

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2025.02.002

不受姿态影响的人工磁场定位方法

王冠^{1,2}, 张文超¹, 魏东岩¹, 袁洪¹, 吴海涛¹

- (1. 中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100094;
2. 中国科学院大学电子电气与通信工程学院, 北京 100049)

摘要: 基于人工磁场的室内定位技术具有高穿透性、不受非视距影响等优势, 对室内遮蔽定位场景下消防救灾、特种救援具有巨大的应用潜力。然而, 传统人工磁场定位方法存在相对位置信息与姿态信息耦合问题, 易使定位解算出现定位误差增大与解算收敛困难的情况。基于此, 提出了一种不受姿态影响的人工磁场定位方法, 基于频分复用的多源测量机制有效解耦姿态信息。同时, 该方法利用迭代最小二乘优化求解观测方程, 以最小化状态量和观测量之差为目标在搜索空间内持续迭代, 实现了计算复杂度低、定位精度高及收敛速度快的位置反演解算。在 14.4 m² 的室内环境中进行了实测实验, 水平平均定位误差为 0.48 m。实验验证了不受姿态影响的迭代最小二乘定位解算方法的可行性, 可为避开姿态影响的人工磁场定位技术提供技术与实现思路。

关键词: 人工磁场定位; 不受姿态影响; 迭代最小二乘; 室内定位; 频分复用

中图分类号: V249.31

文献标志码: A

文章编号: 2095-8110(2025)02-0015-11

Attitude-independent artificial magnetic field positioning method

WANG Guan^{1,2}, ZHANG Wenchao¹, WEI Dongyan¹, YUAN Hong¹, WU Haitao¹

- (1. Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;
2. School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Indoor positioning technology based on artificial magnetic fields offers significant advantages in terms of high penetration and robustness to non-line-of-sight conditions, making it highly applicable to scenarios such as fire rescue and specialized operations in obstructed indoor environments. However, current artificial magnetic field positioning methods face challenges due to the coupling between relative position information and attitude information, leading to increased positioning errors and difficulties in solution convergence. To address these issues, an attitude-independent artificial magnetic field positioning method is proposed, which uses a frequency division multiplexing-enabled multi-source measurement framework to effectively decouple pose-related information. Meanwhile, this method uses iterative least squares optimization to solve the observation equations, aiming to minimize the difference between state variables and observations through continuous iterations within the search space. This approach achieves low computational complexi-

收稿日期: 2024-09-30; 修订日期: 2025-02-15

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(42204048); 中国科学院空天信息创新研究院科学与颠覆性技术研究基金(2024-AIRCAS-SDTP-09)

作者简介: 王冠(2001—), 男, 博士研究生, 主要从事人工磁场室内定位、融合导航定位方面的研究。

通信作者: 张文超(1990—), 男, 助理研究员, 主要从事行人惯性定位、磁场定位及融合导航方面的研究。

ty, high positioning accuracy, and fast convergence for position inversion. The experiment is conducted in a 14.4-square-meter indoor environment, and the average horizontal positioning error is 0.48 m. The experiment validates the feasibility of the proposed iterative least squares positioning method and provides technical and implementation insights for artificial magnetic field positioning technology that avoids attitude influence.

Key words: Artificial magnetic field positioning; Attitude-independent; Iterative least squares; Indoor positioning; Frequency division multiplexing

0 引言

连续、可靠的定位信息对于室内场景下的消防救援及特种救援具有十分重要的意义^[1]。由于建筑遮挡与多径效应影响,全球卫星导航系统很难延伸到室内并提供高精度的定位服务^[2]。在室内定位手段中,惯性导航系统能够连续、自主地获取载体的位置信息,但其误差随时间发散严重,无法保证长时间的定位准确性^[3];以WiFi、蓝牙及超宽带等为代表的无线电定位技术,受室内非视距遮挡和多径问题影响,定位可靠性较差^[4];而室内地磁场图匹配方法需要预先建立地磁基准图,无法满足未知室内场景的应用需求^[5]。在众多室内定位手段中,基于人工磁场的室内定位技术,可充分利用低频磁场的高穿透性优势,通过磁场强度实时反演出用户的位置,且无需提前建立基准图,在室内遮蔽定位场景下具有巨大的应用潜力^[6-8]。

人工磁场定位系统的基本原理是传感器测量所在位置的磁感应强度后,根据磁场的传播模型反演计算相对位置^[9-10]。但是在传统人工磁场定位解算方法中,载体姿态信息作为旋转矩阵被代入到观测方程中,导致传感器测量的磁感应强度出现相对位置信息与姿态信息的耦合问题,易使定位解算出现定位误差增大及解算收敛困难的情况^[11-12]。一种解决方案是通过外部姿态信息辅助解算。Hellmers等^[13]通过惯性数据预测磁测传感器的位置和方向,利用组合导航算法解决位置姿态耦合问题。Pasku等^[14]利用惯性数据与磁测数据进行紧组合,将惯性器件的姿态测量值输入磁场测量环节,以实现磁场测量矢量的姿态转换。虽然利用外部信息辅助能够提供姿态信息,但会增加系统的复杂度,同时会引入外部信息源自身的姿态估计误差,可能导致误差耦合,进而增大人工磁场测距和定位的误差。另一种解决方案是通过位置姿态解耦算法解决姿态问题。Arumugam等^[15]针对两轴磁场发射

源的解耦问题,利用两个正交的感应式磁场传感器测量并计算获得对发射源磁场的感应电压的平方;然后根据发射源正交轴间的数值关系消除姿态影响,实现传感器到发射源相对距离与方向的计算。但是在解决三维问题时可能因相对方向角和姿态角的增加导致解耦困难。李新年等^[16]基于人工磁场矢量分布与特征矢量模值不受姿态影响的性质,构建了与传感器姿态无关的非线性磁感应定位模型,但未充分考虑人工磁场定位过程中不同发射线圈的信号可辨识问题。除此之外,现有方法往往不关注位置解算过程,例如采用直接搜索^[17-18]或遗传算法^[19]等进行位置解算,可能存在计算复杂度高、定位误差大及收敛速度慢等问题,从而影响定位精度和性能。

针对上述姿态耦合与解算问题,提出了一种不受姿态影响的人工磁场定位方法,该方法的主要贡献体现在两方面。首先,针对载体位置与姿态耦合问题,利用频分复用多源测量机制有效地解耦了姿态信息,并基于磁感应强度模值的观测方程进行系统建模;其次,针对位置解算过程中的非线性方程求解问题,提出了一种基于迭代最小二乘的定位反演解算算法。该算法以最小化状态量和实时观测量之差的模为目标,不断在迭代点线性展开,并结合最小二乘迭代计算,实现了全局最优、收敛速度快的高精度位置求解。

文章的结构如下:

第1章概述了不受姿态影响的迭代最小二乘人工磁场定位系统的方法,分为3个部分:第一部分给出了现有人工磁场定位的基本方法,主要包括发射源建模、磁场自由空间建模和现有定位解算方法;第二部分介绍了不受姿态影响的观测方程建立方法;第三部分介绍了迭代最小二乘定位解算的推导和方法。

第2章介绍了实测实验、数据处理及分析,讨论了定位精度并与常规解算思路进行了对比。

第 3 章进行了总结,并说明了工作需继续改进的部分。

1 不受姿态影响的迭代最小二乘人工磁场定位方法

本研究提出的定位方法如图 1 所示,共分为 3 个部分。第一部分为现有人工磁场定位的基本方法,主要包括发射源与磁场自由空间传播建模,以及现有频分复用定位解算方法。第二部分为不受姿态影响的观测方程建立方法。在传感器完成磁场测量

后,首先利用傅里叶变换获得传感器三方向上各频率的磁感应强度,随后根据相同频率计算该频率下的磁感应强度模值,以避免姿态问题实现观测方程构建。此时方程组包含 3 个观测方程与 3 个未知量,与姿态矩阵方法相比,观测方程的复杂度和求解难度均有所降低。第三部分为迭代最小二乘位置反演解算方法。针对非线性观测方程组,通过观测方程线性化与最小二乘实现最小化状态量与观测量差的平方和。随后不断迭代求解,直至迭代偏移量满足阈值条件,最终实现人工磁场的高精度定位。

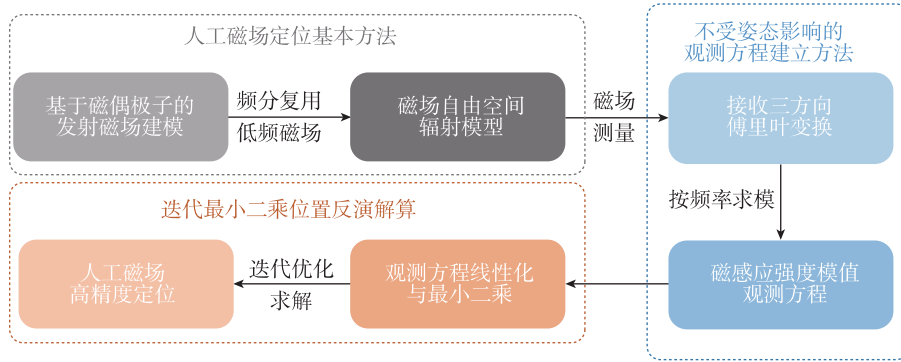


图 1 不受姿态影响的迭代最小二乘人工磁场定位方法

Fig. 1 Attitude-independent iterative least squares magnetic field positioning method

1.1 人工磁场定位的基本方法

人工磁场定位的基本原理是传感器测量得到磁感应强度,代入已知磁场模型进行位置解算。中心位于原点、方向沿 Z 轴正半轴的人工磁场发射源,在笛卡尔坐标系中的空间变化模型如式(1)所示。

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 m_k}{4\pi r^5} [3zx\mathbf{i} + 3zy\mathbf{j} + (3z^2 - r^2)\mathbf{k}] \quad (1)$$

其中: \mathbf{B} 为磁感应强度矢量; (x, y, z) 为观测点坐标; μ_0 是自由空间磁导率,数值为 $4\pi \times 10^{-7}$; $m_k = N_{tx} S_{tx} I$ 表示发射源磁矩, N_{tx} 和 S_{tx} 分别为发射线圈匝数和面积, I 是电流强度; $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 为测量点到通电线圈的距离; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别指沿坐标系 3 个坐标轴的单位方向矢量。

对于任意方向的空间磁矩矢量,空间内磁感应强度矢量可用式(2)所示矩阵形式表达

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \begin{bmatrix} 3x^2 - r^2 & 3xy & 3xz \\ 3xy & 3y^2 - r^2 & 3yz \\ 3xz & 3yz & 3z^2 - r^2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{m} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{B} = [B_i \ B_j \ B_k]^T$ 表示空间磁感应强度矢量; $\mathbf{m} = [m_i \ m_j \ m_k]^T$ 表示发射源磁矩矢量。

由于磁场的矢量特性,传感器磁感应测量强度不仅与其所在点的磁场强度有关,还与传感器姿态有关。假设载体坐标系可由发射源基准系分别沿 X 轴旋转 α , Y 轴旋转 β , Z 轴旋转 γ 得到。根据法拉第电磁感应定律,磁测传感器线圈的感应电压值由式(3)给出

$$\mathbf{V}' = -j\omega N_{rx} S_{rx} \mathbf{B}' \quad (3)$$

$$= -j\omega N_{rx} S_{rx} \mathbf{R}_Z(\gamma) \mathbf{R}_Y(\beta) \mathbf{R}_X(\alpha) \mathbf{B}$$

其中: $\mathbf{V}' = [V_{i'} \ V_{j'} \ V_{k'}]^T$ 为传感器坐标系下传感器测量得到的三方向感应电压; $\mathbf{B}' = [B_{i'} \ B_{j'} \ B_{k'}]^T$ 为观测点沿传感器坐标系三方向的磁感应强度; j 是虚数单位, $\omega = 2\pi f$ 是工作角频率, N_{rx} 为传感器线圈匝数, S_{rx} 为线圈面积; $\mathbf{R}_X(\alpha)$, $\mathbf{R}_Y(\beta)$, $\mathbf{R}_Z(\gamma)$ 为旋转矩阵,其形式如式(4)所示。

$$\mathbf{R}_X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_Z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中, α, β, γ 为发射源基准坐标系到传感器载体坐标系的旋转角。

$$\mathbf{V}'_{3 \times 3} = -j\omega N_{rx} S_{rx} \cdot \mathbf{R}_Z(\gamma) \mathbf{R}_Y(\beta) \mathbf{R}_X(\alpha) \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \begin{bmatrix} (3x^2 - r^2)m_{i,f_1} & 3xym_{j,f_2} & 3xzm_{k,f_3} \\ 3xym_{i,f_1} & (3y^2 - r^2)m_{j,f_2} & 3yzm_{k,f_3} \\ 3xzm_{i,f_1} & 3yzm_{j,f_2} & (3z^2 - r^2)m_{k,f_3} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中: $\mathbf{V}'_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} V'_{i,f_1} & V'_{i,f_2} & V'_{i,f_3} \\ V'_{j,f_1} & V'_{j,f_2} & V'_{j,f_3} \\ V'_{k,f_1} & V'_{k,f_2} & V'_{k,f_3} \end{bmatrix}$, 表示传感器

沿 i', j', k' 方向, 对频率为 f_1, f_2, f_3 的磁场进行测量得到的感应电压值矩阵; $m_{i,f_1}, m_{j,f_2}, m_{k,f_3}$ 分别表示沿发射源 i, j, k 3 个方向的磁矩大小。

式(5)中, $\mathbf{V}'_{3 \times 3}$ 矩阵的每一个变量的计算过程均可构成一个观测方程。通过联立并求解该方程组, 可以解算获得位置和姿态 6 个未知量的值, 从而实现位置解算。

1.2 不受姿态影响的观测方程建立方法

在上述解算方法中, 对于包含 3 个位置未知量和 3 个姿态未知量的 9 维方程, 直接求解方法不具有可行性, 而优化求解方法也因搜索空间维度和局部最优解数量过大, 导致解算易陷入局部最优解, 进而造成定位误差较大。同时, 6 个变量引起的搜索空间维度增加也会引发初值敏感性问题 and 解算复杂度问题, 容易使定位误差增加。因此, 提出了一种不受姿态影响的观测方程建立方法, 该方法能避开未知姿态的影响, 从而减小方程组搜索空间和局部最优解数量。

在测量坐标系下, 测量磁感应矢量 \mathbf{B}' 与空间内磁感应强度矢量存在如下关系

$$\begin{aligned} \text{diag}(\mathbf{B}'_{3 \times 3} \mathbf{B}'_{3 \times 3}) &= \text{diag}(\mathbf{B}_{3 \times 3}^T \mathbf{R}_X(\alpha)^T \mathbf{R}_Y(\beta)^T \mathbf{R}_Z(\gamma)^T \mathbf{R}_Z(\gamma) \mathbf{R}_Y(\beta) \mathbf{R}_X(\alpha) \mathbf{B}_{3 \times 3}) = \text{diag}(\mathbf{B}_{3 \times 3}^T \mathbf{B}_{3 \times 3}) \\ &\Rightarrow \text{diag} \left(\begin{bmatrix} B'_{i,f_1} & B'_{i,f_2} & B'_{i,f_3} \\ B'_{j,f_1} & B'_{j,f_2} & B'_{j,f_3} \\ B'_{k,f_1} & B'_{k,f_2} & B'_{k,f_3} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B'_{i,f_1} & B'_{i,f_2} & B'_{i,f_3} \\ B'_{j,f_1} & B'_{j,f_2} & B'_{j,f_3} \\ B'_{k,f_1} & B'_{k,f_2} & B'_{k,f_3} \end{bmatrix} \right) \\ &= \text{diag} \left(\begin{bmatrix} B_{i,f_1} & B_{i,f_2} & B_{i,f_3} \\ B_{j,f_1} & B_{j,f_2} & B_{j,f_3} \\ B_{k,f_1} & B_{k,f_2} & B_{k,f_3} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B_{i,f_1} & B_{i,f_2} & B_{i,f_3} \\ B_{j,f_1} & B_{j,f_2} & B_{j,f_3} \\ B_{k,f_1} & B_{k,f_2} & B_{k,f_3} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

采用频分复用方式增加观测方程数量, 从而实现位置求解。在频分复用系统中, 发射源沿 i, j, k 3 个方向采用 f_1, f_2, f_3 的频率激发磁场。此时, 传感器线圈能够同时沿 i', j', k' 3 个方向测量 3 个频率的磁场, 通过分离滤波即可构建观测方程式(5)

$$\mathbf{B}' = \mathbf{R}_Z(\gamma) \mathbf{R}_Y(\beta) \mathbf{R}_X(\alpha) \mathbf{B} \quad (6)$$

沿发射源 i, j, k 3 个方向按照 f_1, f_2, f_3 的频率发射磁场。此时, 磁测点处沿发射源坐标系方向的磁感应强度矢量 \mathbf{B}_f 包含如式(7)所示的频率信息。

$$\mathbf{B}_f = (B_{i,f_1} + B_{i,f_2} + B_{i,f_3}, B_{j,f_1} + B_{j,f_2} + B_{j,f_3}, B_{k,f_1} + B_{k,f_2} + B_{k,f_3})^T \quad (7)$$

通过傅里叶变换获得频域下的磁感应强度信息后, 可以得出传感器各方向在各频率处的磁感应强度关系矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{B}'_{3 \times 3} &= \mathbf{R}_Z(\gamma) \mathbf{R}_Y(\beta) \mathbf{R}_X(\alpha) \mathbf{B}_{3 \times 3} \\ \mathbf{B}'_{3 \times 3} &= \begin{bmatrix} B'_{i,f_1} & B'_{i,f_2} & B'_{i,f_3} \\ B'_{j,f_1} & B'_{j,f_2} & B'_{j,f_3} \\ B'_{k,f_1} & B'_{k,f_2} & B'_{k,f_3} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{3 \times 3} &= \begin{bmatrix} B_{i,f_1} & B_{i,f_2} & B_{i,f_3} \\ B_{j,f_1} & B_{j,f_2} & B_{j,f_3} \\ B_{k,f_1} & B_{k,f_2} & B_{k,f_3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{B}'_{3 \times 3}$ 表示沿传感器坐标系 i', j', k' 方向, 频率为 f_1, f_2, f_3 的磁感应矩阵; $\mathbf{B}_{3 \times 3}$ 表示沿发射源坐标系 i, j, k 方向, 频率为 f_1, f_2, f_3 的磁感应矩阵。

利用矩阵转置后相乘并取对角线元素, 按照相同频率求磁感应强度模值

得到与发射源 3 个频率相关的观测方程为

$$\begin{aligned} |\mathbf{B}_{f_1}| &= |\mathbf{B}'_{f_1}| \Rightarrow \sqrt{B_{i,f_1}^2 + B_{j,f_1}^2 + B_{k,f_1}^2} \\ &= \sqrt{B_{i',f_1}^2 + B_{j',f_1}^2 + B_{k',f_1}^2} \\ |\mathbf{B}_{f_2}| &= |\mathbf{B}'_{f_2}| \Rightarrow \sqrt{B_{i,f_2}^2 + B_{j,f_2}^2 + B_{k,f_2}^2} \\ &= \sqrt{B_{i',f_2}^2 + B_{j',f_2}^2 + B_{k',f_2}^2} \\ |\mathbf{B}_{f_3}| &= |\mathbf{B}'_{f_3}| \Rightarrow \sqrt{B_{i,f_3}^2 + B_{j,f_3}^2 + B_{k,f_3}^2} \\ &= \sqrt{B_{i',f_3}^2 + B_{j',f_3}^2 + B_{k',f_3}^2} \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{B}_{f_1}, \mathbf{B}_{f_2}, \mathbf{B}_{f_3}$ 分别表示测量点处沿发射源坐标系, 频率为 f_1, f_2, f_3 的磁感应矢量强度; $\mathbf{B}'_{f_1}, \mathbf{B}'_{f_2}, \mathbf{B}'_{f_3}$ 分别表示测量点处沿传感器坐标系, 频率

$$\mathbf{B}_i = \begin{cases} \frac{\mu_0 m_i}{4\pi r^5} ((3x^2 - r^2)\mathbf{i} + 3xy\mathbf{j} + 3xz\mathbf{k}), t \in t_1, t_1 = \left[t_0 + (n-1)T, t_0 + \frac{nT}{3} \right) \\ \frac{\mu_0 m_j}{4\pi r^5} (3xy\mathbf{i} + (3y^2 - r^2)\mathbf{j} + 3yz\mathbf{k}), t \in t_2, t_2 = \left[t_0 + \frac{nT}{3}, t_0 + \frac{2nT}{3} \right) \\ \frac{\mu_0 m_k}{4\pi r^5} (3xz\mathbf{i} + 3yz\mathbf{j} + (3z^2 - r^2)\mathbf{k}), t \in t_3, t_3 = \left[t_0 + \frac{2nT}{3}, t_0 + nT \right) \end{cases}, n \geq 1 \quad (11)$$

式中: \mathbf{B}_i 表示与时间有关的空间磁感应矢量; t_0 表示起始时间, t_1, t_2, t_3 表示一个周期内 3 个不同的时间区间; T 表示发射源进行一次时分复用磁场发射的周期。

在一个周期内, 传感器能够测量得到发射源沿 3 个方向的磁场强度, 以此建立观测方程

$$\begin{aligned} |\mathbf{B}_{t_1}| &= |\mathbf{B}'_{t_1}| \Rightarrow \sqrt{B_{i,t_1}^2 + B_{j,t_1}^2 + B_{k,t_1}^2} \\ &= \sqrt{B_{i',t_1}^2 + B_{j',t_1}^2 + B_{k',t_1}^2} \\ |\mathbf{B}_{t_2}| &= |\mathbf{B}'_{t_2}| \Rightarrow \sqrt{B_{i,t_2}^2 + B_{j,t_2}^2 + B_{k,t_2}^2} \\ &= \sqrt{B_{i',t_2}^2 + B_{j',t_2}^2 + B_{k',t_2}^2} \\ |\mathbf{B}_{t_3}| &= |\mathbf{B}'_{t_3}| \Rightarrow \sqrt{B_{i,t_3}^2 + B_{j,t_3}^2 + B_{k,t_3}^2} \\ &= \sqrt{B_{i',t_3}^2 + B_{j',t_3}^2 + B_{k',t_3}^2} \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{B}_{t_1}, \mathbf{B}_{t_2}, \mathbf{B}_{t_3}$ 分别表示在 t_1, t_2, t_3 时间段内, 测量点处沿发射源坐标系的磁感应矢量强度; $\mathbf{B}'_{t_1}, \mathbf{B}'_{t_2}, \mathbf{B}'_{t_3}$ 分别表示在 t_1, t_2, t_3 时间段内, 测量点处沿传感器坐标系的磁感应矢量强度。

采用相同的方法, 即可实现不受姿态影响的时分复用观测方程建立, 最终实现低复杂度的定位观测方程构建。

1.3 基于迭代最小二乘的位置解算方法

如式(10)和式(12)所示, 上述建立的观测方程均为非线性方程, 无法直接求解。因此, 利用迭代最小二乘进行优化求解。迭代最小二乘解算的总体思路

为 f_1, f_2, f_3 的磁感应矢量强度。

与包含姿态未知量的 9 维方程组相比, 该方程在形式和求解方面均有所简化, 可利用线性化及优化方式进行求解。综上可知, 该方法利用频率信息, 通过分别计算不同频率下的磁感应强度模值, 规避传感器姿态带来的复杂度影响, 实现不受姿态影响的观测方程构建, 解决了由姿态引入的复杂度问题。

除利用频率构建方程外, 也可利用时分复用进行姿态解耦。假设三轴磁场发射源按式(11)周期规律发射磁场

是设定搜索空间和状态点, 通过利用优化不断迭代状态点, 直到迭代步长满足精度要求。其中, 沿 3 个维度的迭代步长由线性化后状态量和观测值之差的最小二乘解确定。迭代最小二乘位置解算方法的步骤流程如图 2 所示。

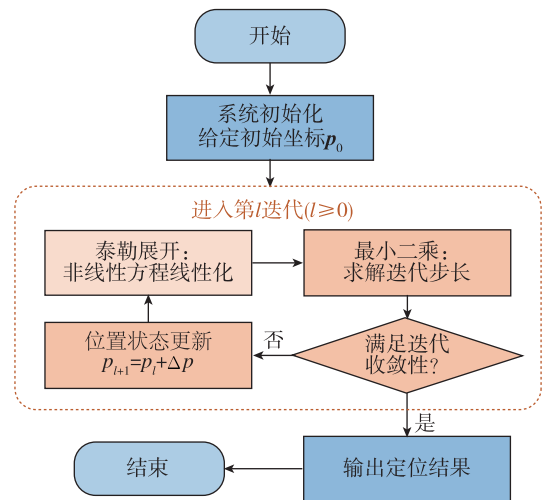


图 2 迭代最小二乘位置解算方法流程

Fig. 2 Flow of the position solving method based on iteration least squares

接下来, 推导最小二乘确定迭代步长的方法。在每次迭代解算中, 假设第 l 次迭代点 \mathbf{p}_l 的坐标为 (x_l, y_l, z_l) , 此时由迭代点坐标计算得到磁感应强度

$$\begin{aligned}
g_i(x_l, y_l, z_l) &= |\mathbf{B}_i(x_l, y_l, z_l)|^2 = C_i \frac{(3x_l^2 - r_l^2)^2 + (3x_l y_l)^2 + (3x_l z_l)^2}{r_l^{10}} \\
g_j(x_l, y_l, z_l) &= |\mathbf{B}_j(x_l, y_l, z_l)|^2 = C_j \frac{(3x_l y_l)^2 + (3y_l^2 - r_l^2)^2 + (3y_l z_l)^2}{r_l^{10}} \\
g_k(x_l, y_l, z_l) &= |\mathbf{B}_k(x_l, y_l, z_l)|^2 = C_k \frac{(3x_l z_l)^2 + (3y_l z_l)^2 + (3z_l^2 - r_l^2)^2}{r_l^{10}}
\end{aligned} \quad (13)$$

其中, $C_i = \left(\frac{\mu_0 m_i}{4\pi}\right)^2$, $C_j = \left(\frac{\mu_0 m_j}{4\pi}\right)^2$, $C_k = \left(\frac{\mu_0 m_k}{4\pi}\right)^2$ 为与磁矩大小有关的系数。此时, 在 \mathbf{p}_l 处线性化得到

$$\begin{aligned}
g_n(x, y, z) &= g_n(x_l, y_l, z_l) + \left. \frac{\partial g_n}{\partial x} \right|_{\mathbf{p}_l} \Delta x + \\
&\quad \left. \frac{\partial g_n}{\partial y} \right|_{\mathbf{p}_l} \Delta y + \left. \frac{\partial g_n}{\partial z} \right|_{\mathbf{p}_l} \Delta z \quad (14)
\end{aligned}$$

其中: $n = i, j, k$, 表示由沿坐标系 i, j, k 方向发射源产生的磁场函数; $g_n(x, y, z)$ 为传感器磁感应强度的观测量函数; $\left. \frac{\partial g_n}{\partial x} \right|_{\mathbf{p}_l}$, $\left. \frac{\partial g_n}{\partial y} \right|_{\mathbf{p}_l}$, $\left. \frac{\partial g_n}{\partial z} \right|_{\mathbf{p}_l}$ 分别为迭代的状态量在 $\mathbf{p}_l(x_l, y_l, z_l)$ 处沿传感器 3 个方向的偏导数。 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 为迭代状态点与真实位置坐标之差

$$\begin{cases} x = x_l + \Delta x \\ y = y_l + \Delta y \\ z = z_l + \Delta z \end{cases} \quad (15)$$

对式(15)进行移项, 则可得到状态量和观测量之差 Δg 与待求解的位置偏移量之间的线性关系为

$$\begin{aligned}
\Delta g &= g_n(x, y, z) - g_n(x_l, y_l, z_l) \\
&= \left. \frac{\partial g_n}{\partial x} \right|_{\mathbf{p}_l} \Delta x + \left. \frac{\partial g_n}{\partial y} \right|_{\mathbf{p}_l} \Delta y + \left. \frac{\partial g_n}{\partial z} \right|_{\mathbf{p}_l} \Delta z \quad (16)
\end{aligned}$$

联立 i, j, k 3 个方向的状态量与观测量之差, 并利用矢量及矩阵形式表达为

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{g} &= \mathbf{G} \Delta \mathbf{p} \\
\Delta \mathbf{g} &= \begin{bmatrix} g_i(x, y, z) - g_i(x_l, y_l, z_l) \\ g_j(x, y, z) - g_j(x_l, y_l, z_l) \\ g_k(x, y, z) - g_k(x_l, y_l, z_l) \end{bmatrix} \\
\mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_i}{\partial x} \right|_{x=x_l} & \left. \frac{\partial g_i}{\partial y} \right|_{y=y_l} & \left. \frac{\partial g_i}{\partial z} \right|_{z=z_l} \\ \left. \frac{\partial g_j}{\partial x} \right|_{x=x_l} & \left. \frac{\partial g_j}{\partial y} \right|_{y=y_l} & \left. \frac{\partial g_j}{\partial z} \right|_{z=z_l} \\ \left. \frac{\partial g_k}{\partial x} \right|_{x=x_l} & \left. \frac{\partial g_k}{\partial y} \right|_{y=y_l} & \left. \frac{\partial g_k}{\partial z} \right|_{z=z_l} \end{bmatrix} \\
\Delta \mathbf{p} &= \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (17)
\end{aligned}$$

其中, $\Delta \mathbf{p}$ 为待求位置偏移量。当在位置优化解算过程中求解出准确的 $\Delta \mathbf{p}$ 时, 通过与状态量求和即可得到准确位置。位置偏移量 $\Delta \mathbf{p}$ 可表示为

$$\Delta \mathbf{p} = [\Delta x \quad \Delta y \quad \Delta z]^T = \operatorname{argmin}_{n=i,j,k} \left(\sum |\Delta g|^2 \right) \quad (18)$$

最小二乘解为

$$\Delta \mathbf{p} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{g} \quad (19)$$

利用上述最小二乘, 可以求得每一次迭代的位置偏移量 $\Delta \mathbf{p}$ 。通过不断迭代, 找到满足阈值的位置偏移量, 即可实现全局最优、收敛迅速的高精度位置解算。

迭代过程的步骤如下。

步骤 1: 系统初始化, 给定估计的位置 \mathbf{p}_0 及坐标初始值 (x_0, y_0, z_0) 。

步骤 2: 线性化, 利用泰勒展开, 在本次迭代的状态点 \mathbf{p}_l 处进行非线性观测方程的线性化, 构建本次迭代的线性化方程。

步骤 3: 利用最小二乘求解, 获得本次迭代的位置偏移量 $\Delta \mathbf{p}$ 。

步骤 4: 判断迭代收敛性, 若迭代求解的位置偏移量 $\Delta \mathbf{p}$ 满足式(20), 则判断本次迭代求解引入的误差在可接受范围内, 输出 \mathbf{p}_l 作为解算位置。

$$|\Delta \mathbf{p}| = \sqrt{(\mathbf{p}_l - \mathbf{p}_{l-1})^T (\mathbf{p}_l - \mathbf{p}_{l-1})} \leq \epsilon \quad (20)$$

其中, ϵ 为预设阈值, 本文取 1×10^{-4} 。

若不满足条件, 则完成步骤 5 的位置状态更新后转入第 2 步进行迭代计算。

步骤 5: 位置状态更新, 获得位置偏移量后, 更新位置至 \mathbf{p}_{l+1} , 更新后传感器坐标 $(x_{l+1}, y_{l+1}, z_{l+1})$ 。

$$\mathbf{p}_{l+1} = \mathbf{p}_l + \Delta \mathbf{p} = \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (21)$$

通过迭代最小二乘进行位置解算, 利用最小二乘对非线性问题求解的优势, 能够综合各观测方程的信息。迭代思路则持续对状态量进行计算, 直到逼近真实解。利用迭代最小二乘进行位置解算, 能够有效利用观测数据信息, 从而实现快速、最优的位置解算。

2 基于不受姿态影响观测与迭代最小二乘的人工磁场定位实验

2.1 实验设备及实验环境说明

基于人工磁场的定位系统由发射源和磁测传感器组成,实验系统总体概述及实验设备照片分别如图 3 和图 4 所示。发射源由信号发生器、功率放大器及谐振电路组成。信号发生器按照协议产生特定频率的信号,经功率放大器放大电流后,通过自主绕制的三轴正交通电交流线圈激发磁场。每个线圈由 40 匝美国线规 (American wiring gauge, AWG) 为 10 的铜线组成,铜线间相互绝缘,紧密缠绕在边长为 50 cm 的不导电正方体上。按设计实现了 $150 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ 的磁矩,预计沿发射源方向 5 m 处产生

240 nT 的磁感应强度。磁测传感器选择具有高灵敏度、高频率及高量程优势的感应式测量方法。传感器三轴正交线圈采用 30 匝 24AWG 铜线绕制,线圈两端连接 NI-PCIe-6351 型多通道电压采集板卡,以实现高精度的磁感应强度测量。

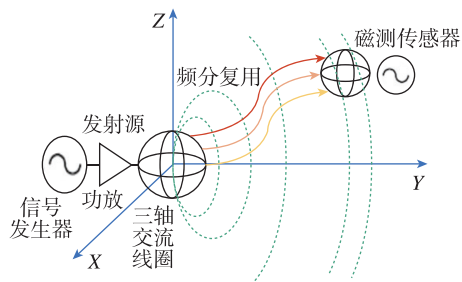


图 3 实测实验系统示意图

Fig. 3 Diagram of the measured experimental system

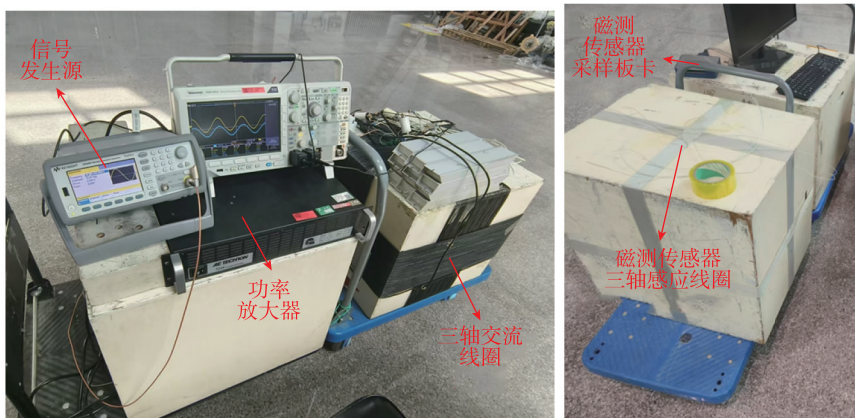


图 4 人工磁场定位系统发射源及磁测传感器

Fig. 4 Artificial magnetic field positioning system emitter and magnetic sensor

实验在较开阔的室内进行,实验设备周围 2 m 范围内无墙壁、金属等可能会干扰设备或磁场的物品。实验示意图如图 5 所示,6 个测点在 X 方向距离发射源为 1.2 m, Y 方向分别为 3.6 m, 4.8 m 及 6.0 m。参考坐标系方向如图 5 所示,坐标系原点位于发射源中心。由于传感器与发射源在 Z 方向上没有距离差,未对 Z 方向进行定位分析。

在实验过程中,发射源采用频分复用的方式发射磁场,沿 X, Y, Z 轴的频率分别为 41.5 kHz, 57.2 kHz 和 88.5 kHz。按照顺序分别对 6 个测点进行磁感应强度测量,测量期间发射线圈与传感器接收线圈保持静止。直接测量结果为线圈感应电动势,采样频率为 300 kHz。随后,通过快速傅里叶

变换获得频域信息,并在谐振频率附近寻峰,获取发射频率处准确的感应电压数据。最后,根据传感器线圈参数,利用感应定律计算获得发射源谐振频率的磁感应强度。

实验测量所得传感器三方向的感应电动势及其频谱如图 6 所示。

利用传感器接收线圈参数对感应电动势进行处理,获得各频点的磁感应强度结果。随后,根据提出的不受姿态影响的观测方程构建方法,利用频率求模,构建了不受姿态影响的观测模型。然后,利用迭代最小二乘进行位置解算,得到定位结果如 2.2 节所示。

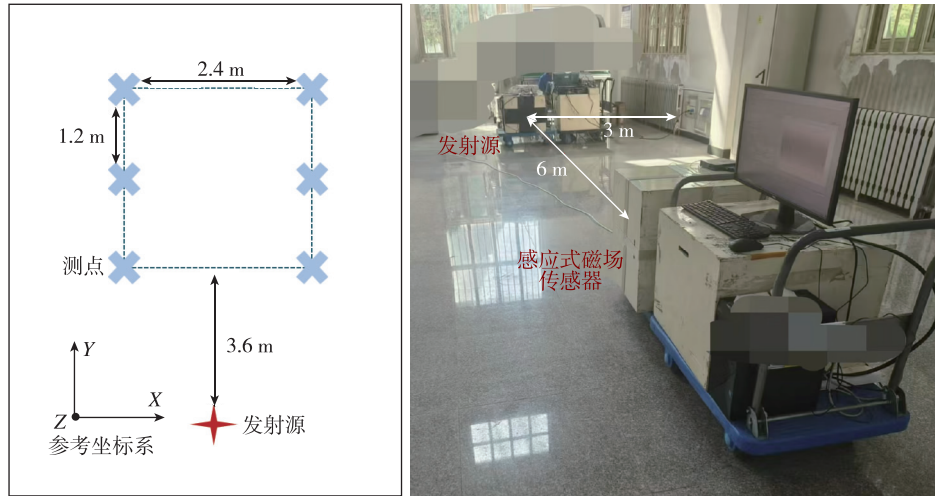
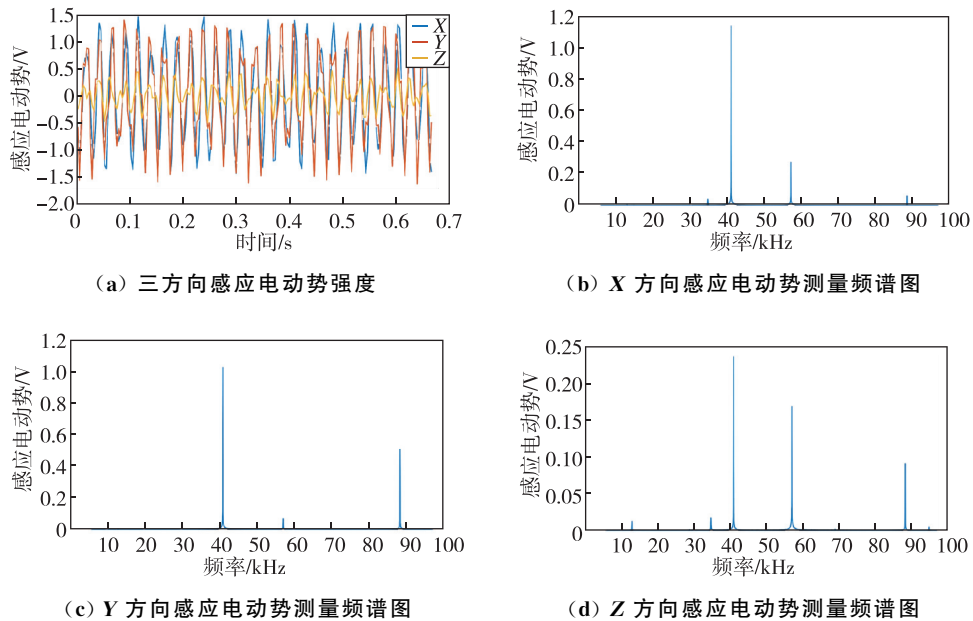


图5 定位实验示意图及现场照片

Fig. 5 Diagram of positioning experiment



(a) 三方向感应电动势强度

(b) X方向感应电动势测量频谱图

(c) Y方向感应电动势测量频谱图

(d) Z方向感应电动势测量频谱图

图6 总体及三方向感应电动势强度

Fig. 6 Overall and three-directional induced electromotive force intensity

同时,为了验证提出的方法在计算效率方面的提升,在相同的计算机平台和解算软件上,对相同规模的数据进行了位置解算处理。使用的计算机硬件平台处理器为 AMD Ryzen 7 7840HS,解算软件采用 MATLAB 2020b,数据集规模为6组测点数据。通过统计每次解算的平均迭代次数与平均迭代时间分析计算效率。

2.2 反演定位实验结果

采用提出的定位方法对获取数据进行解算,得到实验结果如表1所示。

表1 不受姿态影响+迭代最小二乘定位方法实验结果

Tab. 1 Experimental results of attitude-independent and recursive least squares positioning method

测点序号	真实位置/m	定位解算结果/m	定位误差/m
1	(-1.2,3.6)	(-0.51,3.97)	(0.69,0.37)
2	(-1.2,4.8)	(-1.52,5.28)	(0.33,0.48)
3	(-1.2,6.0)	(-1.15,6.37)	(0.05,0.37)
4	(1.2,3.6)	(1.32,3.89)	(0.13,0.29)
5	(1.2,4.8)	(1.33,5.02)	(0.13,0.22)
6	(1.2,6.0)	(1.78,6.20)	(0.58,0.20)

将姿态作为旋转矩阵并直接优化求解,得到定位结果如表 2 所示。

表 2 姿态矩阵+直接优化定位方法实验结果

Tab. 2 Experimental results of attitude matrix and direct optimization positioning method

测点序号	真实位置/m	定位解算结果/m	定位误差/m
1	(-1.2,3.6)	(-2.09,3.53)	(0.89,0.07)
2	(-1.2,4.8)	(-2.21,4.81)	(1.01,0.01)
3	(-1.2,6.0)	(-2.86,5.94)	(1.66,0.06)
4	(1.2,3.6)	(1.51,4.19)	(0.31,0.59)
5	(1.2,4.8)	(1.74,5.33)	(0.54,0.53)
6	(1.2,6.0)	(1.91,6.70)	(0.71,0.70)

最终定位结果可视化如图 7 所示。

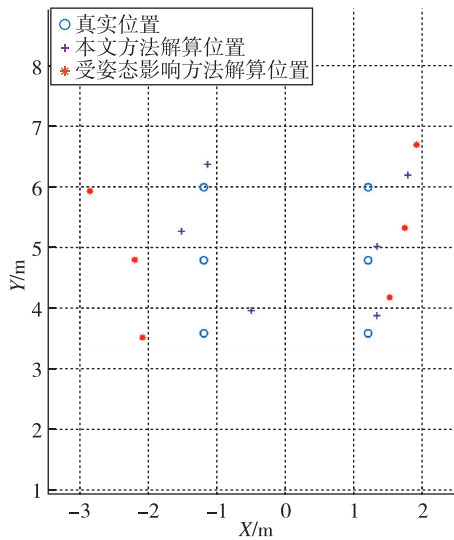
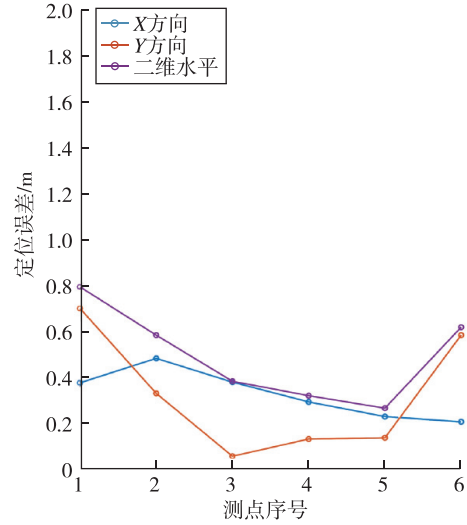


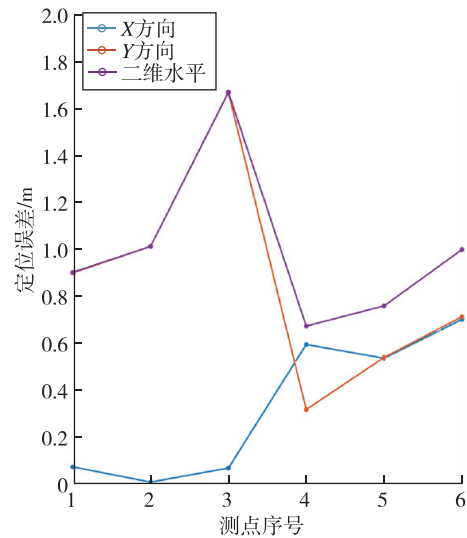
图 7 定位可视化结果

Fig. 7 Positioning visualization results

对定位结果进行统计分析,结果如图 8 所示。本方法 X 轴的平均测量误差为 0.31 m,标准差为 0.24 m;Y 轴的平均误差为 0.32 m,标准差为 0.09 m;水平方向平均误差为 0.48 m,标准差为 0.18 m。使用受姿态影响的定位方法时,由于解算过程受到载体姿态影响,X 轴的平均测量误差为 0.85 m,标准差为 0.40 m;Y 轴的平均误差为 0.33 m,标准差为 0.26 m;水平方向平均误差为 1.0 m,标准差为 0.29 m。与所提方法相比,受姿态影响的解算方法在各方面的误差均有所增大,精度有所降低。总体而言,利用频率计算发射源的感应强度模长,可以有效地简化观测方程。随后,采用迭代最小二乘进行位置解算,能够达到提高定位精度的效果。



(a) 本文方法各点定位误差



(b) 姿态矩阵+直接优化定位方法各点定位误差

图 8 本文方法与姿态矩阵+直接优化定位方法定位误差

Fig. 8 Positioning error of the method proposed and method of attitude matrix and direct optimization

根据统计分析,所提出的不受姿态影响的迭代最小二乘定位方法比利用姿态矩阵建立方程组并直接优化求解方法的定位平均误差减小了 52%,标准差减小了 38%。

在计算效率方面,在相同的计算机平台和解算软件上,对相同规模的数据进行位置解算处理,得到的迭代次数与迭代时间如表 3 所示。

由表 3 可知,所提方法的每个点位平均迭代次数为 9.67 次,平均迭代时间为 0.46 s,相较于直接优化方法的 12.50 次与 0.63 s,分别提升了 22.64%与 26.98%,说明所提方法具有更高的计算效率。

表3 本文方法与姿态矩阵+直接优化定位
方法迭代次数与迭代时间

Tab.3 Iteration number and time of the method proposed and method of attitude matrix and direct optimization

方法	本文方法	姿态矩阵+直接优化
多次测量 迭代次数/次	9, 9, 11, 10, 9, 10	14, 12, 12, 13, 12, 12
平均迭代 次数/次	9.67	12.50
多次测量 迭代时间/s	0.42, 0.43, 0.54, 0.47, 0.41, 0.46	0.72, 0.61, 0.60, 0.64, 0.59, 0.62
平均迭代 时间/s	0.46	0.63

3 结论

1)提出了一种不受姿态影响的迭代最小二乘定位方法,基于频分复用的多源测量机制,有效实现了位置与姿态信息的解耦,简化了观测方程的构建与求解,并减小了后续优化求解过程中搜索空间的大小和局部最优解的数量。通过迭代最小二乘优化求解位置,以状态量与观测量磁感应强度之差的模作为目标函数,利用非线性方程线性化、最小二乘及持续迭代,实现了全局最优、高精度及收敛迅速的位置反演。

2)本研究在 14.4 m² 的环境中取得了平均 0.48 m 的水平定位误差,验证了不受姿态影响的定位方法和迭代最小二乘解算方法的可行性,可为人工磁场室内定位的改进提供行之有效的思路。同时,本研究所处环境较为简单,未考虑复杂室内场景和三维定位的问题,该部分问题将在后续工作中进行改进。

参考文献

- [1] 李增滨. 基于移动 GIS 的复杂环境下城市火灾救援决策支持系统研究[D]. 青岛: 青岛理工大学, 2012. LI Zengbin. Research on city fire rescue decision support system in complex environment based on mobile GIS[D]. Qingdao: Qingdao University of Technology, 2012 (in Chinese).
- [2] CHEN X, HE D, PEI L. BDS B1I multipath channel statistical model comparison between static and dynamic scenarios in dense urban canyon environment [J]. *Satellite Navigation*, 2020, 1(1): 26.
- [3] NIU X, LI Y, KUANG J, et al. Data fusion of dual foot-mounted IMU for pedestrian navigation [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2019, 19(12): 4577-4584.
- [4] 邓中亮, 尹露, 唐诗浩, 等. 室内定位关键技术综述 [J]. *导航定位与授时*, 2018, 5(3): 14-23. DENG Zhongliang, YIN Lu, TANG Shihao, et al. A survey of key technology for indoor positioning [J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2018, 5(3): 14-23 (in Chinese).
- [5] 孙建港, 周诗超, 刘威, 等. 基于地磁匹配技术的室内定位系统设计 [J]. *传感器与微系统*, 2022, 41(11): 97-100+104. SUN Jiangang, ZHOU Shichao, LIU Wei, et al. Design of indoor positioning system based on geomagnetic matching technology [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2022, 41(11): 97-100+104 (in Chinese).
- [6] PASKU V, DE ANGELIS A, DE ANGELIS G, et al. Magnetic field analysis for 3-D positioning applications [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2017, 66(5): 935-943.
- [7] ARUMUGAM D D, LITTLEWOOD P, PENG N, et al. Long-range through-the-wall magnetoquasistatic coupling and application to indoor position sensing [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2020, 19(3): 507-511.
- [8] KUSCHE R, SCHMIDT S O, HELLBRÜCK H. Indoor positioning via artificial magnetic fields [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 1-9.
- [9] RAAB F H. Quasi-static magnetic-field technique for determining position and attitude [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1981, GE-19(4): 235-243.
- [10] HU C, SONG S, WANG X, et al. A novel positioning and attitude system based on three-axis magnetic coils [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2012, 48(7): 2211-2219.
- [11] 陈新, 林东, 张庆辉, 等. 磁场方式的内窥镜体内三维定位与追踪方法研究 [J]. *中国生物医学工程学报*, 2002, 21(5): 466-470. CHEN Xin, LIN Dong, ZHANG Qinghui, et al. Three-dimensional positioning and tracking method in endoscope based on magnetic field [J]. *Chinese Journal of Biomedical Engineering*, 2002, 21(5): 466-470 (in Chinese).
- [12] 郑元勋, 李清华, 王常虹, 等. 基于多磁信标的指纹匹配定位算法 [J]. *遥感学报*, 2022, 26(10): 2073-2082. ZHENG Yuanxun, LI Qinghua, WANG Changhong, et al. Accurate navigation and positioning method

- based on magnetic beacon [J]. National Remote Sensing Bulletin, 2022, 26(10): 2073-2082 (in Chinese).
- [13] HELLMERS H, EICHHORN A, NORRDINE A, et al. IMU/magnetometer based 3D indoor positioning for wheeled platforms in NLoS scenarios[C]// Proceedings of 2016 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN). Alcalá de Henares: IEEE, 2016: 1-8.
- [14] PASKU V, DE ANGELIS A, MOSCHITTA A, et al. A magnetic ranging-aided dead-reckoning positioning system for pedestrian applications [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(5): 953-963.
- [15] ARUMUGAM D D. Decoupled range and orientation sensing in long-range magnetoquasistatic positioning[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2014, 14: 654-657.
- [16] 李新年, 李清华, 王常虹, 等. 不受姿态误差影响的惯性/磁感应融合定位方法[J]. 中国惯性技术学报, 2022, 30(4): 469-475.
- LI Xinnian, LI Qinghua, WANG Changhong, et al. An inertial magnetic-induction positioning fusion method independent of attitude errors[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2022, 30(4): 469-475 (in Chinese).
- [17] HUANG H, ZHENG Y R. 3-D localization of wireless sensor nodes using near-field magnetic-induction communications [J]. Physical Communication, 2018, 30: 97-106.
- [18] SHEINKER A, GINZBURG B, SALOMONSKI N, et al. Localization in 3-D using beacons of low frequency magnetic field[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(12): 3194-3201.
- [19] SONG J, SUN D, ZHAO Z, et al. Localization of low-frequency magnetic beacons based on genetic algorithm [C]// Proceedings of 2020 39th Chinese Control Conference (CCC). Shenyang: IEEE, 2020: 3239-3244.

(编辑:黄利华)