doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2025.01.005

视场约束下攻击时间与角度可控三维矢量制导律

邹浩文，张　民，陈　涛

（南京航空航天大学自动化学院，南京 210016）

摘　要：考虑末制导阶段的攻击时间和攻击角度约束，提出了一种最大视场角约束下攻击时间和攻击角度可控的三维矢量制导律。首先，基于三维矢量制导模型，将二维平面最优制导律扩展至三维空间，通过李雅普诺夫稳定性分析证明了其在三维空间中能够满足攻击角度约束。其次，在三维矢量攻击角度约束制导律中引入估计剩余飞行时间偏置项，通过最优误差动力学设计出三维矢量攻击角度和攻击时间约束制导律，随后加入视场角约束函数，并通过理论分析证明了所提制导律的正确性。最后，通过数值仿真验证了所设计制导律在三维空间中可以同时满足视场角约束、攻击角度约束和攻击时间约束。

关键词：导弹；三维非线性制导；视场角约束；攻击角度约束；攻击时间约束

中图分类号：V279　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：2095-8110(2025)01-0050-10

Three-dimensional vector guidance law with impact time and angle control under FOV constraint

ZOU Haowen, ZHANG Min, CHEN Tao

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Considering the impact time and angle constraint in the terminal guidance stage, a three-dimensional (3D) vector guidance law with impact time and angle control under the maximum field of view (FOV) constraint is proposed. Firstly, the two-dimensional (2D) planar optimal guidance law is extended to 3D space based on the 3D vector guidance model, and Lyapunov theory is used to prove that it satisfies the impact angle constraint in 3D space. Secondly, the estimated time-to-go bias term is introduced into the 3D vector guidance law with impact angle constraint, and the optimal error dynamics is used to design the 3D vector guidance law with impact angle and time constraints, then the FOV constraint function is added. The correctness of the guidance law is proved by theoretical analysis. Finally, the numerical simulation verifies that the guidance law can satisfy the FOV constraint, the impact angle constraint, and the impact time constraint in 3D space.

Key words: Missile; Three-dimensional nonlinear guidance; Field of view(FOV) constraint; Impact angle constraint; Impact time constraint

---

收稿日期：2024-07-02；**修订日期**：2024-10-16

基金项目：国家自然科学基金(62273178)

作者简介：邹浩文(2001—)，男，硕士研究生，主要从事飞行控制方面的研究。

通信作者：张民(1973—)，男，博士，副研究员，主要从事无人机飞行控制与仿真方面的研究。

0　引言

巡飞弹作为一种自杀式攻击型无人机，在现代战争中发挥着越来越重要的作用。对于传统制导律，如经典的比例导引制导律，人们过去往往仅注重追求零脱靶量以实现对目标的精确打击。然而，随着现代战争中精确打击任务需求的越来越多样化、复杂化，以及现代防御体系的快速发展[1]，传统的比例导引已经不能满足实际战场的作战需求。

因此，带约束的制导律成为了一个新的研究热点，例如攻击角度可控制导律[2-3]（impact angle control guidance，IACG）和攻击时间可控制导律[4-5]（impact time control guidance，ITCG）。为了进一步提高攻击效率，攻击时间和攻击角度可控制导律（impact time and angle control guidance，ITACG）备受关注。文献[6]首先对满足攻击角度和攻击时间约束的制导律进行了研究，采用小角度假设对模型进行线性化，然而，由于模型过于简化，该方法存在很大的局限性。文献[7]基于终端滑模控制设计了ITACG，并对传统的剩余飞行时间估计和滑模面的稳定性条件进行了修正，展现出良好的性能。文献[8]提出了一种基于滑模控制的视场角成型ITACG，但这种制导律依赖于明确设计的一个视场角剖面，以确保满足期望的攻击时间、角度和视场角约束，限制了终端约束的实现精度。文献[9]基于非线性最优控制框架设计了制导律，并考虑了视场角和加速度限制等实际需求，但该方法需要数值计算的开环过程，在实际应用中可能导致制导性能下降。文献[10]提出了一种无需任何数值程序的ITACG，通过李雅普诺夫稳定性理论保证了终端性能，并同时考虑视场角等约束。文献[11-12]在假设导弹速度可自由调节的前提下，分别提出了带攻击角度约束的有限时间和固定时间分布式协同制导律。文献[13-14]均通过设计两阶段制导律（two-phase guidance，TPG）实现时间和角度约束，这种复合制导律的实施需要进行模态切换，增加了指令的复杂程度。文献[15]提出了一种矢量形式的三维制导律，无需进行通道解耦设计和逻辑切换，具有较好的制导性能，但并未考虑到视场角约束，制导过程中可能会丢失视野。

综上所述，现有的 ITACG 多采用欧拉角变换描述三维制导模型，并将制导律解耦到俯仰方向和偏航方向进行单独设计。但由于三维空间中的制导问题存在耦合非线性，导引指令的设计变得过于复杂。为解决这一问题，本文在文献[15]和文献[16]的启发下，利用三维矢量制导模型，将二维角度约束最优制导律扩展至三维空间中，并通过最优误差动力学引入了攻击时间偏置项。同时，在文献[15]的基础上，将视场角约束函数加入到制导律指令中，提出了一种最大视场角约束下的三维矢量攻击角度和时间可控制导律。最后，与现有文献进行仿真对比，显示了所提制导律的优越性。

1　问题描述

考虑在三维空间内，导弹打击静止目标的制导模型如图 1 所示。图 1 中，M 和 T 分别为导弹和静止目标；$OXYZ$ 为惯性坐标系，$MX_{\mathrm{V}}Y_{\mathrm{V}}Z_{\mathrm{V}}$ 为速度坐标系；$\boldsymbol{V}_{\mathrm{M}}$ 为导弹速度矢量，方向沿速度坐标系 MX_{V} 轴；$\boldsymbol{R}$ 为弹目视线矢量，方向由导弹指向目标。矢量 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{c}}$ 为导弹的加速度指令，与 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{M}}$ 垂直。实际中，加速度指令 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{c}}$ 通常沿速度坐标系的 MY_{V} 轴和 MZ_{V} 轴分解为 $\boldsymbol{a}_y$ 和 $\boldsymbol{a}_z$，可表示为

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{c}} = \boldsymbol{a}_y + \boldsymbol{a}_z \tag{1}$$

矢量 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{R}}$ 为弹目视线 $\boldsymbol{R}$ 的旋转角速度，可表示为

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{R}} = -\frac{\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{V}_{\mathrm{M}}}{R^2} \tag{2}$$

式中，$\times$ 为矢量外积；R 为弹目距离。

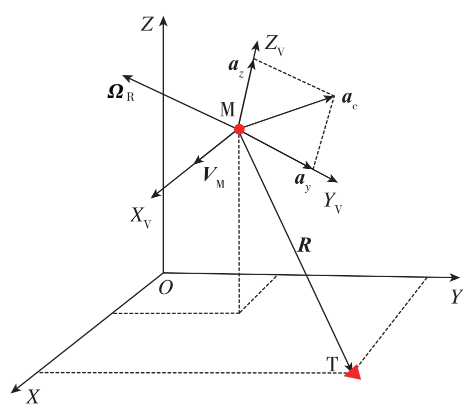


图 1　三维矢量制导模型

Fig. 1　3D vector guidance model

2　攻击约束三维矢量制导律设计

本章首先在第 1 章模型的基础上引入新的矢量和角度，以便于后续制导律的推导[15]。如图 2 所示，$\boldsymbol{V}_{\mathrm{d}}$ 表示期望攻击速度矢量，固连在静止目标上，

$\boldsymbol{V}_{\mathrm{M}},\boldsymbol{R},\boldsymbol{V}_{\mathrm{d}}$ 的单位矢量可分别表示为 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}},\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}},\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$，其关系式如下

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}=\frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{M}}}{V_{\mathrm{M}}},\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}=\frac{\boldsymbol{R}}{R},\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}=\frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{d}}}{V_{\mathrm{d}}} \tag{3}$$

式中，$V_{\mathrm{M}},R,V_{\mathrm{d}}$ 分别为对应矢量的幅值大小。

导弹速度前置角 σ 定义为矢量 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 之间的夹角，也称视场角，其表示制导过程中导弹和目标之间的航向误差。矢量 $\boldsymbol{v}_1$ 定义为由 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 组成的平面的单位法向量；同理，将 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$ 之间的夹角定义为 χ，矢量 $\boldsymbol{v}_2$ 定义为由 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 组成的平面的单位法向量；将 $\boldsymbol{v}_1$ 与 $\boldsymbol{v}_2$ 之间的夹角定义为 η。通过上面的描述，可得到如下关系式

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}_1=\dfrac{\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}}{\sin\sigma}\\ \boldsymbol{v}_2=\dfrac{\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}}{\sin\chi}\end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases}\sigma=\arccos(\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}) & \sigma\in[0,\pi]\\ \chi=\arccos(\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}) & \chi\in[0,\pi]\\ \eta=\arccos(\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{v}_2) & \eta\in[0,\pi]\end{cases} \tag{5}$$

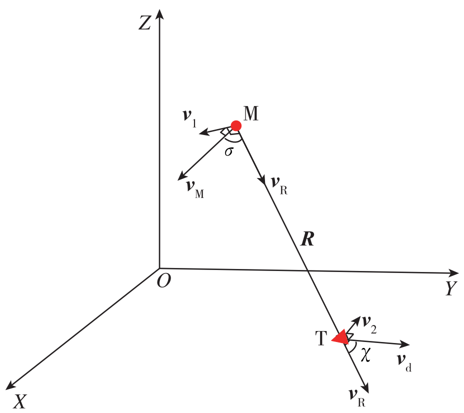


图 2 矢量和角度定义

Fig. 2 Definition of vector and angle

2.1 攻击角度约束三维矢量制导律

最优控制常被应用于末制导问题，以设计带有攻击角度约束的制导律。本文选择常见的最优控制代价函数[16]如下

$$J=\int_0^{R_0}u^2\mathrm{d}R \tag{6}$$

式中，u 为控制输入量；R_0 为初始弹目距离。

受文献[15]启发，将文献[16]中的二维平面最优制导律以矢量形式推广至三维空间中，则 IACG 可以设计为

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{IACG}}=4\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{R}}\times\boldsymbol{V}_{\mathrm{M}}+\frac{2V_{\mathrm{M}}^2\chi\cos\sigma}{R}\boldsymbol{v}_2\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}} \tag{7}$$

将式(2)代入，展开得

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{IACG}}=-\frac{4V_{\mathrm{M}}^2\sin\sigma}{R}\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}+\frac{2V_{\mathrm{M}}^2\chi\cos\sigma}{R}\boldsymbol{v}_2\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}} \tag{8}$$

根据式(7)可知，IACG 的形式为偏置比例导引律（biased proportional navigation guidance, BPNG），其由比例导引项和偏置项构成，比例导引项和偏置项的系数分别为 4 和 2。其中，比例导引项是在 $\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}$ 方向上的拦截部分，用于减小航向误差；偏置项是在 $\boldsymbol{v}_2\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}$ 方向上的转向部分，用于实现期望的攻击角度。

定理 1 在初始条件 $\sigma\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ 下，所提出的 IACG 能够使导弹以期望攻击速度矢量 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{d}}$ 击中目标，即在三维空间中实现期望攻击角度约束。

证明 由图中几何关系，弹目距离 R 的导数可表示为

$$\dot{R}=-V_{\mathrm{M}}\cos\sigma \tag{9}$$

考虑矢量的绝对导数和相对导数，可得 $\boldsymbol{R}$ 的导数为

$$\dot{\boldsymbol{R}}=\frac{\delta\boldsymbol{R}}{\delta t}+\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{R}}\times\boldsymbol{R}=-V_{\mathrm{M}}\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}} \tag{10}$$

式中，δ 为相对导数符号。

将式(3)和式(9)～式(10)联立可得 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 的导数为

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{R}}=-\frac{V_{\mathrm{M}}}{R}\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}+\frac{V_{\mathrm{M}}\cos\sigma}{R}\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}} \tag{11}$$

由于加速度指令 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{IACG}}$ 垂直于 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{M}}$，则 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}$ 的微分 $\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{M}}$ 可表示为

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{M}}=\frac{\boldsymbol{a}_{\mathrm{IACG}}}{V_{\mathrm{M}}}=-\frac{4V_{\mathrm{M}}\sin\sigma}{R}\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}+\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi\cos\sigma}{R}\boldsymbol{v}_2\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}} \tag{12}$$

由式(5)可得 σ 的导数为

$$\dot{\sigma}=-\frac{\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{R}}\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\cdot\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{M}}}{\sin\sigma} \tag{13}$$

将式(11)～式(12)代入，可得

$$\dot{\sigma}=-\frac{3V_{\mathrm{M}}\sin\sigma}{R}+\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi\cos\sigma\cos\eta}{R} \tag{14}$$

由式(14)可知，$\dot{\sigma}\big|_{\sigma=\frac{\pi}{2}}=-\dfrac{3V_{\mathrm{M}}}{R}<0$，这表明了对 $\forall t>0$，$\sum=\left\{\sigma\,\middle|\,0\leqslant\sigma<\dfrac{\pi}{2}\right\}$ 是一个正不变集，即在初始条件 $\sigma\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ 下，对 $\forall t>0$，σ 的范围始终满足 $0\leqslant\sigma<\dfrac{\pi}{2}$。又因为 $\dot{R}=-V_{\mathrm{M}}\cos\sigma$，则对 $\forall t>$

0，有 $\dot{R}<0$，所以导弹与目标之间的相对距离将单调递减至 0。

联立式(5)和式(11)可得 χ 的导数为

$$\dot{\chi}=-\frac{V_{\mathrm{M}}\sin\sigma\cos\eta}{R} \tag{15}$$

同理，可得 η 的导数为

$$\dot{\eta}=-\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi\cos^2\sigma\sin\eta}{R\sin\sigma}+\frac{V_{\mathrm{M}}\sin\sigma\cos\chi\sin\eta}{R\sin\chi} \tag{16}$$

构造函数 $L=\sin\sigma\sin\chi\sin\eta\geqslant 0$，则 L 的导数为

$$\dot{L}=\dot{\sigma}\cos\sigma\sin\chi\sin\eta+\dot{\chi}\sin\sigma\cos\chi\sin\eta+\dot{\eta}\sin\sigma\sin\chi\cos\eta \tag{17}$$

将式(14)～式(16)代入可得

$$\dot{L}=\frac{3\dot{R}}{R}L \tag{18}$$

解式可得

$$L=L_0\left(\frac{R}{R_0}\right)^3\leqslant\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 \tag{19}$$

从式(19)可得 $0\leqslant L\leqslant\left(\frac{R}{R_0}\right)^3$，所以当 $R\to 0$ 时，有 $L\to 0$，即

$$\lim_{R\to 0}(\sin\sigma\sin\chi\sin\eta)=\lim_{R\to 0}\left|(\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}})\times(\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}})\right|=0 \tag{20}$$

这意味着随着弹目距离 R 的减小，由 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}$ 组成平面的法向量与 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 组成平面的法向量逐渐平行，则 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}$，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$ 逐渐位于同一平面上，三维空间制导问题将转化为文献[16]中的二维平面制导问题。根据文献[16]的结论，该制导律在三维空间中可以实现期望攻击角度的约束。

2.2　攻击时间和攻击角度约束三维矢量制导律

由前文所提出的 IACG 可知，三维矢量制导律由用于减小航向误差的拦截部分和用于实现期望攻击角度约束的转向部分构成。本节将在拦截部分中加入剩余飞行时间误差反馈项 a_{t}，使得制导律满足期望攻击时间约束，则完整的 ITACG 可以设计为

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{ITACG}}=\left(-\frac{4V_{\mathrm{M}}^2\sin\sigma}{R}+a_{\mathrm{t}}\right)\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}+\frac{2V_{\mathrm{M}}^2\chi\cos\sigma}{R}\boldsymbol{v}_2\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}} \tag{21}$$

联立式(5)和式(11)～式(12)可得 σ 的导数为

$$\dot{\sigma}=-\frac{3V_{\mathrm{M}}\sin\sigma}{R}+\frac{a_{\mathrm{t}}}{V_{\mathrm{M}}}+\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi\cos\sigma\cos\eta}{R} \tag{22}$$

考虑 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\boldsymbol{v}_2$ 的夹角 η 是一个很小的值，即 $\cos\eta\approx 1$，并假设 σ 是一个小角，则 $\cos\sigma\approx 1-\frac{\sigma^2}{2}$，$\sin\sigma\approx\sigma$，则式(22)和式(15)可化为

$$\dot{\sigma}=-\frac{3V_{\mathrm{M}}\sigma}{R}+\frac{a_{\mathrm{t}}}{V_{\mathrm{M}}}+\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi-V_{\mathrm{M}}\sigma^2\chi}{R} \tag{23}$$

$$\dot{\chi}=-\frac{V_{\mathrm{M}}\sigma}{R} \tag{24}$$

将剩余飞行时间误差定义为

$$s=t_{\mathrm{d}}-t-t_{\mathrm{go}} \tag{25}$$

式中，s 为剩余飞行时间误差；t_{d} 为期望的攻击时间；t_{go} 为估计剩余飞行时间。

将文献[16]中的结论扩展至三维空间，则在所提出的 IACG 下，估计剩余飞行时间可以设计为

$$t_{\mathrm{go}}=\frac{R}{V_{\mathrm{M}}}\left[1+\frac{\sigma^2+\chi^2}{15}+\frac{\sigma\chi}{30}\right] \tag{26}$$

对式(26)求导，可得剩余飞行时间误差的导数为

$$\dot{s}=-1-\frac{\partial t_{\mathrm{go}}}{\partial R}\dot{R}-\frac{\partial t_{\mathrm{go}}}{\partial\sigma}\left(-\frac{3V_{\mathrm{M}}\sigma}{R}+\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi-V_{\mathrm{M}}\sigma^2\chi}{R}\right)-\frac{\partial t_{\mathrm{go}}}{\partial\chi}\dot{\chi}-\frac{\partial t_{\mathrm{go}}}{\partial\sigma}\frac{a_{\mathrm{t}}}{V_{\mathrm{M}}} \tag{27}$$

定理 2　若式(26)为精确剩余飞行时间表达式，则式(27)前 4 项之和为 0。

证明　展开式(27)前 4 项，并忽略高次项，可得

$$\frac{\partial t_{\mathrm{go}}}{\partial R}\dot{R}=\frac{1}{V_{\mathrm{M}}}\left[1+\frac{\sigma^2+\chi^2}{15}+\frac{\sigma\chi}{30}\right]\left[-V_{\mathrm{M}}\left(1-\frac{\sigma^2}{2}\right)\right]=\frac{13}{30}\sigma^2-\frac{1}{15}\chi^2-\frac{1}{30}\sigma\chi-1 \tag{28}$$

$$\frac{\partial t_{\mathrm{go}}}{\partial\sigma}\left(-\frac{3V_{\mathrm{M}}\sigma}{R}+\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi-V_{\mathrm{M}}\sigma^2\chi}{R}\right)=\frac{R}{V_{\mathrm{M}}}\left[\frac{2}{15}\sigma+\frac{1}{30}\chi\right]\left[-\frac{3V_{\mathrm{M}}\sigma}{R}+\frac{2V_{\mathrm{M}}\chi-V_{\mathrm{M}}\sigma^2\chi}{R}\right]=-\frac{2}{5}\sigma^2+\frac{1}{6}\sigma\chi+\frac{1}{15}\chi^2 \tag{29}$$

$$\frac{\partial t_{\mathrm{go}}}{\partial\chi}\dot{\chi}=\frac{R}{V_{\mathrm{M}}}\left[\frac{2}{15}\chi+\frac{1}{30}\sigma\right]\left(-\frac{V_{\mathrm{M}}}{R}\sigma\right)=-\frac{1}{30}\sigma^2-\frac{2}{15}\sigma\chi \tag{30}$$

联立式(28)～式(30)，可得

$$-1-\frac{\partial t_{go}}{\partial R}\dot{R}-\frac{\partial t_{go}}{\partial \sigma}\left(-\frac{3V_M\sigma}{R}+\frac{2V_M\chi-V_M\sigma^2\chi}{R}\right)-\frac{\partial t_{go}}{\partial \chi}\dot{\chi}=-1-\left(\frac{13}{30}\sigma^2-\frac{1}{15}\chi^2-\frac{1}{30}\sigma\chi-1\right)-\left(-\frac{2}{5}\sigma^2+\frac{1}{6}\sigma\chi+\frac{1}{15}\chi^2\right)-\left(-\frac{1}{30}\sigma^2-\frac{2}{15}\sigma\chi\right)=0 \tag{31}$$

所以,可得

$$\dot{s}=-\frac{4R\sigma+R\chi}{30V_M^2}a_t=-\frac{R\lambda}{30V_M^2}a_t \tag{32}$$

式中,$\lambda=4\sigma+\chi$。

参考文献[17],将最优误差动力学方程设计为

$$\dot{s}+\frac{\alpha}{t_{go}}(\mathrm{sign}(s)\ |s|^p+\mathrm{sign}(s)\ |s|^{2-p})=0 \tag{33}$$

式中,$\alpha>0,0<p<1$。根据文献[17]中的结论,剩余飞行时间误差将会在有限时间内收敛至 0。因此,剩余飞行时间误差反馈项 a_t 可以设计为

$$a_t=\frac{30V_M^2\cos\sigma\cdot\alpha(\mathrm{sign}(s)s^p+\mathrm{sign}(s)s^{2-p})}{Rt_{go}\lambda} \tag{34}$$

注意到,在式(34)中,当 $\lambda\to0$,a_t 存在奇异性。为了消除指令的奇异性,将 a_t 改进为

$$a_t=\frac{30V_M^2\cos\sigma\cdot\alpha(\mathrm{sign}(s)s^p+\mathrm{sign}(s)s^{2-p})}{Rt_{go}}\cdot\frac{h(\lambda)}{\lambda} \tag{35}$$

式中,$h(\lambda)$ 为辅助函数,其表达式如下

$$h(\lambda)=\begin{cases}\left(\dfrac{\lambda}{\gamma}\right)^n, & \text{if}\,|\lambda|\leqslant\gamma\\ 1, & \text{otherwise}\end{cases} \tag{36}$$

式中,$n\geqslant2,\gamma>0$。

根据洛必达法则,此时 $\lim\limits_{\lambda\to0}\dfrac{h(\lambda)}{\lambda}=\lim\limits_{\lambda\to0}\dfrac{n}{\gamma^n}\cdot\lambda^{n-1}=0$,则可避免指令奇异性的发生。

2.3 最大视场角约束设计

考虑到实际应用中,导弹导引头存在一定的视野范围。因此,制导过程中有必要对视场角进行约束。本文在制导指令的所有偏置项中引入视场角约束函数 $s(\sigma)$,如下

$$s(\sigma)=e^{\sin\sigma}\cos\left(\frac{\pi}{2\sigma_{max}}\sigma\right) \tag{37}$$

将式(37)加入到式(21)中,可得带视场角约束的 ITACG 指令如下

$$\boldsymbol{a}_{ITACG}=\left(-\frac{4V_M^2\sin\sigma}{R}+a_t\cdot s(\sigma)\right)\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{v}_M+\frac{2V_M^2\chi\cos\sigma\cdot s(\sigma)}{R}\boldsymbol{v}_2\times\boldsymbol{v}_M \tag{38}$$

定理 3 所设计的制导律能够将制导过程中的视场角限制在最大视场角 σ_{max} 以内。

证明 构造 Lyapunov 函数如下

$$V(\sigma)=\frac{1}{2}\sigma^2 \tag{39}$$

对式(39)求导,可得

$$\dot{V}(\sigma)=\sigma\dot{\sigma}=-\frac{3V_M\sigma\sin\sigma}{R}+\frac{\sigma a_t}{V_M}\cdot s(\sigma)+\frac{2V_M\chi\sigma\cos\sigma\cos\eta}{R}\cdot s(\sigma) \tag{40}$$

则有

$$\dot{V}(\sigma)\big|_{\sigma=\sigma_{max}}=-\frac{3V_M\sigma_{max}\sin\sigma_{max}}{R}<0 \tag{41}$$

从式(41)可知,对于 $\forall t>0$,$\sum=\left\{\sigma\,|\,0\leqslant\sigma<\sigma_{max}\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right\}$ 是一个正不变集,即在初始条件 $\sigma\leqslant\sigma_{max}$ 下,对 $\forall t>0$,σ 的范围始终满足 $0\leqslant\sigma<\sigma_{max}$。又因为 $\dot{R}=-V_M\cos\sigma$,则对 $\forall t>0$,有 $\dot{R}<0$,所以导弹与目标之间的相对距离将单调递减至 0。

同理,类似 $\boldsymbol{a}_{IACG}$ 的证明过程可证明所提出带视场角约束的 $\boldsymbol{a}_{ITACG}$ 能够在三维空间中满足期望攻击角度约束和期望攻击时间约束。

考虑到在实际应用中,制导指令 $\boldsymbol{a}_{ITACG}$ 将沿着速度坐标系 MY_V 和 MZ_V 分解为偏航加速度和俯仰加速度,可表示为

$$\begin{cases}a_y=\boldsymbol{a}_{ITACG}\cdot\boldsymbol{j}_V\\ a_z=\boldsymbol{a}_{ITACG}\cdot\boldsymbol{k}_V\end{cases} \tag{42}$$

式中,$\boldsymbol{j}_V$ 和 $\boldsymbol{k}_V$ 分别为速度坐标系 MY_V 和 MZ_V 轴的单位矢量,$\boldsymbol{j}_V$ 和 $\boldsymbol{k}_V$ 可用式(43)计算

$$\begin{cases}\boldsymbol{k}_V=\dfrac{(\boldsymbol{v}_M\times\boldsymbol{k}_I)\times\boldsymbol{v}_M}{\|(\boldsymbol{v}_M\times\boldsymbol{k}_I)\times\boldsymbol{v}_M\|}\\ \boldsymbol{j}_V=\boldsymbol{k}_V\times\boldsymbol{v}_M\end{cases} \tag{43}$$

式中,$\boldsymbol{k}_I$ 为惯性坐标系的 Z 轴单位矢量。

3 数值仿真

为了可视化导弹的速度方向,可用弹道倾角 θ_M 和弹道方位角 ψ_M 表示导弹的速度矢量,其中弹道倾角和弹道方位角的范围分别为[$-90°$,$90°$]和[$-180°$,$180°$]。此外,导弹的期望攻击速度矢量也可用弹道倾角和弹道方位角描述,其转换关系如下

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{d}}\cos\psi_{\mathrm{d}}\\ \cos\theta_{\mathrm{d}}\sin\psi_{\mathrm{d}}\\ \sin\theta_{\mathrm{d}}\end{bmatrix} \tag{44}$$

式中，θ_{d} 和 ψ_{d} 分别为期望弹道倾角和期望弹道方位角。

为了方便观察所设计制导律对于攻击角度约束的有效性，将攻击角度误差定义为速度矢量与期望速度矢量的夹角，可表示如下

$$\zeta=\arccos(\boldsymbol{v}_{\mathrm{M}}\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}) \tag{45}$$

仿真将设置两种不同场景，以验证所提出的制导律在不同场景下的有效性，同时仿真还将与其他文献中的制导律进行对比以突出显示本文的创新性。所有仿真过程的参数设置均相同，具体参数设置为 $\alpha=12$，$p=0.7$，$\gamma=8°$，$n=10$，加速度限幅为 20 m/s^2。

3.1　场景 1：ITACG 制导律验证

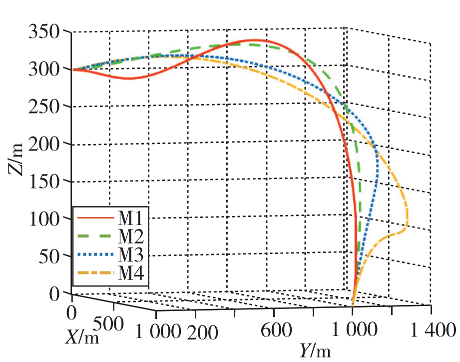
本节将对相同攻击角度不同攻击时间约束下的 ITACG 进行仿真，将 4 枚导弹的初始位置均设定在(0，0，300) m，目标位置设定在(1 000，1 000，0) m，导弹初始速度设定为(0，35，0) m/s，最大视场角约束为 60°。4 枚导弹的其他攻击约束如表 1 所示，仿真结果如图 3 所示。

由图 3(a)可以看出，从同一点出发的导弹能够在不同攻击时间约束条件下击中目标，随着时间约束的增大，弹道逐渐变得弯曲。由图 3(d)可知，在不同时间约束下，导弹的视场角始终在60°以下，从

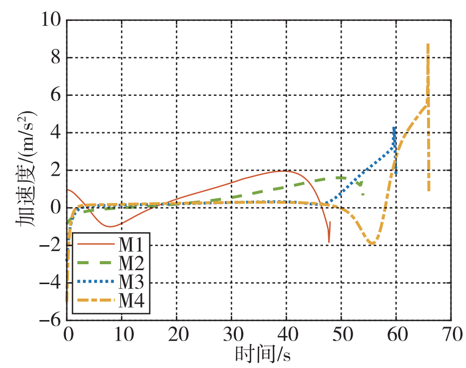
表 1　攻击约束(场景 1)

Tab. 1　Impact constraints(Scenario 1)

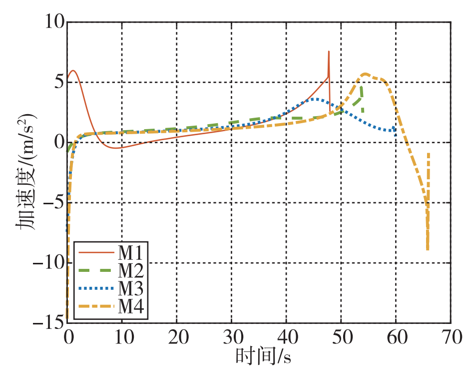
约束条件	导弹 1	导弹 2	导弹 3	导弹 4
θ_{d}/(°)		−50		
ψ_{d}/(°)		−60		
t_{d}/s	48	54	60	66



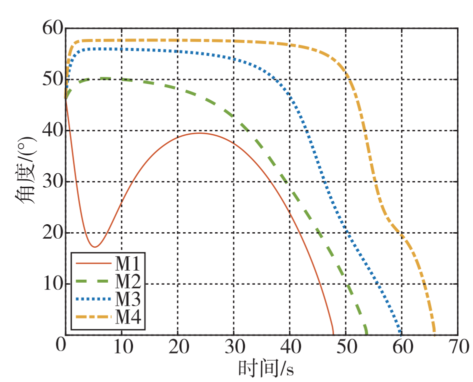
(a) 三维轨迹



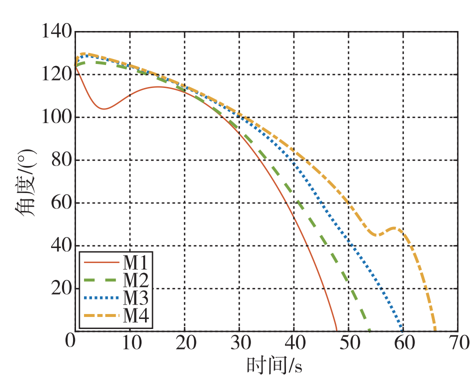
(b) 侧向加速度



(c) 法向加速度



(d) 视场角



(e) 攻击角度误差

图 3　不同攻击时间约束的 ITACG 仿真结果

Fig. 3　Simulation results of ITACG under different impact times constrained

而验证了视场角约束设计的有效性。图 3(b)和图 3(c)显示,随着时间约束的增大,在弹道末端制导指令虽有所增加,但总体仍然较为平缓。从图 3(e)可以看出,攻击角度误差能够在给定攻击时间约束下收敛至 0,这同时也说明了剩余飞行时间解析表达式的精度能够满足 ITACG 的精度需求。

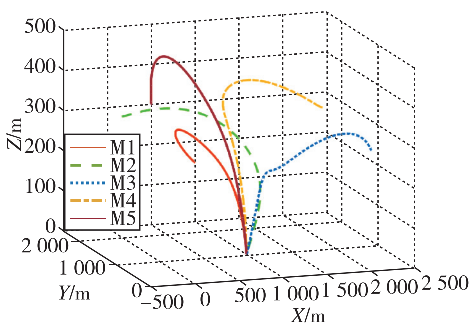
3.2 场景 2:齐射打击

本节旨在验证导弹齐射打击场景,设置了 5 枚导弹从 5 个不同初始位置出发,从 5 个方向在同一时刻命中目标。目标位置设定在(1 000,1 000,0) m,最大视场角约束为 60°,导弹的其他攻击约束和初始条件如表 2 所示,仿真结果如图 4 所示。

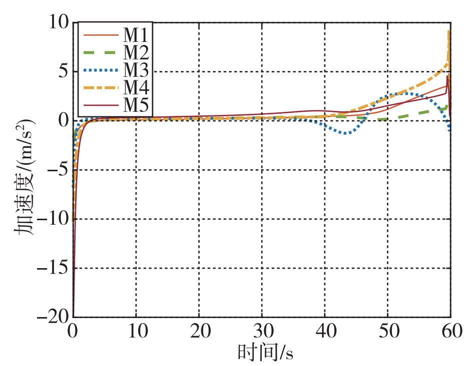
表 2 攻击约束(场景 2)

Tab. 2 Impact constraints(Scenario 2)

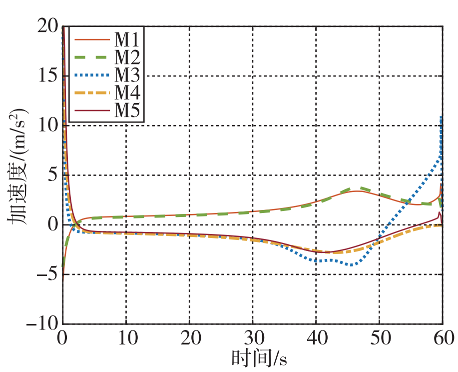
约束条件	导弹 1	导弹 2	导弹 3	导弹 4	导弹 5
位置/m	(0,0,300)	(0,2 000,300)	(2 000,0,300)	(2 200,1 800,300)	(500,2 400,300)
速度/(m/s)	(0,35,0)	(35,0,0)	(0,35,0)	(−35,0,0)	(0,−35,0)
θ_d /(°)	−60	−30	−45	−90	−70
ψ_d /(°)	−80	−160	160	80	0
t_d /s			60		



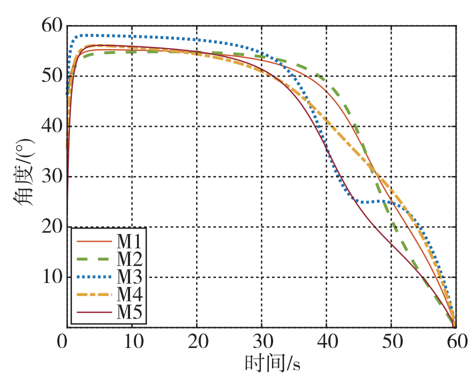
(a) 三维轨迹



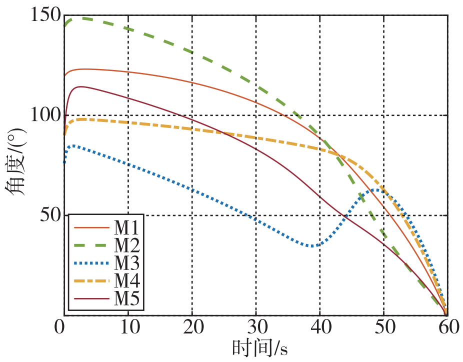
(b) 侧向加速度



(c) 法向加速度



(d) 视场角



(e) 攻击角度误差

图 4　齐射打击仿真结果

Fig. 4　Simulation results of salvo attack

图 4(a)显示,不同初始位置的导弹能够在相同的攻击时间约束条件下击中目标。由图 4(d)和图 4(e)可知,不同初始条件下的导弹初始攻击角度误差相差较大,但均能够在给定攻击时间约束下收敛至 0,且整个制导过程即使在大攻击角度误差下也能够满足最大视场角约束。图 4(b)和图 4(c)显示,虽然在有些约束下初始指令达到饱和,但随着制导的进行,指令会逐渐减小,整个过程指令较为平缓。上述仿真结果表明,所设计的制导律能够很好地满足在最大视场角约束下从不同方位同一时刻命中目标的齐射打击任务。

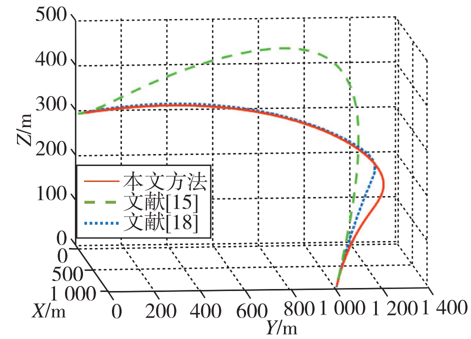
3.3　与现有制导律进行对比

本节将所设计的制导律与文献[15,18]中的制导律在同一工况下进行仿真对比,导弹的初始条件与场景 1 相同。仿真中的约束设置如下,期望攻击时间约束为 60 s,期望弹道倾角为 −50°,期望弹道偏角为 −40°,最大视场角约束为 60°,仿真结果如表 3 和图 5 所示。

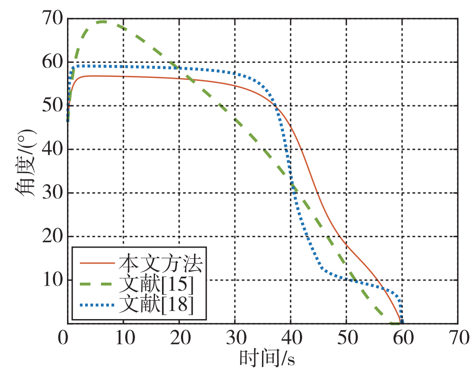
表 3　提出的制导律与其他文献中的制导律对比仿真结果

Tab. 3　Comparison simulation results of the proposed guidance law with the ones in other literatures

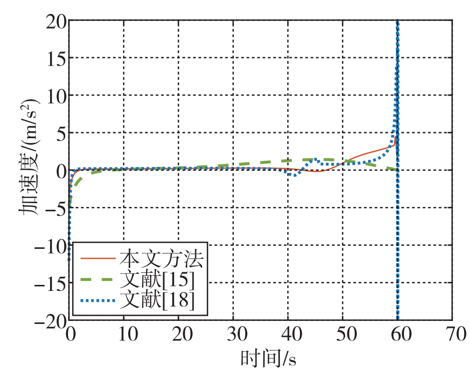
约束条件	本文提出的制导律	文献[15]中的制导律	文献[18]中的制导律
攻击时间误差/s	0.004	0.003	0.127
攻击角度误差/(°)	0.015 0	0.013 4	0.020 0
脱靶量/m	0.103 5	0.112 6	0.249 5



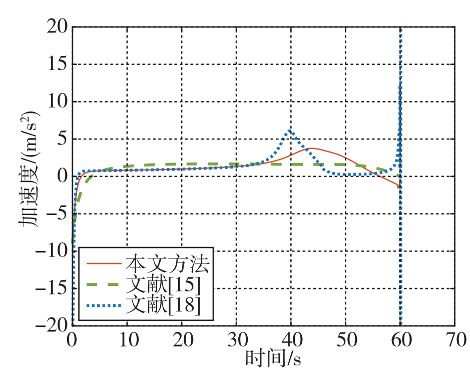
(a) 三维轨迹



(b) 视场角



(c) 侧向加速度



(d) 法向加速度

图 5　与其他文献对比仿真结果

Fig. 5　Comparison simulation results of the proposed guidance law with the ones in other literatures

图5(a)表明,不同方法下的3枚导弹均能够精确命中目标。由表3可知,本文和文献[15]所设计的制导律都具有较好的攻击精度,而文献[18]中的制导律精度则相对较差。相较于文献[18]采用标准的比例导引剩余飞行时间进行时间反馈项的计算,本文和文献[15]都基于IACG重新设计剩余飞行时间,使得制导能够获得更加理想的动态过程。此外,由图5(c)和图5(d)可以看出,在弹道末端,文献[18]出现较大的指令抖振,从而影响了最终精度,而本文和文献[15]的制导指令相对较为平缓。由图5(b)可以看出,本文和文献[18]所设计制导律均能够满足最大视场角约束,而文献[15]中的制导律则无法满足。因此,通过本节仿真可以得出,本文所设计制导律相较于文献[15]可以满足最大视场角约束,而相较于文献[18]则具有更高的精度和更好的动态过程特性。

4 结论

本文受文献[15]和文献[16]启发,提出了一种三维空间最大视场角约束下非解耦攻击时间和攻击角度约束的矢量制导律,其不涉及欧拉角变换和解耦策略,也无需导弹之间进行通信,且制导指令为解析形式,具有更强的实用性。相较于现有文献,本文制导策略能够使目标全程在导弹视野范围内,解决了三维空间中对固定目标的最大视场角约束下期望攻击角度和时间多弹协同攻击的问题。从仿真结果对比可知,本文所设计制导律具有较高的命中精度和较好的过程特性,能够使导弹在多种约束条件下击中目标。

参考文献

[1] 赵聪源,李俊,水尊师.多弹协同下反舰导弹突防概率优化决策[J].飞控与探测,2024,7(2):42-50.
ZHAO Congyuan, LI Jun, SHUI Zunshi. Optimization decision-making of anti-ship missile penetration probability under multi-missile coordination [J]. Flight Control & Detector, 2024, 7(2): 42-50(in Chinese).

[2] LI H, WANG J, HE S, et al. Nonlinear optimal impact-angle-constrained guidance with large initial heading error [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2021, 44(9): 1663-1676.

[3] WANG C, DONG W, WANG J, et al. Impact-angle-constrained cooperative guidance for salvo attack[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2022, 45(4): 684-703.

[4] HE S, LIN D. Three-dimensional optimal impact time guidance for antiship missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(4): 941-948.

[5] DONG W, WANG C, WANG J, et al. Varying-gain proportional navigation guidance for precise impact time control[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2023, 46(3): 535-552.

[6] LEE J I, JEON I S, TAHK M J, et al. Guidance law to control impact time and angle[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 301-310.

[7] HOU Z, YANG Y, LIU L, et al. Terminal sliding mode control based impact time and angle constrained guidance[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 93(4): 105142.

[8] KIM H G, LEE J Y, KIM H J, et al. Look-angle-shaping guidance law for impact angle and time control with field-of-view constraint[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 56(2): 1602-1612.

[9] ERER K S, TEKIN R. Impact time and angle control based on constrained optimal solutions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(10): 2448-2454.

[10] SHIM S W, HONG S M, MOON G H, et al. Impact angle and time control guidance under field-of-view constraints and maneuver limits[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2018, 19(1): 217-226.

[11] ZHANG S, GUO Y, LIU Z, et al. Finite-time cooperative guidance strategy for impact angle and time control[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(2): 806-819.

[12] DONG W, WANG C, WANG J, et al. Fixed-time terminal angle-constrained cooperative guidance law against maneuvering target[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(2): 1352-1366.

[13] 唐杨,祝小平,周洲,等.一种基于攻击时间和角度控制的协同制导方法[J].航空学报,2022,43(1):466-478.
TANG Yang, ZHU Xiaoping, ZHOU Zhou, et al. Cooperative guidance method based on impact time and angle control[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 43(1): 466-478(in Chinese).

[14] 王鹏,陈万春,陈中原.视场约束下攻击角度及时间控制三维协同制导[J].战术导弹技术,2022(4):30-40.
WANG Peng, CHEN Wanchun, Chen Zhongyuan.

Three-dimensional impact angle and time control cooperative guidance with FOV constraint[J]. Tactical Missile Technology, 2022(4): 30-40(in Chinese).

[15] DONG W, WANG C, LIU J, et al. Three-dimensional vector guidance law with impact time and angle constraints[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(2): 693-718.

[16] CHEN Y, WU S, WANG X. Impact time and angle control optimal guidance with field-of-view constraint [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2022, 45(12): 2369-2378.

[17] 白显宗，黎克波，李昊键，等．基于固定时间收敛误差动力学的微分几何制导律设计[J]. 航空学报，2024，45(16)：186-199.

BAI Xianzong, LI Kebo, LI Haojian, et al. Differential geometric guidance law design based on fixed-time convergent error dynamics method [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2024, 45(16): 186-199(in Chinese).

[18] 熊天昊，王长元，张科，等．视场角限制下的攻击时间和角度三维矢量制导律设计[J]. 航空兵器，2024，31(4)：49-56.

XIONG Tianhao, WANG Changyuan, ZHANG Ke, et al. Design of three-dimensional vector guidance law for attack time and angle under field of view angle constraints[J]. Aero Weaponry, 2024, 31(4): 49-56 (in Chinese).

（编辑：黄利华）