China;

2. Beijing Institute of Aerospace Control Devices, Beijing 100854, China)

**Abstract:** In order to improve the calibration accuracy of orthogonal dual accelerometers on low-precision indexing tables, a two-sequence integrated calibration method is designed to fuse the outputs of the same accelerometer in the two sequences, and the least square method is used to separate the angular position errors of the indexing table from the errors of the accelerometer, which ultimately eliminates the effect of the angular position errors of the indexing table on the calibration accuracy of the accelerometer. Experiments are designed and carried out on the  $\pm 10''$  low-precision indexing table, after data fusion of two-sequence outputs, the uncertainties of the error model coefficients of the dual accelerometers are within  $10^{-6} \sim 10^{-7}$ , which verifies that the calibration accuracy is improved by an order of magnitude compared with the conventional method without separating the angular position error. The method can be extended to and applied to the calibration of multiple accelerometers, which can simultaneously improve the calibration accuracy and efficiency of accelerometers on the indexing table.

**Key words:** Quartz flexible accelerometer; Indexing table; Error separating; Error counteracting; Least square method

收稿日期: 2024-06-15; 修订日期: 2024-08-09

基金项目: 黑龙江省人力资源和社会保障厅黑龙江博士后面资助项目(LBH-Z22134)

作者简介: 谢天一(1997—), 男, 硕士, 博士研究生, 主要从事惯性技术方面的研究。

通信作者: 任顺清(1967—), 男, 教授, 博导, 主要从事惯性技术方面的研究。

## 0 引言

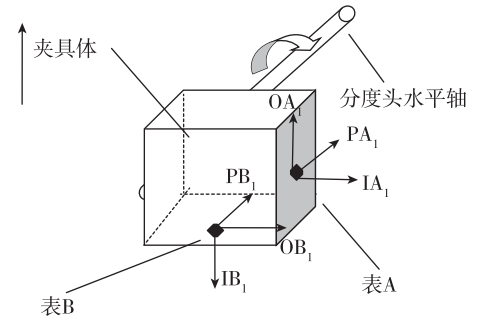
加速度计的标定精度对于提升其补偿精度乃至惯导系统的实际使用精度至关重要。加速度计的标定方法可以分为重力场标定法以及大加速度标定法<sup>[1]</sup>, 标定设备通常为分度头、双轴台、三轴台、精密离心机及线振动台等<sup>[2-3]</sup>。国外运用转台、精密离心机、线振动台以及分度头等设备测试加速度计的技术已经比较成熟<sup>[4]</sup>, 西方国家在标定加速度计高次项时, 采用火箭橇以及精密离心机进行实验, 取得了较为理想的标定精度<sup>[5]</sup>。国内的加速度计测试手段主要集中在重力场标定, 利用转台、分度头等设备, 通过翻滚实验主要对加速度计误差模型的零偏及一次项误差进行标定<sup>[6-7]</sup>。为了激励加速度计的高次项误差, 国内也开展了精密离心机的研制, 并研究了利用精密离心机测试加速度计的方法<sup>[8-9]</sup>。

文献[10]采用分度头进行正交双加速度计(以下称双表)的标定。2 只加速度计正交安装在分度头上, 采用谐波分析法研究分度头角位置误差的谐波对加速度计误差模型系数的影响, 然后采用正交双表测试, 结合最小二乘法求解各个谐波成分, 并计算出分度头角位置误差, 从而将分度头角位置误差分离出来, 以降低角位置误差对加速度计标定精度的影响。但此方法计算过程过于复杂, 数据重复使用率高且处理繁琐。文献[11]提出了一种在分度头上对加速度计进行等比力多位置标定的方法, 该方法能够确保较高的零偏标定精度与标度因子标定精度, 并阐述了保证二者最高标定精度的具体测试点数。文献[12]采用分度头对微机电系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)加速度计组合进行标定, 通过谐波分析法给出误差标定方程, 并采用 Kalman 滤波进行参数估计。文献[13]分析得出分度头的倾角回转误差对加速度计标定结果几乎没有影响, 通过对比门状态与摆状态两种安装状态下的标定结果, 详细阐述了角位置误差的谐波成分对误差模型系数标定精度的影响。

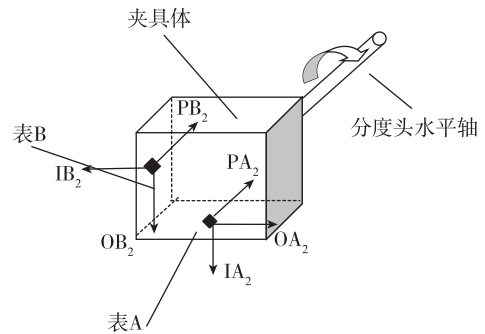
上述研究工作大多数认为分度头的误差可以忽略不计, 但在对高精度加速度计进行标定时, 分度头误差将对标定精度产生影响。本文将阐述在 $\pm 10''$ 的低精度分度头的实验条件下, 采用正交双表两种初始安装状态标定加速度计参数, 标定误差模型系数不确定度的数量级为 $10^{-6} \sim 10^{-7}$ 的方法。

## 1 测试系统

测试系统采用分度头标定正交双表, 所谓正交双表就是指输入轴在空间垂直的 2 只加速度计, 改变分度头与双表的相对位置, 2 次位置相差 $90^\circ$ , 称为第一、二安装位置, 当分度头处于 $0^\circ$ 位置时, 如图 1 所示。



(a) 正交双表在第一安装位置上  $\alpha_0 = 0^\circ$



(b) 正交双表在第二安装位置上  $\alpha_0 = 0^\circ$

图 1 正交双表在 2 个安装位置上  $\alpha_0 = 0^\circ$

Fig. 1 Dual orthogonal accelerometers in two positions,  $\alpha_0 = 0^\circ$

针对第一安装状态, 分度头旋转至标称位置 $\alpha$ 时, 角位置误差为 $\Delta\alpha$ , 分度头处于 $0^\circ$ 位置时, 加速度计 A(以下称表 A)输入轴水平度为 $\eta_1$ , 表 A 在第一安装位置输入的比力为

$$\begin{aligned} a_{1,A1} &= -\sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_1) \\ a_{0,A1} &= \cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_1) \end{aligned} \quad (1)$$

双表的输入轴间的垂直度为 $\Delta\phi$ , 加速度计 B(以下称表 B)在第一安装位置输入的比力为

$$\begin{aligned} a_{1,B1} &= -\cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_1 + \Delta\phi) \\ a_{0,B1} &= -\sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_1 + \Delta\phi) \end{aligned} \quad (2)$$

针对第二安装状态, 分度头处于 $0^\circ$ 位置时铅垂度为 $\eta_3$ , 则表 A 在第二安装位置输入的比力为

$$\begin{aligned} a_{1,A2} &= -\cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_3) \\ a_{0,A2} &= -\sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_3) \end{aligned} \quad (3)$$

表 B 和表 A 相对于夹具体固定,双表的输入轴之间的垂直度不变仍为  $\Delta\phi$ ,则表 B 在第二安装位置输入的比力为

$$\begin{aligned} a_{1,B2} &= \sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_3 + \Delta\phi) \\ a_{0,B2} &= -\cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_3 + \Delta\phi) \end{aligned} \quad (4)$$

## 2 加速度计标定模型

图 1 中,双表的 P 轴平行于分度头转轴且水平,没有比力输入,即  $a_{P,A1} = a_{P,A2} = a_{P,B1} = a_{P,B2} = 0$ ,所以,加速度计在分度头上标定的误差模型可简化为

$$\begin{aligned} U &= K_F + K_I a_i + K_O a_o + K_{IO} a_i a_o + \\ &K_{II} a_i^2 + \epsilon \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $U$  为加速度计输出,单位为  $V$ ;  $K_F$  为零偏,单位为  $V$ ;  $K_I$  为标度因数,单位为  $V/g$ ;  $K_{II}$  为输入轴二次项系数,单位为  $V/g^2$ ;  $K_{IO}$  为交叉耦合误差系数,单位为  $V/g^2$ ;  $K_O$  为输出轴耦合系数,单位为  $V/g$ ;  $\epsilon$  为随机误差。误差系数标定模型中, $K_F$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{IO}$  和  $K_O$  在数值上相对于  $K_I$  为小量。针对表 A,  $a_i$  是指  $a_{1,A1}$  或者  $a_{1,A2}$ ,  $a_o$  是指  $a_{0,A1}$  或者  $a_{0,A2}$ ; 针对表 B,  $a_i$  是指  $a_{1,B1}$  或者  $a_{1,B2}$ ,  $a_o$  是指  $a_{0,B1}$  或者  $a_{0,B2}$ 。

## 3 最小二乘法辨识参数

在使用分度头标定加速度计时,有很多误差会影响标定精度,例如:分度头角位置误差、加速度计安装的水平度及铅垂度等。其中,在使用低精度分度头进行标定时,角位置误差对标定精度的影响比较大,因此,识别并分离出角位置误差对提升标定精度显得尤为重要。

传统方法忽略了分度头误差及其影响,本文考虑角位置误差,并探索了消除其影响的方法。实验设计如下,证明了所提出的方法可有效提升标定精度。

### 3.1 考虑并分离角位置误差

在考虑角位置误差的情况下,对双表的误差模型系数进行辨识,计算所述双表的误差模型系数以及分度头的角位置误差。

如图 1(a)所示,加速度计正交安装于夹具体上,分度头的回转轴线处于水平状态,表 A 和表 B 的摆轴始终与分度头回转轴线平行。分度头处于  $0^\circ$  角位置时,表 A 输入轴水平,输出轴向上;表 B 的输入轴向下,输出轴水平。此时处于第一种安装状态。

在第一种安装状态下,分度头分别在  $\alpha_i = 15^\circ \times i (i = 0, 1, \dots, 23)$  位置采集表 A 和表 B 的输出

$U_{A(1)}(\alpha), U_{B(1)}(\alpha)$ , 共获取 2 组 48 个数据。

分度头从  $0^\circ$  开始顺时针旋转,旋转至  $\alpha_i = 15^\circ \times i (i = 0, 1, \dots, 23)$ , 采集双表的输出。

仍在第一种安装状态下,分度头刻意加入角位置误差后,分别在具有误差的标称位置  $\alpha_i = 15^\circ \times i (i = 0, 1, \dots, 23)$  采集表 A 和表 B 的输出  $U_{A(1)}(\alpha), U_{B(1)}(\alpha)$ , 共获取 2 组 48 个数据。至此,第一种安装状态共获取 4 组 96 个数据。

第一种安装状态下表 A 的输出为

$$\begin{aligned} U_{A(1)}(\alpha) &= K_{AF} - K_{AI} \sin\alpha + K_{AO} \cos\alpha - \\ &\eta_1 K_{AI} \cos\alpha - K_{AIO} \sin\alpha \cos\alpha + \\ &K_{AII} \sin^2\alpha - \Delta\alpha K_{AI} \cos\alpha + \epsilon_{A(1)} \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $K_{AF}$  为表 A 的零偏;  $K_{AI}$  为表 A 的标度因数;  $K_{AO}$  为表 A 的输出轴耦合系数;  $K_{AIO}$  为表 A 的交叉耦合系数;  $K_{AII}$  为表 A 的输入轴二次项系数;  $\epsilon_{A(1)}$  为表 A 的随机误差。

第一种安装状态下表 B 的输出为

$$\begin{aligned} U_{B(1)}(\alpha) &= K_{BF} - K_{BI} \cos\alpha - K_{BO} \sin\alpha + (\eta_1 + \\ &\Delta\phi) K_{BI} \sin\alpha + K_{BIO} \sin\alpha \cos\alpha + \\ &K_{BII} \cos^2\alpha + \Delta\alpha K_{BI} \sin\alpha + \epsilon_{B(1)} \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $K_{BF}$  为表 B 的零偏;  $K_{BI}$  为表 B 的标度因数;  $K_{BO}$  为表 B 的输出轴耦合系数;  $K_{BIO}$  为表 B 的交叉耦合系数;  $K_{BII}$  为表 B 的输入轴二次项系数;  $\epsilon_{B(1)}$  为表 B 的随机误差。

如图 1(b)所示,分度头处于  $0^\circ$  位置时,将安装夹具体以分度头的回转轴线旋转  $90^\circ$  后,表 A 的输入轴向下,输出轴水平;表 B 的输入轴水平,输出轴向下。此时处于第二种安装状态。

在第二种安装状态下,分度头分别在  $\alpha_i = 15^\circ \times i (i = 0, 1, \dots, 23)$  位置采集表 A 和表 B 的输出  $U_{A(2)}(\alpha), U_{B(2)}(\alpha)$ , 共获取 2 组 48 个数据。

仍在第二种安装状态下,分度头刻意加入角位置误差后,分别在具有误差的标称位置  $\alpha_i = 15^\circ \times i (i = 0, 1, \dots, 23)$  采集表 A 和表 B 的输出  $U_{A(2)}(\alpha), U_{B(2)}(\alpha)$ , 再次获取 2 组 48 个数据。至此,第二种安装状态共获取 4 组 96 个数据。

同样,  $\alpha$  在一个圆周从  $0^\circ$  开始每隔  $15^\circ$  取 24 个点,第二种安装状态下表 A 的输出为

$$\begin{aligned} U_{A(2)}(\alpha) &= K_{AF} - K_{AI} \cos\alpha - K_{AO} \sin\alpha + \\ &\eta_3 K_{AI} \sin\alpha + K_{AIO} \sin\alpha \cos\alpha + \\ &K_{AII} \cos^2\alpha + \Delta\alpha K_{AI} \sin\alpha + \epsilon_{A(2)} \end{aligned} \quad (8)$$

第二种安装状态下表 B 的输出为

$$U_{B(2)}(\alpha) = K_{BF} + K_{BI} \sin\alpha - K_{BO} \cos\alpha + (\eta_3 +$$

$$\Delta\phi)K_{BI}\cos\alpha - K_{BIO}\sin\alpha\cos\alpha + K_{BI}\sin^2\alpha + \Delta\alpha K_{BI}\cos\alpha + \epsilon_{B(2)} \quad (9)$$

如式(6)所示,在  $\Delta\alpha K_{AI}\cos\alpha$  这一项中, $\Delta\alpha$  与  $K_{AI}$  耦合在一起,直接采用最小二乘法无法对此项进行辨识,式(7)~式(9)同理。通过对  $U_{A(1)}(\alpha), U_{A(2)}(\alpha), U_{B(1)}(\alpha)$  及  $U_{B(2)}(\alpha)$  进行加减消元,将  $\Delta\alpha K_{AI}\cos\alpha$  和  $\Delta\alpha K_{BI}\cos\alpha$  先进行消元,对其他项进行最小二乘辨识后,将辨识结果代入到式(6)和式(8)中,进而计算出  $\Delta\alpha$ 。将分度头角位置误差与加速度计误差分离,能够消除分度头角位置误差对加速度计标定精度的影响。

其具体计算过程如下:

1) 对  $U_{A(1)}(\alpha), U_{A(2)}(\alpha), U_{B(1)}(\alpha), U_{B(2)}(\alpha)$  进行加减消元。

首先对  $U_{A(1)}(\alpha), U_{A(2)}(\alpha), U_{B(1)}(\alpha), U_{B(2)}(\alpha)$  乘以  $\sin\alpha$  项或  $\cos\alpha$  项后进行加减组合。

$$F_1(\alpha) = U_{A(1)}(\alpha)\sin\alpha + U_{A(2)}(\alpha)\cos\alpha = (\sin\alpha + \cos\alpha)K_{AF} - K_{AI} - (\eta_1 - \eta_3)K_{AI}\cos\alpha\sin\alpha + (\sin\alpha\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\cos\alpha)K_{AIO} + (\sin^3\alpha + \cos^3\alpha)K_{AII} + \epsilon_{F1} \quad (10)$$

$$\Phi_A = \begin{bmatrix} \sin\alpha_0 + \cos\alpha_0 & -1 & -\cos\alpha_0\sin\alpha_0 & \sin\alpha_0\cos^2\alpha_0 - \sin^2\alpha_0\cos\alpha_0 & \sin^3\alpha_0 + \cos^3\alpha_0 \\ \sin\alpha_1 + \cos\alpha_1 & -1 & -\cos\alpha_1\sin\alpha_1 & \sin\alpha_1\cos^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_1\cos\alpha_1 & \sin^3\alpha_1 + \cos^3\alpha_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin\alpha_{23} + \cos\alpha_{23} & -1 & -\cos\alpha_{23}\sin\alpha_{23} & \sin\alpha_{23}\cos^2\alpha_{23} - \sin^2\alpha_{23}\cos\alpha_{23} & \sin^3\alpha_{23} + \cos^3\alpha_{23} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$K_A = [K_{AF} \quad K_{AI} \quad (\eta_1 - \eta_3)K_{AI} \quad K_{AIO} \quad K_{AII}]^T \quad (16)$$

$K_A$  的最小二乘估计为

$$\hat{K}_A = (\Phi_A^T \Phi_A)^{-1} \Phi_A^T F_1 \quad (17)$$

$$F_1 = [F_1(\alpha_0) \quad F_1(\alpha_1) \quad \cdots \quad F_1(\alpha_{22}) \quad F_1(\alpha_{23})]^T \quad (18)$$

得到  $\Delta\alpha$

$$\Delta\alpha(\alpha) = \frac{F_2(\alpha)}{K_{AI}} - \left[ \frac{K_{AF}}{K_{AI}}(\sin\alpha - \cos\alpha) - \frac{K_{AO}}{K_{AI}} + \frac{\eta_1 + \eta_3}{2} + \frac{\cos 2\alpha}{2}(\eta_1 - \eta_3) + \frac{K_{AIO}}{K_{AI}}(\sin\alpha\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\cos\alpha) + \frac{K_{AII}}{K_{AI}}(\sin\alpha\cos^2\alpha - \cos\alpha\sin^2\alpha) \right] \quad (19)$$

通过式(19)可以计算零起角位置误差  $\Delta\alpha(\alpha_i) - \Delta\alpha(\alpha_0)$ 。

$$F_2(\alpha) = -U_{A(1)}(\alpha)\cos\alpha + U_{A(2)}(\alpha)\sin\alpha = (\sin\alpha - \cos\alpha)K_{AF} - K_{AO} + \eta_1 K_{AI}\cos^2\alpha + \eta_3 K_{AI}\sin^2\alpha + (\sin\alpha\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\cos\alpha)K_{AIO} + (\sin\alpha\cos^2\alpha - \cos\alpha\sin^2\alpha)K_{AII} + \Delta\alpha K_{AI} + \epsilon_{F2} \quad (11)$$

$$F_3(\alpha) = -U_{B(1)}(\alpha)\cos\alpha + U_{B(2)}(\alpha)\sin\alpha = (\sin\alpha - \cos\alpha)K_{BF} + K_{BI} + (\eta_3 - \eta_1)K_{BI}\sin\alpha\cos\alpha - (\sin\alpha\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\cos\alpha)K_{BIO} + (\sin^3\alpha - \cos^3\alpha)K_{BII} + \epsilon_{F3} \quad (12)$$

$$F_4(\alpha) = U_{B(1)}(\alpha)\sin\alpha + U_{B(2)}(\alpha)\cos\alpha = (\sin\alpha + \cos\alpha)K_{BF} - K_{BO} + \eta_1 K_{BI} + K_{BI}\Delta\phi + (\eta_3 - \eta_1)K_{BI}\cos^2\alpha + (\sin^2\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\cos^2\alpha)K_{BIO} + (\sin\alpha\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\cos\alpha)K_{BII} + \Delta\alpha K_{BI} + \epsilon_{F4} \quad (13)$$

2) 对表 A 的误差模型参数以及分度头角位置误差进行辨识。

将式(10)写成矩阵形式

$$F_1 = \Phi_B K_B + \epsilon_{F1} \quad (14)$$

针对序列  $F_1(\alpha)$ , 表 A 的误差模型参数辨识中的结构矩阵  $\Phi_A$  为

3) 针对式(12), 有

$$F_3 = \Phi_B K_B + \epsilon_{F3} \quad (20)$$

采用同样方法辨识  $K_B$  后, 同样可以得到零起角位置误差  $\Delta\alpha(\alpha_i) - \Delta\alpha(\alpha_0)$ 。

根据 2 组组合数据计算的分度头零起角位置误差的一致性, 可以验证所提方法的有效性。

在考虑角位置误差的情况下, 通过计算双表的残差标准差, 可以计算加入分度头角位置误差下的双表误差模型系数的第一不确定度。

在参数辨识后, 可以通过计算参数的不确定度来验证参数的辨识精度, 计算过程如下

$$F_1 = \Phi_A K_A + \epsilon_A \quad (21)$$

$$\hat{K}_A = (\Phi_A^T \Phi_A)^{-1} \Phi_A^T F_1 \quad (22)$$

令  $\epsilon_A = F_1 - \Phi_A \hat{K}_A$ , 可求得表 A 的残差标准差为

$$\sigma_{\epsilon A} = \sqrt{\frac{\epsilon_A^T \epsilon_A}{n - 5}}, n = 24 \quad (23)$$

令  $(\Phi_A^T \Phi_A)^{-1} \Phi_A^T = P$ , 可以得到表 A 各个误差模型系数的测试不确定度

$$\sigma(K_{AF}) = \sigma_{\varepsilon A1} \sqrt{p_{11}^2 + p_{12}^2 + \cdots + p_{1n}^2} \quad (24)$$

$$\sigma(K_{AI}) = \sigma_{\varepsilon A1} \sqrt{p_{21}^2 + p_{22}^2 + \cdots + p_{2n}^2} \quad (25)$$

$$\sigma(K_{AIO}) = \sigma_{\varepsilon A1} \sqrt{p_{41}^2 + p_{42}^2 + \cdots + p_{4n}^2} \quad (26)$$

$$\sigma(K_{AII}) = \sigma_{\varepsilon A1} \sqrt{p_{51}^2 + p_{52}^2 + \cdots + p_{5n}^2} \quad (27)$$

同理, 表 B 各个误差模型系数的不确定度同上。

### 3.2 不考虑角位置误差

为了比较考虑角位置误差和不考虑角位置误差的辨识精度, 下面去掉式(6)~式(9)中的  $\Delta\alpha$  项, 对每一个加速度计的单加速度计误差模型系数直接进行辨识。

如果不考虑角位置误差, 式中没有  $\Delta\alpha$  这一项, 则表 A 和表 B 在第一种、第二种安装状态下的输出分别为

$$U_{A(1)}(\alpha) = K_{AF} - K_{AI} \sin\alpha + K_{AO} \cos\alpha - \eta_1 K_{AI} \cos\alpha - K_{AIO} \sin\alpha \cos\alpha + K_{AII} \sin^2\alpha + \varepsilon_{A(1)} \quad (28)$$

$$U_{B(1)}(\alpha) = K_{BF} - K_{BI} \cos\alpha - K_{BO} \sin\alpha + (\eta_1 + \Delta\phi) K_{BI} \sin\alpha + K_{BIO} \sin\alpha \cos\alpha + K_{BII} \cos^2\alpha + \varepsilon_{B(1)} \quad (29)$$

$$U_{A(2)}(\alpha) = K_{AF} - K_{AI} \cos\alpha - K_{AO} \sin\alpha + \eta_3 K_{AI} \sin\alpha + K_{AIO} \sin\alpha \cos\alpha + K_{AII} \cos^2\alpha + \varepsilon_{A(2)} \quad (30)$$

$$U_{B(2)}(\alpha) = K_{BF} + K_{BI} \sin\alpha - K_{BO} \cos\alpha + (\eta_3 + \Delta\phi) K_{BI} \cos\alpha - K_{BIO} \sin\alpha \cos\alpha + K_{BII} \sin^2\alpha + \varepsilon_{B(2)} \quad (31)$$

可以直接进行辨识。

在参数辨识后, 同样通过计算参数的不确定度来验证参数的辨识精度, 不确定度计算过程同第 3.1 节, 不再赘述。

## 4 实验误差分析与验证

在分度头上通过具体实验对正交双表标定方法进行验证, 图 2 为实验所用的石英挠性加速度计。表 1 为加速度计的部分性能参数指标。

将 2 个此型号的加速度计正交安装在高精度分度头上进行测试, 图 3 为加速度计安装示意图。

表 2 为实验室高精度分度头的正交加速度计测试数据。

该分度头的精度为  $1''$ , 为高精度分度头。为了验证所提方法在低精度分度头的标定精度, 模拟低精度分度头实验, 刻意加入 24 个随机角位置误差



图 2 实验所用的石英挠性加速度计

Fig. 2 Quartz flexural accelerometers for experiments

表 1 加速度计的部分性能参数指标

Tab. 1 Some performance parameters of accelerometers

名称	单位	要求值	出厂实测值
输入量程	g	$\pm 25$	符合要求
标度因数	V/g	1.2~1.6	1.353 293
标度因数月综合误差	$\mu\text{V/g}$	$\leq 80$	7.8

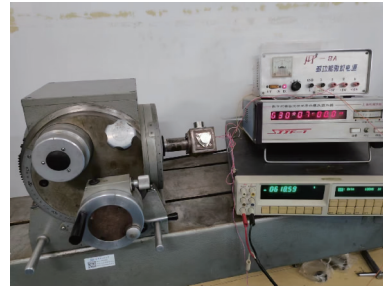


图 3 加速度计安装示意图

Fig. 3 Schematic diagram of accelerometers installation

分别为:  $0.0''$ ,  $2.1''$ ,  $-13.7''$ ,  $1.1''$ ,  $-4.9''$ ,  $-15.9''$ ,  $-12.1''$ ,  $-6.0''$ ,  $2.1''$ ,  $4.3''$ ,  $-10.8''$ ,  $6.4''$ ,  $7.1''$ ,  $-3.7''$ ,  $2.4''$ ,  $-11.8''$ ,  $-7.1''$ ,  $1.3''$ ,  $-1.3''$ ,  $1.0''$ ,  $-5.1''$ ,  $-12.9''$ ,  $0.2''$ ,  $-16.2''$ 。表 3 为刻意加入随机角位置误差后的实验室高精度分度头的正交加速度计测试数据。

使用模拟低精度分度头的的数据, 并采用传统标定方法得到的标定结果如表 4 所示。

使用模拟低精度分度头的的数据, 采用本文提出的标定方法得到的标定结果如表 5 所示。

两种标定方法得到的标定结果的不确定度分别如表 6 和表 7 所示。

表 2 高精度分度头的正交加速度计测试数据

Tab. 2 Test data of orthogonal accelerometer with high-precision indexing table

位置 $\alpha/(^{\circ})$	$U_{A(1)}(\alpha)/V$	$U_{B(1)}(\alpha)/V$	$U_{A(2)}(\alpha)/V$	$U_{B(2)}(\alpha)/V$
0	-0.004 157 5	-1.299 378 7	-1.326 773 4	-0.000 792 4
15	-0.346 492 1	-1.255 144 5	-1.281 661 15	0.335 295 1
30	-0.665 390 4	-1.125 484 2	-1.149 540 8	0.648 382 3
45	-0.939 397 7	-0.919 094 1	-0.939 266 4	0.917 395 6
60	-1.149 563 6	-0.650 209 0	-0.665 346 4	1.123 739 8
75	-1.281 682 2	-0.337 114 9	-0.346 403 3	1.253 461 2
90	-1.326 774 2	-0.001 020 2	-0.004 050 5	1.297 740 7
105	-1.281 714 0	0.335 100 9	0.338 311 7	1.253 509 0
120	-1.149 565 1	0.648 337 4	0.657 345 0	1.123 768 2
135	-0.939 359 1	0.917 301 3	0.931 261 3	0.917 386 6
150	-0.665 505 3	1.123 641 4	1.141 374 2	0.648 516 0
165	-0.346 416 3	1.253 451 3	1.273 518 7	0.335 217 6
180	-0.004 092 9	1.297 732 8	1.318 537 5	-0.000 898 5
195	0.338 166 2	1.253 536 1	1.273 436 9	-0.336 935 7
210	0.657 202 4	1.123 835 8	1.141 250 5	-0.650 167 9
225	0.931 076 6	0.917 561 0	0.931 081 7	-0.919 045 1
240	1.141 302 5	0.648 626 5	0.657 109 7	-1.125 434 0
255	1.273 464 4	0.335 392 1	0.338 039 0	-1.255 171 8
270	1.318 532 8	-0.000 689 7	-0.004 279 3	-1.299 393 4
285	1.273 462 1	-0.336 816 1	-0.346 621 6	-1.255 115 6
300	1.141 343 8	-0.649 992 7	-0.665 571 9	-1.125 387 3
315	0.931 190 1	-0.918 923 7	-0.939 442 1	-0.919 053 6
330	0.657 197 0	-1.125 369 9	-1.149 658 1	-0.650 049 2
345	0.338 295 6	-1.255 090 8	-1.281 722 5	-0.336 966 6

表 3 模拟低精度分度头的正交加速度计测试数据

Tab. 3 Quadrature accelerometer test data simulating a low precision indexing table

位置 $\alpha/(^{\circ})$	$U_{A(1)}(\alpha)/V$	$U_{B(1)}(\alpha)/V$	$U_{A(2)}(\alpha)/V$	$U_{B(2)}(\alpha)/V$
0	-0.004 157 5	-1.299 378 7	-1.326 773 4	-0.000 792 4
15	-0.346 492 1	-1.255 144 5	-1.281 661 2	0.335 295 1
30	-0.665 390 4	-1.125 484 2	-1.149 540 8	0.648 382 4
45	-0.939 397 7	-0.919 094 1	-0.939 266 4	0.917 395 6
60	-1.149 563 6	-0.650 209 0	-0.665 346 4	1.123 739 8
75	-1.281 682 2	-0.337 114 9	-0.346 403 3	1.253 461 2
90	-1.326 774 2	-0.001 020 2	-0.004 050 5	1.297 740 7
105	-1.281 714 0	0.335 100 9	0.338 311 7	1.253 509 0
120	-1.149 565 1	0.648 337 4	0.657 345 0	1.123 768 2
135	-0.939 359 1	0.917 301 3	0.931 261 3	0.917 386 6
150	-0.665 505 3	1.123 641 4	1.141 374 2	0.648 516 0
165	-0.346 416 3	1.253 451 3	1.273 518 7	0.335 217 6
180	-0.004 092 9	1.297 732 8	1.318 537 5	-0.000 898 5



续表

位置 $\alpha/(\circ)$	$U_{A(1)}(\alpha)/V$	$U_{B(1)}(\alpha)/V$	$U_{A(2)}(\alpha)/V$	$U_{B(2)}(\alpha)/V$
195	0.338 166 2	1.253 536 1	1.273 436 9	-0.336 935 7
210	0.657 202 4	1.123 835 8	1.141 250 5	-0.650 167 9
225	0.931 076 6	0.917 561 0	0.931 081 7	-0.919 045 1
240	1.141 302 5	0.648 626 5	0.657 109 7	-1.125 434 0
255	1.273 464 4	0.335 392 1	0.338 039 0	-1.255 171 8
270	1.318 532 8	-0.000 689 7	-0.004 279 3	-1.299 393 4
285	1.273 462 1	-0.336 816 1	-0.346 621 6	-1.255 115 6
300	1.141 343 8	-0.649 992 7	-0.665 571 9	-1.125 387 3
315	0.931 190 1	-0.918 923 7	-0.939 442 1	-0.919 053 6
330	0.657 197 0	-1.125 369 9	-1.149 658 1	-0.650 049 2
345	0.338 295 6	-1.255 090 8	-1.281 722 5	-0.336 966 6

表 4 采用传统标定方法得到的标定结果

Tab. 4 Calibration results obtained using conventional calibration methods

$K_{AF}/(\times 10^{-4} V)$	$K_{AI}/(V/g)$	$K_{AIO}/(\mu V/g^2)$	$K_{AII}/(\mu V/g^2)$	$K_{BF}/(\times 10^{-4} V)$	$K_{BI}/(V/g)$	$K_{BIO}/(\mu V/g^2)$	$K_{BII}/(\mu V/g^2)$
41.20	1.322 650	28.02	0.67	8.39	1.298 559	38.90	26.52
41.49	1.322 660	9.23	41.96	8.42	1.298 561	44.00	17.30

表 5 采用本文提出的标定方法得到的标定结果

Tab. 5 Calibration results obtained using the proposed calibration method

$K_{AF}/(\times 10^{-4} V)$	$K_{AI}/(V/g)$	$K_{AIO}/(\mu V/g^2)$	$K_{AII}/(\mu V/g^2)$	$K_{BF}/(\times 10^{-4} V)$	$K_{BI}/(V/g)$	$K_{BIO}/(\mu V/g^2)$	$K_{BII}/(\mu V/g^2)$
41.34	1.322 655	5.08	13.91	8.20	1.298 560	59.29	48.92

表 6 表 A 数据下两种标定方法得到的标定结果的不确定度

Tab. 6 Uncertainties of the calibration results obtained by the two calibration methods under the data in accelerometer A

	$\sigma(K_{AF})/\mu V$	$\sigma(K_{AI})/(\mu V/g)$	$\sigma(K_{AIO})/(\mu V/g^2)$	$\sigma(K_{AII})/(\mu V/g^2)$
传统方法(位置一)	12.95	10.57	21.14	21.14
传统方法(位置二)	10.19	8.32	16.64	16.64
正交双表	1.21	0.38	1.08	1.53

表 7 表 B 数据下两种标定方法得到的标定结果的不确定度

Tab. 7 Uncertainties of the calibration results obtained by the two calibration methods under the data in accelerometer B

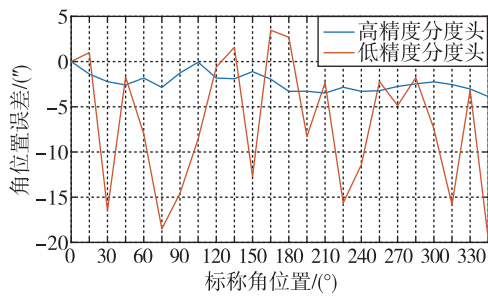
	$\sigma(K_{BF})/\mu V$	$\sigma(K_{BI})/(\mu V/g)$	$\sigma(K_{BIO})/(\mu V/g^2)$	$\sigma(K_{BII})/(\mu V/g^2)$
传统方法(位置一)	10.11	82.56	16.51	16.51
传统方法(位置二)	12.30	10.04	20.08	20.08
正交双表	3.09	0.98	2.76	3.90

通过分析双表的标定参数不确定度可以看出,采用传统方法加速度计参数标定误差模型系数的不确定度的数量级为 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ ,采用正交双表方法加速度计参数标定误差模型系数的不确定度的数量级为 $10^{-6} \sim 10^{-7}$ ,并且采用本文提出的标定方法得到的标度因数测量精度(不确定度)相较于出

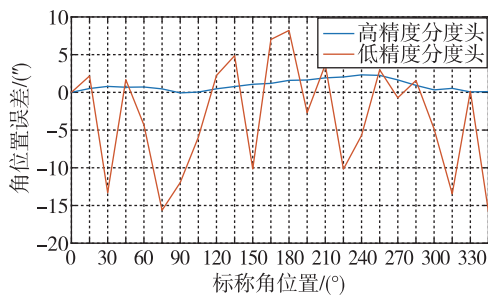
厂测量精度提高了 1 个数量级,可以验证在低精度分度头的测试条件下,所提出的方法可以得到较高的标定精度。

此外,所提出的方法还可以辨识出分度头的角位置误差,将刻意随机加入的角位置误差辨识出来。采用高精度分度头辨识出的角位置误差与采

用低精度分度头得到的角位置误差作差,理论上,得出的结果为刻意加入的角位置误差。将辨识出来的结果与刻意加入的角位置误差进行对比,不仅可以验证角位置误差标定的准确性,同时也验证了所提出的正交双表在分度头上进行标定方法的正确性。在高精度分度头与低精度分度头数据下可以辨识出角位置误差,分别如图 4(a)、图 4(b)所示。二者作差得到的角位置误差辨识结果见图 5(a)、图 5(b)中的红线,与刻意加入的 24 个随机角位置误差进行对比,验证了角位置误差标定的准确性,验证结果如图 5(a)、图 5(b)所示。刻意加入的 24 个随机角位置误差是在  $\pm 10''$  以内的随机数。亦可加入其他随机数进行验证。



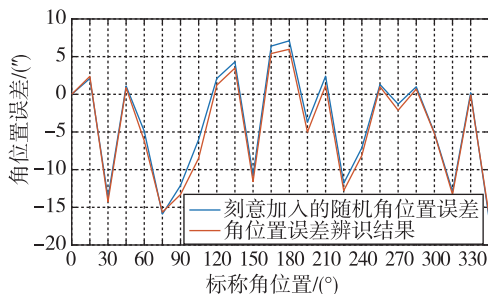
(a) 表 A



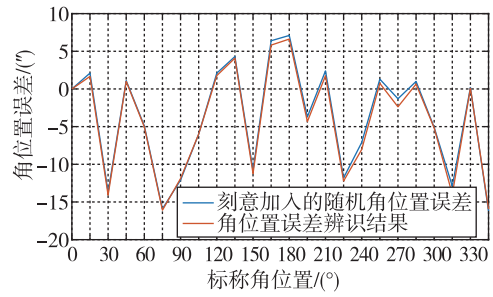
(b) 表 B

图 4 表 A 与表 B 数据下高精度分度头与低精度分度头辨识的角位置误差

Fig. 4 The angular position errors identified by the high-precision indexing table and the low-precision indexing table under accelerometer A data and accelerometer B data



(a) 表 A



(b) 表 B

图 5 表 A 与表 B 数据下的角位置误差辨识结果与刻意加入的角位置误差对比

Fig. 5 Comparison of the angular position errors identification result under the accelerometer A data and the accelerometer B data and the deliberately added angular position errors

并且通过两次辨识出的  $\eta_3 - \eta_1$  的结果(表 A 的  $\eta_3 - \eta_1$  为  $23.9''$ , 表 B 的  $\eta_3 - \eta_1$  为  $24.2''$ ),也可以验证参数辨识结果的一致性,侧面验证辨识的准确性。

通过以上分析发现,3.1 节提出的正交双表高精度标定方法可以在分度头数据精度不是很高的情况下,通过加减消元将耦合项消元再对角位置误差进行计算,可以较为精准地估计分度头角位置误差并将其分离出来,从而消除分度头角位置误差对加速度计标定精度的影响。所以即使采用低精度分度头对加速度计进行标定,只要满足二阶小量条件,仍然能够实现高精度标定。而且可以较为精准地估计出分度头的角位置误差,对分度头进行精准测试。此方法可以用来标定加速度计误差模型系数,并且可一次对多个加速度计进行标定。本次研究在分度头上一次安装双表,亦可以根据需要在分度头安装更多的加速度计进行联合标定,提高标定效率。综上,提出的方法可以推广到工程应用,具有较高的工程应用价值。

### 5 结论

针对双表标定及分度头的误差测试问题,提出了一种基于最小二乘法的正交双表标定方法,同时该方法还可以估计分度头的误差。算法分析与实验结果表明:

1) 双表有两种垂直安装位置,推导出双表在两种安装位置的误差模型,通过加减消元等措施,采用最小二乘法将双表的标定误差模型系数辨识出来。



2)提出的算法可以辨识出几种情况的水平度之差以及垂直度,从而验证标定结果的一致性。并且通过对比单表标定方法以及没考虑角位置误差的标定情况,验证了正交双表标定方法的准确性。

3)本标定法可在分度头测试精度不高的情况下,对加速度计进行高精度标定。如果采用4个、6个及8个加速度计同时进行测试标定,则可在提高标定精度的同时提高标定效率。

### 参考文献

- [1] SUN C, REN S, ZENG M, et al. Sequential calibration method of nonlinear errors of PIGA on counter-rotating platform centrifuge[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2021, 70: 1-11.
- [2] WANG H G, WILLIAMS T C. Strategic inertial navigation systems-high-accuracy inertially stabilized platforms for hostile environments[J]. Control Systems IEEE, 2008, 28(1): 65-85.
- [3] GAO P, LI K, WANG L, et al. A self-calibration method for accelerometer nonlinearity errors in triaxis rotational inertial navigation system[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(2): 243-253.
- [4] WANG S, REN S. Relationship between calibration accuracy of error model coefficients of accelerometer and errors of precision centrifuge[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(4): 520-526.
- [5] WANG S, REN S. Calibration of cross quadratic term of gyro accelerometer on centrifuge and error analysis[J]. Aerospace Science & Technology, 2015, 43: 30-36.
- [6] 王凯强,董春梅,任顺清. 等比力法与等角位置法测试加速度计误差模型系数的比较[J]. 计测技术, 2015(s1): 67-69.  
WANG Kaiqiang, DONG Chunmei, REN Shunqing. Comparison of error model coefficient of accelerometer measured by isometric force method and isometric position method[J]. Metrology & Measurement Technology, 2015(s1): 67-69(in Chinese).
- [7] LIAO J, YIN X, LI X. Tumbling calibration method for accelerometer in centrifugal acceleration field[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(4): 550-554, 560.
- [8] XU Y, ZHANG S. Calibration for gimbale platform inertial navigation system on centrifuge[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2019, 233(1):250-260.
- [9] WANG S, REN S. Calibration of cross quadratic term of gyro accelerometer on centrifuge and error analysis[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 43: 30-36.
- [10] 董春梅,陈希军,刘庆博,等. 正交双加速度计两种安装位置在重力场中的标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(5): 693-700.  
DONG Chunmei, CHEN Xijun, LIU Qingbo, et al. Calibration method for dual orthogonal accelerometers at two combinational installing positions in 1g field [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(5): 693-700(in Chinese).
- [11] 孙闯. 摆式积分陀螺加速度计的误差模型系数标定方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.  
SUN Chuang. Calibration method of error model coefficients of pendulous integrating gyroscopic accelerometer[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019(in Chinese).
- [12] 高亢,陈希军,任顺清. MEMS加速度计组合在分度头上的标定方法[J]. 导航定位与授时, 2016, 3(3): 74-83.  
GAO Kang, CHEN Xijun, REN Shunqing. Calibration method for MEMS accelerometers based on dividing head [J]. Navigation Positioning and Timing, 2016, 3(3): 74-83(in Chinese).
- [13] 李永光. 高精度加速度计标定与补偿技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.  
LI Yongguang. Study on test and compensation technique of high precision accelerometer[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011(in Chinese).

(编辑:黄利华)