doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2025.01.013

离心机主轴动不平衡引入 PIGA 标定的虚假二次项误差机理

刘逸康[1],张春京[2],贺 栋[2],于志伟[1],任顺清[1]

(1. 哈尔滨工业大学空间控制与惯性技术研究中心,哈尔滨 150080;
2. 北京航天控制仪器研究所,北京 100854)

摘 要:为了提高摆式积分陀螺加速度计在精密离心机上的标定精度,针对单轴式精密离心机主轴回转过程中动不平衡引入的一次谐波运动对加速度计标定的误差机理进行了研究。首先,分析了主轴一次谐波误差的来源,在此基础上,通过建立坐标系并进行误差传递,推导了包含一次谐波误差的加速度计输入-输出方程。然后,对该方程进行分析,揭示了一次谐波误差引入加速度计虚假二次项误差的机理。最后,利用高精度测微仪监测了离心机的一次谐波运动,以补偿虚假二次项误差,使动不平衡误差对二次项系数标定误差的影响程度从 10^{-6} rad/(s · g^2)降到 10^{-8} rad/(s · g^2)量级。

关键词:精密离心机;动平衡;摆式积分陀螺加速度计;二次项系数;标定

中图分类号:V249.32 **文献标志码**:A **文章编号**:2095-8110(2025)01-0137-08

The mechanism of PIGA's pseudo-second-order term generated by spindle dynamic imbalance of centrifuge

LIU Yikang[1], ZHANG Chunjing[2], HE Dong[2], YU Zhiwei[1], REN Shunqing[1]

(1. Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China;
2. Beijing Institute of Aerospace Control Devices, Beijing 100854, China)

Abstract: In order to improve the calibration accuracy of the pendulous integrating gyroscopic accelerometer on the precision centrifuge, the mechanism of the effect of the first harmonic motion induced by the dynamic imbalance during the rotation of the single-axis precision centrifuge spindle on the calibration accuracy of the accelerometer is studied. First, the principle of the first harmonic error within the spindle rotation is analyzed. Then, based on this analysis, coordinate systems are developed to propagate the errors, thus deriving the input-output model for the accelerometer including the first harmonic errors. Analysis of this model reveals the mechanism by which the first harmonic errors introduce the pseudo-second-order term into the accelerometer. Finally, the first harmonic motion of the centrifuge spindle is monitored using a high precision micrometer to compensate for the pseudo-second-order term and reduce its effect on the second-order coefficient from 10^{-6} rad/(s · g^2) to 10^{-8} rad/(s · g^2).

Key words: Precision centrifuge; Dynamic balance; Pendulous integrating gyroscopic accelerometer; Second-order coefficient; Calibration

---

收稿日期:2024-06-04;**修订日期**:2024-08-29

作者简介:刘逸康(1998—),男,博士生,主要从事惯性技术方面的研究。

通信作者:任顺清(1967—),男,博士,教授,主要从事惯性技术方面的研究。

0 引言

加速度计广泛应用于航空航天及军事领域[1]，作为惯导系统中最重要的设备之一，其精度影响着整个惯导系统的精度[2-4]。在运载火箭和导弹发射等涉及大过载的工况下，摆式积分陀螺加速度计(pendulous integrating gyroscopic accelerometer，PIGA)的输出模型中，高阶项系数会被充分激励，产生无法忽略的输出误差[5]。10 g 的加速度输入将对 PIGA 的二次项系数产生相当于重力场下 100 倍的激励效果。因此，对 PIGA 二次项系数等的精确标定也成为了提高加速度计输出精度、适应更加严苛的工作环境的关键需求。离心机能够为 PIGA 高次项系数的标定提供精确的比力输入，是目前应用最为广泛的测试设备[6-7]。但是，由离心机所引入的设备误差，将影响 PIGA 高次项系数的标定精度[8]。

由于精密离心机主轴轴系动不平衡，引起与角速率 ω 的平方成正比的动态半径误差，进而在 PIGA 的比力输入中引入了与 ω^4 成正比的向心加速度误差项，并在 PIGA 的输出中表现为与 ω^4 成正比的误差项；而 PIGA 自身的二次项误差在输出中也与 ω^4 成正比。因此，离心机的设备误差与 PIGA 二次项误差在 PIGA 的输出中相混叠，一般称设备误差引入的二次项误差为虚假二次项，因为它不是 PIGA 自身固有的二次项误差。对动平衡误差的影响机理进行研究，有助于增强对 PIGA 二次项系数标定的认识。目前，离心机动不平衡产生的工作半径误差为 μm 级，对于一些小型的离心机来说，该工作半径误差会更小。然而，配平后动不平衡产生的半径误差量级则受限于动不平衡测量设备的精度。

目前，对二次项系数的标定，按照试验环境主要分为重力场[9]和高 g 场。在重力场下使用分度头或者转台等设备通过多位置法[10]进行标定。然而，由于输入激励相对较小，二次项系数的标定结果置信度相对较低[11]。在离心机下的标定，根据离心机的工作模式又可进一步细分为单轴式离心机标定[12-13]以及双轴式离心机标定[5,14]。按照误差模型进行分类，又包括二次项系数标定和全误差模型标定。针对 PIGA 在离心机上的标定已有不少研究成果发表。其中，文献[5]对双轴式离心机标定进行了研究，指出了该模式下的虚假二次项来源之一为离心机动不平衡产生的失准角误差。然而，许多标定方法并没有考虑到离心机主轴动平衡误差等误差项对标定的影响，例如，文献[12]将离心机主轴的谐波运动统一为与 ω 无关的常量，忽略了动不平衡的影响。

本文旨在研究单轴式离心机主轴回转过程中动平衡误差影响 PIGA 标定过程中的虚假二次项误差机理，建立该误差源中动平衡误差和 PIGA 二次项系数的数值关系模型，并利用在离心机上对主轴一次谐波运动的测试数据进行验证。结果表明，经过平衡后，主轴一次谐波运动误差对 PIGA 二次项系数的影响已经降低至 10^{-8} rad/(s · g^2)量级。

1 精密离心机主轴一次谐波运动误差机理

如图 1 所示，PIGA 通过夹具固定在离心机一端，其质量中心与离心机主轴轴线的水平距离称为工作半径 R。理想情况下，精密离心机主轴为定轴刚体，其主轴瞬时回转轴线和平均回转轴线重合。因此，当离心机主轴以角速度 ω 旋转时，任何时刻 PIGA 质心处由离心机产生的向心加速度均为 $R\omega^2$。

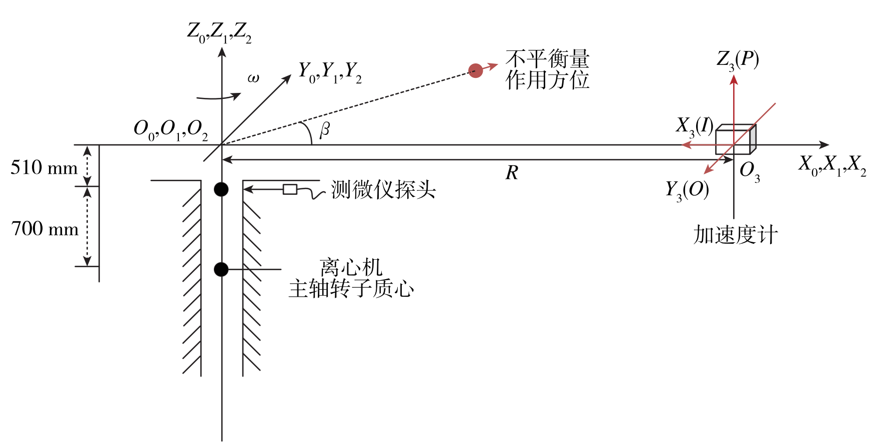

图 1 精密离心机上标定 PIGA 示意图

Fig. 1 Schematic of PIGA calibrated in single axis precision centrifuge

实际上，对于任何一个旋转轴系，其旋转轴都将在轴套内作轴向、径向和倾角 3 种微小运动，形成主轴的回转误差。主轴的回转运动可以写成主轴旋转角度 ωt 的谐波形式。根据相关文献的研究[15]，其中的高次谐波项将在主轴旋转整周的测试中自动消除，并且由于轴向运动对加速度计标定的影响可以忽略。因此，本文中仅对径向和倾角运动的一次谐波项进行研究。

1.1　动平衡误差

离心机主轴的动不平衡，是其主轴回转误差的重要组成部分。根据产生原理可以分为静不平衡和偶不平衡，如图 2 所示。作用在离心机转子上的不平衡力最终使得离心机主轴在空间内作圆锥运动[16-17]。

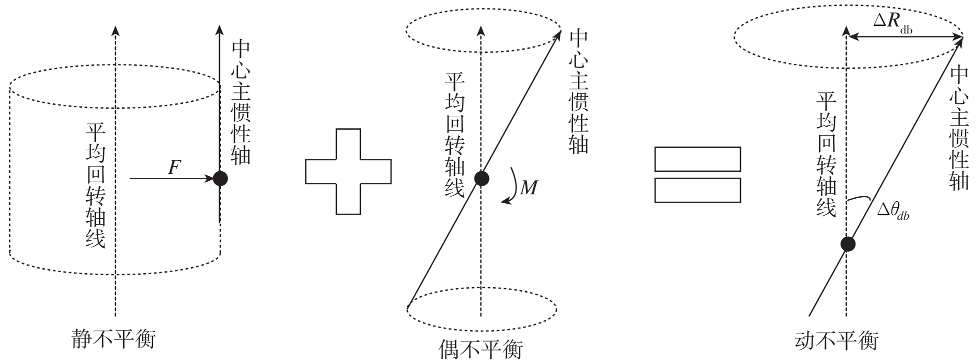

图 2　动不平衡误差示意图

Fig. 2　Schematic of errors induced by dynamic imbalance

理想情况下，离心机主轴中性面两端的质量相等，当离心机高速旋转时，两边质量产生的离心力完全相等，使得离心机主轴处于绝对平衡状态。当离心机主轴中性面两端的质量不相等时，这一不平衡质量产生的离心力将会拉动主轴朝某个方向偏移，并最终会与主轴承受挤压形变产生的反作用力抵消，重新达到平衡状态。假设离心机由于负载变化、主轴转子质量损耗或密度分布不均等因素，最终导致转子出现等效不平衡质量 m，且该不平衡质量相距主轴中性轴的距离为 R_{cm}。根据平面假设，当旋转角速度为 ω 时，不平衡质量带来的离心力将使主轴发生漂移，对应平面内的漂移量为 ΔR_{db}，如式(1)所示。

$$\Delta R_{\mathrm{db}}=\frac{R_{\mathrm{cm}} m \omega^{2}}{k_{\mathrm{r}}} \tag{1}$$

其中，k_{r} 为主轴的径向刚度。由于不平衡质量往往不在主轴转子的质心上，设其相对质心的等效力臂为 l。因此，该不平衡质量产生的力矩还将使主轴倾斜，倾角 $\Delta\theta_{\mathrm{db}}$ 如式(2)所示。

$$\Delta\theta_{\mathrm{db}}=\frac{R_{\mathrm{cm}} m \omega^{2} l}{k_{\theta}} \tag{2}$$

其中，k_{θ} 为主轴的角刚度。由式(1)和式(2)可知，动平衡误差与 ω^2 成正比，与刚度系数成反比，为动态误差源。高精度的精密离心机往往具有平衡机构，通过施加配重以控制动不平衡量的大小[18]。

1.2　静态一次谐波误差

由于制造和安装工艺水平的限制，离心机的实际结构往往更加复杂。类似于动平衡误差，存在静态形式的倾斜和漂移误差。例如，当主轴转子在安装时其中性轴与轴套底面并不垂直；离心机上负载重力产生的附加力矩造成的主轴回转运动等。参照式(1)和式(2)，有等效表达式为

$$\Delta R_{\mathrm{s}}=\frac{F_{\mathrm{s}}}{k_{\mathrm{r}}} \tag{3}$$

$$\Delta\theta_{\mathrm{s}}=\frac{M_{\mathrm{s}}}{k_{\theta}} \tag{4}$$

其中，ΔR_{s} 为静态漂移误差；F_{s} 为等效作用力；$\Delta\theta_{\mathrm{s}}$ 为静态失准角；M_{s} 为等效力矩。各误差系数均与 ω 无关，因此称为静态一次谐波误差，其不平衡量称为静态不平衡量。

上述动态和静态的两类误差的叠加即表现为主轴回转的一次谐波运动，其具体形式将在第 2 章中进行讨论。此外，由于各误差源的作用点方位不同，叠加时还应遵守力的矢量合成原理，以此得到合成不平衡量的方位。

2　一次谐波运动误差影响 PIGA 标定机理

为了研究一次谐波运动误差对加速度计标定

的影响，按图 1 依次建立坐标系：

地理坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 和离心机轴套坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 重合，初始时刻，离心机轴套坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 和离心机主轴坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 重合。PIGA 坐标系 $O_3X_3Y_3Z_3$，其质心 O_3 在轴 O_2X_2 的延长线上，O_3X_3 为 PIGA 的输入轴。忽略误差传递过程中的其他一阶小量误差源。

若考虑一次谐波误差，由离心机轴套坐标系 O_1 到离心机主轴坐标系 O_2 的传递矩阵为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T}_2^1=&\mathrm{Rot}(z_1,\omega t)\times\mathrm{Trans}(\Delta r_{x\mathrm{d}}(\omega^2)+\Delta r_{xs},\\&\Delta r_{y\mathrm{d}}(\omega^2)+\Delta r_{ys},0)\times\\&\mathrm{Rot}(x_2,\Delta\phi_{x\mathrm{d}}(\omega^2)+\Delta\phi_{xs})\times\\&\mathrm{Rot}(y_2,\Delta\phi_{y\mathrm{d}}(\omega^2)+\Delta\phi_{ys})\end{aligned}\tag{5}$$

其中，$\Delta r_x,\Delta r_y,\Delta\phi_x,\Delta\phi_y$ 分别表示一次谐波误差在主轴坐标系 O_2 中沿 O_2X_2 和 O_2Y_2 分解的分量；下标 d 表示动态项；下标 s 表示静态项。设总的主轴漂移量为 ΔR，有

$$\Delta R=\sqrt{(\Delta r_{x\mathrm{d}}+\Delta r_{xs})^2+(\Delta r_{y\mathrm{d}}+\Delta r_{ys})^2}\tag{6}$$

或者是

$$(\Delta r_{x\mathrm{d}}+\Delta r_{xs})=\Delta R\cos\beta\tag{7}$$

其中，β 为由圆心到合成不平衡量的方向和轴 O_2X_2 之间的夹角。若将一次谐波误差建立在轴套坐标系 O_1 下，此时传递矩阵 $\boldsymbol{T}_2^1$ 将变为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T}_2^1=&\mathrm{Trans}[\Delta r'_{x\mathrm{d}}(\omega^2)+\Delta r'_{xs},\Delta r'_{y}(\omega^2)+\Delta r'_{ys},0]\times\\&\mathrm{Rot}[x_1,\Delta\phi'_{x\mathrm{d}}(\omega^2)+\Delta\phi'_{xs}]\times\\&\mathrm{Rot}[y_1,\Delta\phi'_{y\mathrm{d}}(\omega^2)+\Delta\phi'_{ys}]\times\mathrm{Rot}(z_1,\omega t)\end{aligned}\tag{8}$$

对比式(5)和式(8)可知，在固定坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 下，动平衡误差分量 $\Delta r'_x,\Delta r'_y,\Delta\varphi'_x,\Delta\varphi'_y$ 即为主轴旋转角度 ωt 的一次谐波形式。满足以下关系

$$\begin{cases}\Delta r'_{x\mathrm{d}}+\Delta r'_{xs}=(\Delta r_{x\mathrm{d}}+\Delta r_{xs})\cos\omega t-\\\qquad(\Delta r_{y\mathrm{d}}+\Delta r_{ys})\sin\omega t\\\Delta r'_{y\mathrm{d}}+\Delta r'_{ys}=(\Delta r_{x\mathrm{d}}+\Delta r_{xs})\sin\omega t+\\\qquad(\Delta r_{y\mathrm{d}}+\Delta r_{ys})\sin\omega t\end{cases}\tag{9}$$

式(9)说明了动平衡误差与静态形式的倾斜和漂移误差构成了主轴一次谐波运动误差的具体形式。选取一个典型的 PIGA 安装姿态，设 PIGA 的输入轴指向主轴旋转中心，如图 1 所示。则由离心机主轴坐标系 O_2 到 PIGA 坐标系 O_3 的传递矩阵为

$$\boldsymbol{T}_3^2=\mathrm{Trans}(R,0,0)\times\mathrm{Rot}(z_2,180^\circ)\tag{10}$$

其中，R 为静态工作半径。则由地理坐标系 O_0 或者离心机轴套坐标系 O_1 到 PIGA 坐标系 O_3 的传递矩阵为

$$\boldsymbol{T}_3^0=\boldsymbol{T}_3^1=\boldsymbol{T}_2^1\boldsymbol{T}_3^2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}&\boldsymbol{D}\\0&1\end{bmatrix}\tag{11}$$

计算出此时 PIGA 的比力输入(单位为 g)，包括向心加速度 $\boldsymbol{a}_\mathrm{R}$、重力加速度分量 $\boldsymbol{a}_\mathrm{G}$ 和 Coriolis 加速度分量 $\boldsymbol{a}_C$

$$\begin{cases}\boldsymbol{a}_\mathrm{R}=\boldsymbol{A}^\mathrm{T}\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{D}}{\mathrm{d}t^2}/g\\\boldsymbol{a}_\mathrm{G}=\boldsymbol{A}^\mathrm{T}[0\quad 0\quad 1]^\mathrm{T}\\\boldsymbol{a}_\mathrm{C}=2\boldsymbol{A}^\mathrm{T}\left([0\quad\omega_\mathrm{ie}\cos L\quad\omega_\mathrm{ie}\sin L]\times\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{D}}{\mathrm{d}t}\right)/g\end{cases}\tag{12}$$

PIGA 的角速度输入为

$$\boldsymbol{\omega}=\begin{bmatrix}\omega_\mathrm{I}\\\omega_\mathrm{O}\\\omega_\mathrm{P}\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}^\mathrm{T}\begin{bmatrix}0\\\omega_\mathrm{ie}\cos L\\\omega_\mathrm{ie}\sin L+\omega\end{bmatrix}\tag{13}$$

其中，ω_ie 为地球自转角速度；L 为当地纬度。根据坐标系定义，x 轴对应输入轴 IA。计算结果忽略了一次谐波误差的高阶小量后，有

$$\begin{cases}a_x=(R+\Delta r_{x\mathrm{d}}+\Delta r_{xs})\omega^2/g+\Delta\phi_{y\mathrm{d}}+\Delta\phi_{ys}\\\omega_\mathrm{I}=(\Delta\phi_{y\mathrm{d}}+\Delta\phi_{ys})\omega\end{cases}\tag{14}$$

给出 PIGA 的输入输出简化模型为

$$\dot{\lambda}=k_0+k_1a_x+k_2a_x^2+k_3a_x^3-\omega_\mathrm{I}+\varepsilon\tag{15}$$

其中，$\dot{\lambda}$ 为 PIGA 输出，rad/s；k_0 为零偏，rad/s；k_1 为标度因子，rad/(s·g)；k_2 为二次项系数，rad/(s·g^2)；k_3 为三次项系数，rad/(s·g^3)；ω_I 为输入轴角速率，rad/s；ε 为随机误差。

将式(14)代入式(15)，即可得到包含一次谐波的输入输出方程。将动平衡误差写成

$$\begin{cases}\Delta r_{x\mathrm{d}}=C_\mathrm{r}\omega^2\\\Delta\phi_{y\mathrm{d}}=C_\phi\omega^2\end{cases}\tag{16}$$

其中，C_r 和 C_ϕ 为对应系数，有输入输出方程

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}=&(k_0+k_1\Delta\phi_{ys})-\Delta\phi_{ys}\omega-C_\varphi\omega^3+\\&[k_1(R+\Delta r_{xs})\omega^2/g+k_1C_\phi\omega^2]+\\&(k_2R^2\omega^4/g^2+k_1C_\mathrm{r}\omega^4/g)+\\&k_3R^3\omega^6/g^3+\varepsilon\end{aligned}\tag{17}$$

输出方程中忽略了高阶小量，在平方项 $k_2a_x^2$ 和立方项 $k_3a_x^3$ 中，a_x 取标称值 $R\omega^2/g$。在主轴回转的一次谐波运动中，径向运动产生工作半径误差，倾角运动产生失准角，从而引入重力加速度和角速度的输入分量。在离心机标定 PIGA 时，往往通过最小二乘法辨识式(17)中 ω^4 和 ω^6 项的系数得到 k_2 和 k_3 的值，如式(18)所示，选择至少 6 个主轴角速

率点。

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{\varphi X} \tag{18}$$

其中

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}\dot{\lambda}_1\\ \vdots \\ \dot{\lambda}_6\end{bmatrix},\boldsymbol{\varphi}=\begin{bmatrix}1 & \omega_1 & \omega_1^2 & \omega_1^3 & \dfrac{R^2\omega_1^4}{g^2} & \omega_1^6\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 1 & \omega_6 & \omega_6^2 & \omega_6^3 & \dfrac{R^2\omega_6^4}{g^2} & \omega_6^6\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\times & \times & \times & \times & k_2+\dfrac{k_1C_rg}{R^2} & \dfrac{k_3R^3}{g^3}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

由式(18)可知，二次项系数 k_2 理论上是 $R^2\omega^4/g^2$ 项对应的辨识系数。实际上，由于动不平衡引入的半径误差的影响，若直接将采集得到的 PIGA 输出使用最小二乘法辨识，$R^2\omega^4/g^2$ 项的系数辨识结果为 $k_2+k_1C_rg/R^2$，与二次项系数 k_2 存在偏差。

结合式(16)～式(18)可知，其对加速度计标定的影响包括：

1）产生的常数项和 ω^2 项将分别影响 k_0 和 k_1 项的标定精度。由于在离心机上的测试主要针对高次项系数，因此本文不再进行详细讨论。

2）产生的 ω 和 ω^3 项为引入的无关输出项。因此，在标定方程中应加入其系数作为辨识量以消除影响。

3）由动不平衡量产生的 ω^4 项误差将与 k_2 发生混叠。若不考虑其误差，则标定得到的二次项系数为 $k_2+\Delta k_2$，于是二次项系数标定误差 Δk_2 的表达式为

$$\Delta k_2=\frac{k_1C_rg}{R^2} \tag{19}$$

因此，称 $k_1C_r\omega^4/g$ 为虚假二次项误差，C_r 为虚假二次项误差系数。根据式(19)可知，标定误差与 C_r 成正比，而与 R^2 成反比。所以，除了使用平衡机构配平动不平衡量外，设计更大的工作半径或者采用刚度系数更大的主轴轴承，均可以抑制动不平衡量对加速度计二次项系数标定的影响。由此，揭示了单轴式离心机主轴回转过程中一次谐波运动误差影响陀螺加速度计标定的机理。

3　动平衡测试试验

为了验证第 2 章中误差机理分析的正确性，在离心机上采用测微仪法进行动平衡数据监测试验。如图 3 所示，测微仪安装在轴套坐标系的 O_1X_1 轴所属的竖直平面内，探头测量方向与 O_1X_1 轴相反。

3.1　测试数据与建模参数的关系

受到一次谐波运动误差的影响，在垂直于 O_1Z_1 轴的任意平面内，理论上离心机主轴轴线运行一周的轨迹被该平面所截取后得到的平面内图形为圆形。由于离心机轴套并非完全光滑，各处的刚度也不尽相同，实际上是不完全规整的圆形。

轴套测微仪测量得到的轴间间隙 Δd 为旋转角度 ωt 的周期函数，可以写成谐波形式

$$\Delta d=l_0+\sum(d_{ci}\cos i\omega t+d_{si}\sin i\omega t) \tag{20}$$

其中，l_0 为常数项，即测微仪中心到离心机平均回转轴线的距离。Δd 中的一次谐波 d_1，即由主轴回转的一次谐波运动产生，其他高次谐波成分的合成即为轴套不光滑、刚度不相等导致的误差。根据第 2 章的设定，初始时刻 O_1X_1 轴和 O_2X_2 轴重合，因此，合成不平衡量的方位角可以用 $\omega t+\beta$ 表示。若对间隙 Δd 仅考虑一次谐波，设 k 为自然数，当主轴旋转使得 $\omega t+\beta=2k\pi$ 时，Δd 为最小；当主轴旋转使得 $\omega t+\beta=(2k+1)\pi$ 时，Δd 为最大；取出间隙 Δd 的一次谐波成分 d_1，由方程(21)描述

$$\begin{aligned}d_1&=d_{c1}\cos\omega t+d_{s1}\sin\omega t\\&=\Delta R_1\cos(\omega t+\beta+180^\circ)\\&=-\Delta R_1\cos\beta\cos\omega t+\Delta R_1\sin\beta\sin\omega t\end{aligned} \tag{21}$$

其中，ΔR_1 为轴系一次谐波运动在测微仪所在测试水平面的主轴漂移量，也即该平面内圆形运动轨迹的半径。由于不平衡作用方位角的存在，求出在该平面内沿工作半径方向(O_2X_2 轴)的漂移量为 $\Delta R_1\cos\beta$，如图 3 所示。由于加速度计质心和测微仪质心所在水平面存在高度差，漂移量 $\Delta R_1\cos\beta$ 也并非一次谐波运动产生的工作半径误差。假设离心机主轴质心平面、测微仪所在测试水平面和加速度计质心平面的竖直高度均已知。如图 3 所示，利用式(7)以及相似原理，求出此时离心机的实际工作半径误差 $(\Delta r_{xd}+\Delta r_{xs})$

$$\begin{aligned}(\Delta r_{xd}+\Delta r_{xs})&=\Delta R_1\cos\beta\\&=-d_{c1}\frac{510\ \mathrm{mm}+700\ \mathrm{mm}}{700\ \mathrm{mm}}\\&=\Delta R_1\cos\beta\frac{510\ \mathrm{mm}+700\ \mathrm{mm}}{700\ \mathrm{mm}}\end{aligned} \tag{22}$$

式(22)即为测微仪测试数据与第 2 章中误差建模参数的关系式。

3.2　试验结果分析

测微仪的采样频率设定为 1 kHz，在每个转速点采集 8 圈数据。采用最小二乘法求出每一圈的谐

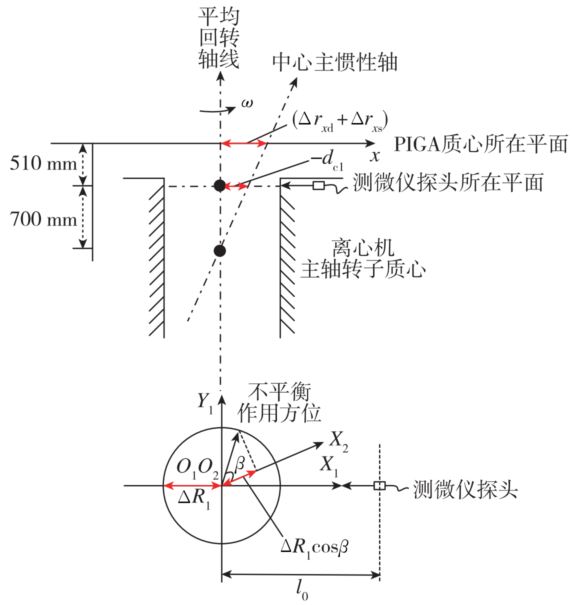

图 3 动不平衡半径误差与测微仪的测量结果关系示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the relationship between dynamic imbalance radius error and measurement results of micrometer

波系数 d_{ci} 和 d_{si}，本次试验 i 选取到 4，即四次谐波。取同一转速点下的 8 圈数据得到的一次谐波系数的平均值作为该转速点对应的一次谐波系数辨识值，并利用式(22)计算出该转速下的工作半径误差。

在离心机动平衡配平之前，令主轴转速 ω 分别为 10 (°)/s 和 200.123 4 (°)/s，使用测微仪测试。当 ω 为 10 (°)/s 时，可以认为此时不存在动平衡误差作用。计算出 2 个转速下的工作半径误差的差为 19.464 0 μm。根据式(16)计算出配平前系数 C_r

$$C_r=\frac{19.464\,0\times10^{-6}}{\omega^2}=\frac{19.464\,0\times10^{-6}}{\left(\frac{200}{180}\times\pi\right)^2}$$

$$\approx1.6\times10^{-6}\ \mathrm{m\cdot s^2}$$

再根据式(19)计算出配平前二次项系数误差

$$\Delta k_2=\frac{k_1C_rg}{R^2}=\frac{0.56\times1.6\times10^{-6}\times9.8}{2.5^2}$$

$$=1.4\times10^{-6}\ \mathrm{rad/(s\cdot g^2)}$$

计算时，k_1 取 0.56 rad/(s·g)，R 为 2.5 m。

按经验公式计算出 19.464 0 μm 所需配重块质量并进行配平，令主轴转速 ω 分别为 10 (°)/s，60 (°)/s，80.123 4 (°)/s，110.123 4 (°)/s，160.123 4 (°)/s，200.123 4 (°)/s，使用测微仪测试并计算出工作半径误差。测微仪测量数据曲线如图 4 所示。工作半径误差计算结果如表 1 所示。

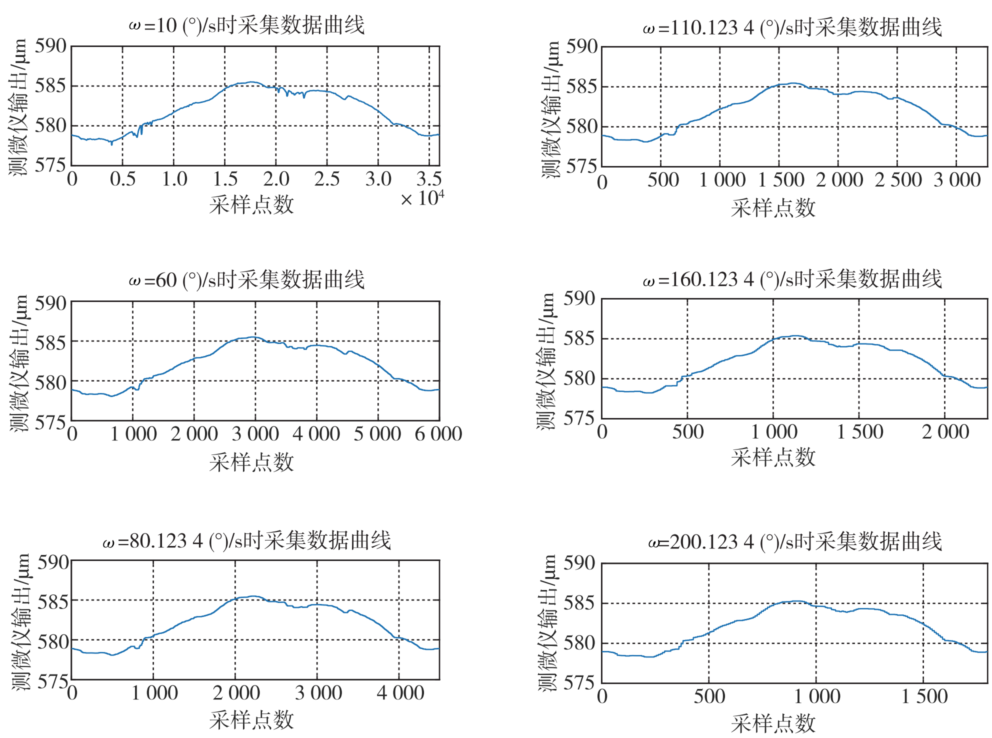

图 4 测微仪数据采集曲线

Fig. 4 Curve of the sampled data from micrometer

表 1　配平后一次谐波运动误差计算结果

Tab. 1　Result of the first harmonic motion errors after balancing　　μm

参数	ω=10 (°)/s	ω=60 (°)/s	ω=80.123 4 (°)/s	ω=110.123 4 (°)/s	ω=160.123 4 (°)/s	ω=200.123 4 (°)/s
ΔR_1	3.433 5	3.422 1	3.415 7	3.387 4	3.331 5	3.275 9
d_{c1}	−3.238 5	−3.208 1	−3.187 7	−3.138 5	−3.039 0	−2.955 0
d_{s1}	−1.140 6	−1.191 1	−1.227 0	−1.273 7	−1.365 0	−1.414 0
$\Delta r_{xd}+\Delta r_{xs}$	5.598 0	5.545 3	5.510 2	5.425 1	5.253 1	5.107 9

由图 4 可知，测微仪测量的数据结果在一个周期内具有明显的一次谐波特征，说明一次谐波为主要成分。同时，从该曲线中也能看出存在着高阶谐波成分，与 3.1 节中的分析一致。比较不同转速下的曲线可知，基本没有变化，对比配平前数据可知，动不平衡误差已被基本消除。

当 ω 为 10 (°)/s 时，$\Delta R_1=3.433\ 5\ \mu$m 即是静态一次谐波幅值，由 d_{c1} 和 d_{s1} 的值可知，初始时刻静态不平衡量使得主轴朝向加速度计一侧倾斜。当 ω 逐渐增大时，一次谐波幅值开始变小，绘制此时工作半径误差随 ω 的变化曲线，如图 5 所示。

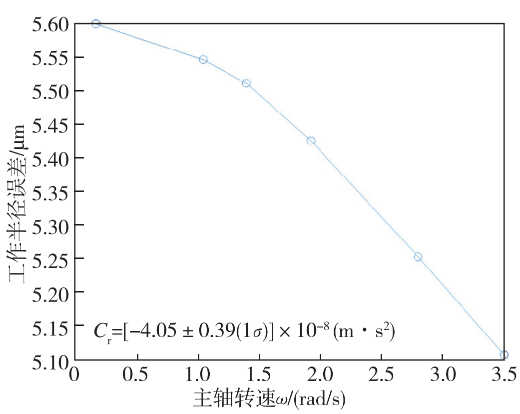

图 5　工作半径误差随 ω 的变化曲线

Fig. 5　Variation of the radius error with respect to ω

该曲线为标准的二次函数曲线，说明动平衡误差开始作用。随着 ω 的增加，工作半径误差开始减小，说明动不平衡质量作用方向与静态不平衡量相反。据此可以推断，若 ω 不断增加，当动不平衡质量可以抵消 O_1X_1 轴方向上的静态不平衡量分量时，此时工作半径误差将在降至最低点后开始逐渐增大。拟合图 5 的二次函数曲线，求出此时参数 C_r 的值为

$$C_r=[-4.05\pm0.39(1\sigma)]\times10^{-8}(\mathrm{m\cdot s^2})$$

其拟合标准差为 $0.39\times10^{-8}\ \mathrm{m\cdot s^2}$。将值代入式(17)，求出对应的二次项系数误差 $\Delta k_2=[-3.56\pm0.34(1\sigma)]\times10^{-8}\ \mathrm{rad/(s\cdot}g^2)$。该结果说明，经过配平后，离心机的主轴动平衡误差对 PIGA 二次项系数的标定精度影响降低至 $10^{-8}\ \mathrm{rad/(s\cdot}g^2)$ 量级。

4　结论

本文针对离心机标定 PIGA 过程中其主轴一次谐波运动的误差影响机理进行了研究。相关结论如下：

1) 离心机主轴一次谐波运动包括与主轴转速平方成正比的动平衡误差以及静态的一次谐波误差。两类误差一方面影响离心机工作半径，另一方面产生失准角引入重力加速度和 Coriolis 加速度分量。

2)对于单轴离心机上的标定，一次谐波运动中的动平衡误差导致的工作半径误差将影响 PIGA k_2 项的精度。而其他误差项对 k_2 项几乎无影响。当工作半径越小时，该项误差对 k_2 项的影响越大。

3) 采用高精度测微仪对离心机主轴一次谐波运动进行了监测。当主轴转速从 0 (°)/s 变化至约 200 (°)/s 时，此时工作半径变化为 19.464 0 μm，如不对该项误差进行补偿，则产生的二次项系数误差为 $1.40\times10^{-6}\ \mathrm{rad/(s\cdot}g^2)$。在对动不平衡配平后，二次项系数误差降低至 $-3.56\times10^{-8}\ \mathrm{rad/(s\cdot}g^2)$，或者补偿动平衡半径误差，可以使得二次项系数误差精度达到 $0.34\times10^{-8}\ \mathrm{rad/(s\cdot}g^2)$。

参考文献

[1] GJB 11313-2023 军用加速度计型谱[S]. 中华人民共和国国家军用标准，2023.
GJB 11313-2023 Series programmes of accelerometer for military[S]. National military standard of the People's Republic of China，2023(in Chinese).

[2] YUE L，ZHOU H，DUAN R. Fault diagnosis of remainders inside PIGA based on pattern recognition algorithm[C]// Proceedings of 2020 International Conference

on Pattern Recognition and Intelligent Systems. Athens: IEEE, 2020: 1-5.

[3] GOMATHI K, SAKTHIVEL R, MARSHAL S J J, et al. Design, fabrication, and performance analysis of intelligent mesoscale capacitive accelerometer for vibration measurement[J]. Journal of Testing and Evaluation, 2021, 49(4): 2407-2424.

[4] 孙闯，任顺清．陀螺加速度计交叉二次项的线振动台测试方法[J]．导航定位与授时，2017，4(5)：105-110.
SUN Chuang, REN Shunqing. Measurement method for cross-quadratic coefficient of PIGA on linear vibration table[J]. Navigation Positioning and Timing, 2017, 4(5): 105-110(in Chinese).

[5] LIU Y, YU Z, REN S. On pseudo second-order term of pendulous integrating gyro accelerometer calibrated in dual-axis precision centrifuge[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 1-9.

[6] 孙闯．摆式积分陀螺加速度计的误差模型系数标定方法[D]．哈尔滨：哈尔滨工业大学，2020.
SUN Chuang. Calibration method of error model coefficients of pendulous integrating gyroscopic accelerometer[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020(in Chinese).

[7] SUN Y, REN S, WANG C. Calibration method of quartz accelerometer on dynamic centrifuge[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(6): 262-272.

[8] 黄德熙．陀螺加速度计二次项系数测试误差机理研究与补偿方法[D]．黑龙江：哈尔滨工业大学，2022.
HUANG Dexi. Mechanism on the measurement error of PIGA's second-order coefficient and its compensating method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2022(in Chinese).

[9] 何铁春，周世勤．惯性导航加速度计[M]．北京：国防工业出版社，1983.
HE Tiechun, ZHOU Shiqin. Inertial navigation accelerometer[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1983(in Chinese).

[10] WANG Y, ZHAO H, YANG N, et al. An improved six-position calibration method of accelerometer[C]//Proceedings of 40th Chinese Control Conference (CCC). Shanghai: IEEE, 2021: 3191-3196.

[11] 黄超，魏宗康，胡荣辉．石英加速度计离心机试验误差系数显著性分析[J]．导航与控制，2016，15(5)：104-107，112.
HUANG Chao, WEI Zongkang, HU Ronghui. Significance analysis of QFPA's coefficients based on centrifuge experiment[J]. Navigation and Control, 2016, 15(5): 104-107, 112(in Chinese).

[12] SUN C, REN S Q, CAO J, et al. Symmetric calibration method of pendulous integrating gyroscopic accelerometer on centrifuge[J]. Measurement, 2022, 200(4): 111685.

[13] REN S Q, LIU Q B, ZENG M, et al. Calibration method of accelerometer's high-order error model coefficients on precision centrifuge[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 69(5): 2277-2286.

[14] 王世明，任顺清．离心机误差对陀螺加速度计K2和K3项标定精度的影响[J]．纳米技术与精密工程，2013，11(2):140-145.
WANG Shiming, REN Shunqing. Calibration accuracy of error model coefficients K2 and K3 of gyro accelerometer influenced by errors of centrifuge[J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2013, 11(2): 140-145(in Chinese).

[15] SUN C, REN S Q, CAO J W, et al. Integral precession calibration method of PIGA on linear vibration table[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2024, 37(3): 219-236.

[16] 李顺利．精密离心机动平衡与卸荷系统的研究[D]．哈尔滨：哈尔滨工业大学，2001.
LI Shunli. Study on dynamic balance and unloading system in the precision centrifuge[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2001(in Chinese).

[17] 王昀绩．精密离心机动平衡系统控制方法研究[D]．黑龙江：哈尔滨工业大学，2008.
WANG Yunji. Research on control of precision centrifuge dynamic balance system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008(in Chinese).

[18] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers[S]. IEEE Standard 1293-2018 (Revision IEEE Std 1293-1998), 2019: 1-271.

（编辑：孟彬）